

COLEÇÃO DE OBRAS CLÁSSICAS
DO PENSAMENTO ECONÓMICO PORTUGUÊS

António Horta Osório

A MATEMÁTICA
NA ECONOMIA PURA :
A TROCA

1911

BANCO DE PORTUGAL

A MATEMÁTICA NA ECONOMIA PURA: A TROCA

Colecção de Obras Clássicas
do Pensamento Económico Português

12

ANTÓNIO DE SOUSA HORTA SARMENTO OSÓRIO

**A MATEMÁTICA NA ECONOMIA PURA: A TROCA
(1911)**

Prefácio

M. Jacinto Nunes

Introdução e Direcção de Edição

Manuel Farto

Lisboa • Banco de Portugal • 1996

© copyright Banco de Portugal, Lisboa, 1996
Reservados todos os direitos de acordo com a legislação em vigor

Capa e orientação gráfica de A. Pedro
Fotocomposição, impressão e acabamento de Mirandela — Artes Gráficas S.A.
Tiragem: 2000 exemplares
ISBN: 972-9479-21-6
Depósito Legal n.º 96436/95

ÍNDICE

PREFÁCIO. M. Jacinto Nunes.....	VII
INTRODUÇÃO. Manuel Farto	XI
A Matemática na Economia Pura: a Troca	
Prefácio	3
Capítulo I - História	9
Capítulo II - A economia pura segundo Walras.	23
Capítulo III - A economia pura segundo Pareto.	39
Capítulo IV - Necessidade do método matemático.	67
Capítulo V - Curva da utilidade ou necessidade. Teorema da satisfação máxima. Teoria da raridade.	111
Capítulo VI - Curvas de procura parcial e total. Curva da oferta. Solução do problema da troca de duas mercadorias entre si. Discussão analítica das curvas de procura deduzidas das curvas de utilidade. Caso em que o indivíduo (I) possui as quantidades $q_{a,1}$ de (A) e $q_{b,1}$ de (B). Caso geral de n indivíduos e m mercadorias.	137
Capítulo VII - O equilíbrio económico na troca segundo Vilfredo Pareto (Cours d'économie politique, 1896)	179
Capítulo VIII - O equilíbrio económico na troca segundo Vilfredo Pareto (Manuel d'économie politique).....	215
Apêndice	
<i>Introduction.</i> Vilfredo Pareto (edição francesa, 1913).....	281
<i>Preface.</i> António Osório (edição francesa, 1913).....	289
Índice onomástico	295
Índice temático	297

PREFÁCIO

M. Jacinto Nunes

António de Sousa Horta Sarmento Osório nasceu na Lousã em 1882, de famílias titulares pois era descendente do Barão de Santa Comba. Formou-se em Direito na Universidade de Coimbra em 1908 e morreu com 77 anos em 1960.

António Horta Osório, espírito brilhante e irrequieto, de múltiplos interesses (escreveu um livro sobre Psicologia da Arte), algo irreverente, distinguiu-se na sua época como causídico. Foi, com o Prof. Barbosa de Magalhães, advogado do Banco de Portugal no famoso caso da burla da falsificação das notas de 500\$00, com a efígie de Vasco da Gama, no final dos anos vinte deste século. Foi também um notável esgrimista — fez parte da equipa olímpica da especialidade — e um apaixonado de automóveis (fez então um Lisboa/Paris que foi muito assinalado).

Antes de se distinguir como jurista, em Março de 1911, tinha 29 anos, concorreu a lente da 10ª cadeira — Economia Política da Escola Politécnica, com um trabalho intitulado «A Mathematica na Economia Pura — 1º volume — A Troca».

A este concurso apresentaram-se igualmente Afonso Costa, com uma tese sobre «O problema da Emigração» e António Lino Neto com um trabalho sobre «A Questão Administrativa — O Municipalismo em Portugal».

O primeiro, republicano destacado, veio a ser Chefe do Governo, por três vezes, após a implantação da República. O segundo, democrata-cristão, foi depois professor do Instituto Superior de Ciências Económicas e Financeiras (ISCEF, actual Instituto Superior de Economia e Gestão).

Sem menosprezar o trabalho de Afonso Costa, a obra de Horta Osório, embora sem grande originalidade, representa o conhecimento das teorias mais modernas da economia nessa data. É evidente que está a par e domina as teorias do *Manual de Economia Política* de Pareto, publicado em francês em 1909. À luz de hoje, caber-lhe-ia sem dúvida o primeiro lugar no concurso. Mas há que situar-nos na época. António Horta Osório era monárquico da ala não conservadora. O júri era constituído maioritariamente por professores monárquicos, mas estávamos

já em regime republicano e, como se escreveu noutro local, «até os adversários de Afonso Costa lhe reconheciam o talento, a inteligência e as capacidades políticas». Além disso, o trabalho dele ocupava-se com proficiência de um problema de grande actualidade. Há a considerar ainda que Afonso Costa era já professor ordinário (catedrático) da Faculdade de Direito da Universidade de Coimbra. Por outro lado, a tese constituía para a época, entre nós, uma autêntica heresia, pela metodologia utilizada (elementos de cálculo diferencial e integral). Tudo isto ajudará a explicar a decisão do Júri.

A orientação do nosso ensino da Economia Política era «literária» e assim persistiu durante muitos anos, só começando a actualizar-se por ocasião da II Grande Guerra com as lições na Universidade de Coimbra do Prof. Teixeira Ribeiro, actualização continuada em 1949, com uma radical inovação metodológica pelo Prof. Pinto Barbosa, no já citado ISCEF.

A Universidade de Lisboa, criada em 1911, incluía, entre outras Escolas, uma Faculdade de Ciências Económicas e Políticas, mas só dois anos mais tarde, em 1913, se dá a concretização à nova escola que passa a designar-se Faculdade de Direito e de Ciências Sociais.

Afonso Costa é então Presidente do Ministério e Ministro das Finanças. No Regulamento da nova Faculdade estabelecia-se que do seu corpo docente passaria a fazer parte como professor ordinário (catedrático) o professor de Economia Política da Faculdade de Ciências de Lisboa (a antiga Escola Politécnica) — o Doutor Afonso Costa¹. Este providenciou imediatamente para que se abrisse concurso que assim surgia de novo na Faculdade de Ciências. Diz-se que tinha em mente Horta Osório, pelos méritos que lhe reconhecia. Este, porém, não concorreu, dizendo que, se não tinha servido da primeira vez, também não serviria da segunda². É mais um episódio que define a personalidade de Horta de Osório.

¹ Cfr. Marcelo Caetano, em *Revista da Faculdade de Direito de Lisboa*, vol. XIII, 1959. Em especial pgs. 15-90.

² Eugénia Mata, em fase «A false start of neoclassical economics in Portugal — the work of António Horta Osório» (comunicação apresentada na *Annual European Conference on the History of Economics, ECHE'96*, Lisboa, CISEP, Fevereiro 1996), onde faz uma excelente resenha do trabalho deste e das vicissitudes do concurso à Politécnica, afirma, em determinado passo, que dos três concorrentes só Lino Neto se tornou um professor de carreira. Assim foi de facto. Mas não se pode esquecer que, como se disse, Afonso Costa era já lente em Coimbra, embora não muito assíduo, por doença, actividade profissional de advocacia e envolvimento político.

Era professor ordinário desde 1899, em Coimbra, (doutora-se 1895) e, depois da sua transferência para a Faculdade de Direito de Lisboa, foi seu Director de 1913 a 1927. Efectivo até 1915, foi depois interinamente substituído por Barbosa de Magalhães. (Cfr. M. Caetano, *ob. cit.*). Parece ter sido mais assíduo no ensino da Politécnica, pois em carta de Geneve para a mulher Alzira de Barros de Abreu, em 30 de Abril de 1926, escreve: «Voltei a ser professor de Economia Política como nos já longínquos tempos de Coimbra (até 1902-3) e nos meses dos invernos de 1911 e 1912, quando vinha do Estoril à Politécnica no comboio de madrugada para dar a minha aula às 8h».

O Prof. Teixeira Ribeiro classificou a decisão do Júri de «erro histórico» e assim foi, de facto, pois atrasou o ensino da Economia em Portugal trinta a quarenta anos.

A obra de Horta Osório foi traduzida, com pequenas alterações para francês e editada nesta língua em 1913³, com um prefácio muito elogioso de Pareto, mas caiu no esquecimento. Há várias referências ao livro pelo professor Moses Amzalak⁴ e P. de Moura e J. Nunes⁵ — mas numa análise pormenorizada da obra — e por vários autores estrangeiros, Eric Roll⁶, Brodsky⁷, Schumpeter⁸.

Em 1987, após a leitura do livro de Horta Osório, resolvemos resuscitá-lo para o público português, publicando no Diário de Notícias um artigo. «António Horta Osório: um economista olvidado»⁹, que despertou certo interesse e, em Fevereiro do ano seguinte, fizemos, numa comunicação à Academia de Ciências de Lisboa¹⁰, uma análise da obra de mais um homem que teve razão antes de tempo.

Posteriormente a obra de Horta Osório mereceu tratamento muito proficiente de dois historiadores do pensamento económico: Manuel Farto¹¹ e Eugénia Mata¹².

Afonso Costa foi também nomeado, em 1 de Novembro de 1915, e tomou posse do lugar de professor do Instituto Superior de Comércio (antecessor do ISCEF) na cadeira de «Direito Financeal e Orçamentologia», mas parece nunca ter ali dado aulas. Cfr. A. Oliveira Marques, *Afonso Costa*, 2ª edição, 1975.

³ A tradução é de José de Almada que era consultor para o Ultramar do Ministério dos Negócios Estrangeiros.

⁴ *Leon Walras e a Economia Pura* (1934), Biblioteca de Altos Estudos da Academia de Ciências de Lisboa.

⁵ *Teoria da Procura* (1954). Horta Osório é citado a propósito de Jossem.

⁶ *History of Economic Thought* (1945).

⁷ *L'Économie Politique Mathématique*, (1949). É o autor que parece ter atentado mais na obra pois escreve: «La compréhension du Manuel de Pareto, ouvrage mal composé et souvent obscur, est grandement facilitée pour lecture de l'un ou de l'autre ouvrages suivants, que se limitent à le commenter: A. Osório *Théorie Mathématique de l'Echange*, trad. française par José de Almada, avec une introduction de Pareto...»

⁸ *History of Economic Analysis* (1954). É o único autor português citado por Schumpeter.

⁹ *Diário de Notícias*.

¹⁰ *Memórias da Academia das Ciências de Lisboa*, tomo XXVI, 1988.

¹¹ «António Horta Osório e a teoria do equilíbrio geral» em José Luís Cardoso e António Almodovar (eds.), *Actas do Encontro Ibérico sobre História do Pensamento Económico*, Lisboa, CISEP, 1992.

¹² «A false start of neoclassical economics in Portugal: the work of António Horta Osório», comunicação apresentada na *Annual European Conference on the History of Economics*, ECHE'96, Lisboa, CISEP, Fevereiro 1996.

INTRODUÇÃO

Manuel Farto

António de Sousa Horta Sarmiento Osório nasceu na Lousã em 1882 e licenciou-se em direito pela Universidade de Coimbra em 1908, tendo-se afirmado como um dos mais eminentes advogados do seu tempo. Conforme refere o professor M. Jacinto Nunes na notícia biográfica contida no prefácio da presente edição, um dos momentos fulcrais do seu percurso foi a participação sem êxito no concurso para uma vaga de professor de Economia Política na Escola Politécnica de Lisboa. A brilhante carreira do jurista que então inicia, nunca o compensou da enorme decepção provocada pelo insucesso em prosseguir uma, muito desejada, carreira académica: primeiro em Coimbra por falta de oportunidade, depois em Lisboa por preterição no referido concurso. Retira-se em 1930 para se dedicar por inteiro e até à sua morte, em 1960, ao estudo da arte.

Da sua obra merecem destaque três trabalhos em domínios bem diferenciados: *A Matemática na Economia Pura*, agora reeditado, que pode ser considerada como um manual em economia teórica e cuja preparação foi motivada pelo já referido concurso da Escola Politécnica; *O Caso do Banco de Angola e Metrópole — história de um crime* (1928) que se relaciona com o célebre caso da falsificação de notas de 500\$00 do Banco de Portugal promovida por Alves do Reis, entre outros, tendo António Osório defendido os interesses daquela instituição; e *Psychologie de l'Art* (1946) que exprime as preocupações que absorveram António Osório, naquela última fase da sua vida, procurando examinar as leis que presidem à produção, apreciação, análise e evolução das artes plásticas.

O insucesso no concurso para professor marcou profundamente a vida e a obra de António Osório, deixando-as, tanto uma como outra, gravemente amputadas e incompletas. Refira-se neste particular a não realização do segundo volume de *A Matemática na Economia Pura* que anunciara no prefácio e, naturalmente, com ela todo um trabalho pedagógico e científico que lhe estaria associado numa disciplina que em Portugal tinha ainda um reduzido número de estudiosos competentes.

Para além de Horta Osório, que apresentou nesta obra, de maneira rigorosa, criativa e pedagógica, a teoria económica da escola do Lausanne de Léon Walras e Vilfredo Pareto, participaram ainda nesse concurso Afonso Costa, classificado em primeiro lugar, com um trabalho sobre *O Problema da Emigração* (1911) portuguesa e António Lino Neto com o texto *A Questão Administrativa — o municipalismo em Portugal* (1911). Nenhum destes trabalhos possui uma valia comparável à da obra de Osório, de onde o sentimento de estarmos perante um *erro histórico* ou *flagrante injustiça* como lhe chamam os professores Teixeira Ribeiro e Jacinto Nunes.

O resultado do concurso, com a conseqüente preterição de António Osório, tem levantado até hoje múltiplas interrogações, avolumadas pela indisponibilidade ou inexistência do processo do concurso, o que tem mantido na obscuridade as razões que teriam motivado aquela decisão do júri. As justificadas dúvidas que pairam sobre a natureza desta decisão não devem ser interpretadas como significando estarmos perante um caso de favoritismo pessoal ou político, embora não se possa excluir completamente tal possibilidade dado o perfil de homem político prestigiado do vencedor. Jacinto Nunes¹ pensa ser mais provável estarmos perante um caso de *incompreensão* ou rejeição mais ou menos apriorística do próprio método matemático que, em geral, os economistas da época dominavam mal, ou simplesmente desconheciam.

A este propósito, deve notar-se que António Osório, embora muito crítico relativamente aos economistas literários, esmagadoramente maioritários na sua época, procurou tomar algumas precauções na forma como enfrentou a questão dos métodos, adoptando em geral uma posição bastante equilibrada e conciliadora evitando qualquer tom polémico. Esta atitude é perfeitamente perceptível quando afirma: *«A escola matemática não se opõe às outras escolas, nem o método matemático exclui os outros métodos; acrescenta-se a eles e nada mais»* (p. 110).

A tentação de estabelecer uma analogia entre Horta Osório e Léon Walras, relativamente ao injusto tratamento de que foram alvo por parte de júris académicos é, evidentemente, muito grande. Ambos foram excluídos de lugares que favoreceriam o desenvolvimento das suas importantes contribuições teóricas, privando várias gerações de estudantes de economia de conhecerem as suas ideias e contribuições fundamentais e retardando, por largos períodos, eventuais desenvolvimentos das suas teorias. Talvez, em ambos os casos, seja pertinente a observação de J. M. Keynes, alguns anos mais tarde, segundo a qual as razões profundas deste tipo de discriminações se encontram, menos na dificuldade ou incapacidade em compreender as ideias novas, do que em pôr em causa e abandonar as ideias antigas.

¹ Manuel Jacinto Nunes, *Subsídios para a História do Equilíbrio Geral*, Separata dos tomos XXVI e XXVII das Memórias da Academia das Ciências de Lisboa, 1988.

O livro de António Osório constitui, segundo as palavras de Jacinto Nunes «... o trabalho de economia de maior valia ... (publicado)... em Portugal, neste século»². Embora mal acolhido, como vimos, pelo júri do concurso para provimento da vaga de professor na Escola Politécnica, foi traduzido em língua francesa em 1913, com o título de *Théorie Mathématique de l'Échange* e editado por Girard & E. Brière em Paris. Nela se integra ainda uma introdução de V. Pareto onde para além de discutir o lugar e a finalidade da economia pura no quadro das ciências sociais, se reconhece os méritos científicos e pedagógicos da obra de Horta Osório. Refira-se, a este propósito, que esta introdução de Pareto bem como o prefácio do autor para a edição francesa serão igualmente publicados na presente edição.

Embora esta edição possa não ter sido o forte instrumento de difusão da teoria do equilíbrio geral de Walras e Pareto desejado pelo seu autor, como sugere Eugénia Mata³, ela permitiu que vários estudiosos da teoria do equilíbrio geral de grande nomeada tivessem contacto com o trabalho de Osório citando a sua obra, como é o caso de J. Schumpeter em *History of Economic Analysis*⁴, Eric Roll em *History of Economic Thought*⁵ ou Don Patinkin em *Money Interest and Prices*⁶, ou referindo-se-lhe mesmo de forma elogiosa, como Michel Brodsk em *Le Développement Historique de l'Économie Mathématique*⁷ ou Robert Kuene em *The Theory of General Equilibrium*⁸.

Ainda que limitada como instrumento de divulgação da teoria do equilíbrio geral, permanecendo nos subterrâneos do pensamento económico à semelhança da própria obra de Walras, redescoberta nos anos trinta por J. Hicks⁹, o trabalho de Horta Osório obtém, apesar disso, um reconhecimento internacional raro entre autores científicos portugueses.

No prefácio de 1911, António Osório explicita o objecto de estudo do primeiro volume da obra que projectara. Aí exprime o maior cepticismo relativamente ao estado da economia política da sua época, cujos trabalhos são julgados, ou de alcance teórico limitado, porque de sim-

² Manuel Jacinto Nunes, *António Osório: um economista olvidado*, Diário de Notícias, 30 de Abril, 1987.

³ Eugénia Mata, «A False start of neoclassical economics in Portugal — the work of António Horta Osório», texto apresentado na *Annual European Conference on the History of Economics, ECHE'96*, Lisboa, CISEP, 1996.

⁴ J. Schumpeter, *History of Economic Analysis*, George Allen & Unwin, London-Boston-Sydney, 1954.

⁵ Eric Roll, *History of Economic Thought*, Faber and Faber, London, 1945.

⁶ Don Patinkin, *Money Interest and Prices*, Peterson and company, New York, 1955.

⁷ Michel Brodsk, *Le Développement Historique de l'Économie Mathématique*, Librairie Générale de Droit et Jurisprudence, Paris, 1949.

⁸ Robert Kuene, *The Theory of General Equilibrium*, Princeton University Press, Princeton, 1963.

⁹ John Hicks, «Léon Walras», *Econometrica*, 1934.

ples aplicação prática, ou de propaganda revestida de roupagem científica, entre estes incluindo, com enorme ligeireza, a obra de Marx. Desta apreciação retira o autor a conclusão de que «... a verdadeira ciência económica está ainda por constituir». (p.ii)

A escola matemática, «definitivamente constituída» com as obras de Walras e Pareto, nasceu precisamente para cumprir o desiderato grandioso de «... constituir a verdadeira ciência económica como ciência experimental». (p.iii). Para alcançar este objectivo, aquela escola parte de fenómenos simples, facilmente verificáveis, para deduzir uma teoria abstracta dos gostos humanos, uma «mecânica racional dos desejos», que será a base de largos desenvolvimentos futuros. A sua aplicação à realidade complexa, essa, só poderá ser feita através de sucessivas mediações como a «mecânica racional pode sê-lo à construção de pontes...». (p.iv).

Das considerações anteriores decorre em boa medida a definição do âmbito e alcance do seu próprio livro. «O presente trabalho é pois um estudo de ciência pura...», (p.v) afirma, assente nas concepções daqueles dois «sábios» fundadores da escola matemática.

Os quatro primeiros capítulos do livro tratam, segundo o próprio autor, os aspectos gerais de aplicação do método matemático, enquanto os restantes são consagrados ao estudo da teoria da troca de Walras e Pareto. No prefácio à edição francesa considera expressamente que os quatro primeiros se destinam ao público em geral, enquanto que os últimos exigem conhecimentos de álgebra, geometria analítica e cálculo infinitesimal.

No primeiro grupo de quatro capítulos, Osório procura definir os objectivos gerais da escola matemática e precisar o objecto e método da economia pura e do equilíbrio geral, no qual se inclui a justificação e a demonstração da necessidade do método matemático, constituindo, quanto a nós, a contribuição mais original e criticável e, por isso, a mais estimulante do trabalho de Osório. Aqui se apresenta, sequencialmente, uma breve história da economia matemática (Cap.I), uma crítica severa das definições de ciência económica e de economia pura dadas por Léon Walras (Cap.II), as concepções de Vilfredo Pareto sobre estas matérias que o próprio autor parece compartilhar (Cap.III), terminando com uma interessante e estimulante incursão na metodologia onde firmemente se afirma a necessidade do método matemático (Cap.IV).

O Capítulo I que o autor denomina de *História* procura atingir três objectivos: clarificar o significado da expressão «aplicação da matemática ao estudo da economia», dar conta dos primeiros trabalhos que seguiram esta orientação e fazer uma apresentação breve e geral da teoria de Walras, afirmando clara e explicitamente o carácter matemático desta contribuição fundamental.

De acordo com Osório, a aplicação da matemática ao estudo dos fenómenos económicos ao longo do tempo terá seguido basicamente duas orientações: a primeira, que consistiu na tradução em fórmulas

algébricas de princípios desenvolvidos sem recurso às matemáticas, é considerada inútil; a segunda, que procurou obter com a sua aplicação resultados que não poderiam ser alcançados por outros meios, é encarada como constituindo o impulso decisivo capaz de proporcionar o radioso futuro da economia pura, anunciado pelo autor.

A propósito desta questão, Osório adopta uma posição bastante radical e completamente antagónica da tradição marshalliana designadamente quando afirma: «*Se a matemática deve fornecer-nos apenas uma linguagem nova não vale a pena empregá-la*» (p. 9), mesmo admitindo que ela pode revelar-se mais concisa e rigorosa. Mais do que uma linguagem diferente «... a lógica matemática pode auxiliar-nos, com os seus meios poderosos, na descoberta de leis que regem os fenómenos económicos» (p. 9). Esta é, evidentemente, uma das proposições centrais da escola matemática, a qual, apesar de todas as discussões, não tem deixado progressivamente de se afirmar na ciência económica moderna.

António Osório procura traçar o caminho de evolução da economia matemática referindo, a este propósito, as contribuições dos italianos Beccaria, e Ortes, os trabalhos do francês Cannard e do inglês Whewell e destacando, nesta excelente digressão, os nomes de Cassel, Cournot, Dupuit e Gossen, relativamente aos quais explicita as contribuições mais essenciais dos fundadores da moderna escola matemática. Aí se recordam igualmente as contribuições de Stanley Jevons e Léon Walras (este classificado como génio) para a teoria da utilidade e se esclarece a paternidade fundamental de Gossen nesta matéria.

As contribuições da Escola Austríaca onde inclui, Maffeo Pantaleoni juntamente com Menger, Wieser e Böhm-Bawerk, são igualmente consideradas, apesar do seu carácter não essencialmente matemático e, portanto, limitado e criticável. Edgeworth, Marshall, Fisher, Lehr e Barone são referidos como os principais economistas matemáticos da época para além, é claro, de Wilfredo Pareto que ocupa para o autor um lugar cimeiro e destacado entre os economistas.

O capítulo, contém ainda um breve resumo da teoria de Walras contemplando as definições de economia pura e de riqueza, distinguindo a este propósito capitais, rendimentos e respectiva tipologia, distinção que se encontra associada aos 4 blocos teóricos considerados por aquele autor: teoria da troca (determinação dos preços dos objectos de consumo e serviços consumíveis), teoria da produção (determinação do preço das matérias primas e serviços produtores), teoria da capitalização (determinação dos preços dos capitais novos), teoria da circulação e da moeda (determinação do preço dos capitais circulantes). Descreve seguidamente cada um dos diferentes tipos de mercado e o respectivo ajustamento que permite determinar os preços de equilíbrio e proceder às diversas trocas, as quais, naturalmente, só aos preços de equilíbrio se podem efectuar.

Osório conclui o resumo de Walras pela afirmação, ou reafirmação, do carácter matemático desta teoria nos seguintes termos: *«É uma teoria matemática, isto é, se a sua exposição pode fazer-se em linguagem ordinária, a sua demonstração é impossível sem recorrer às matemáticas. Assenta toda na teoria da troca e a teoria da troca é uma teoria essencialmente matemática»* (p.23). Permanece a dúvida relativamente ao pensamento de Osório sobre se a demonstração de resultados, aqui referida, é, para este autor, algo de substancialmente diferente da obtenção de resultados novos sugerida no prefácio e sobre o alcance da matemática.

O Capítulo 2, *A economia pura segundo Walras*, constitui sobretudo uma crítica muito violenta da definição de economia política pura desenvolvida por este autor, embora se projecte, em consequência do modo como este assunto é tratado nos *Éléments d'Économie Politique Pure*, igualmente na crítica às definições clássicas da Economia Política clássica de Quesnay, Smith e Say.

Assim, da noção de Quesnay, que considerou a economia política como *«o governo natural da sociedade»*, dirá Osório que se trata de uma definição demasiado lata. Analisando mais em detalhe as definições de A. Smith e de J. B. Say, faz delas uma apreciação completamente oposta à de Walras. Com efeito, ao contrário da opinião deste autor que defende a superioridade da definição de Adam Smith sobre a de J. B. Say, António Osório sustenta firmemente que a concepção de Smith é essencialmente errónea, porque este autor estabelece uma confusão entre a economia e a sociologia ao *«definir uma ciência pelas suas aplicações práticas»*. Esta posição de Osório peca talvez por excesso, uma vez que a definição funcional de um objecto pode constituir uma primeira aproximação, ou mesmo a única possível, como parece ser o caso do objecto moeda.

Segundo Walras, a ciência estuda os factos que podem ter duas origens: na natureza, constituindo o domínio da ciência pura que utiliza o critério verdadeiro-falso nas análises que produz; e, na vontade humana, domínio da ciência moral ou história. Esta última dividir-se-ia ainda em dois ramos, o da arte ou ciência aplicada, que diz respeito às relações entre o homem e as coisas, cujo critério é a utilidade, e o da moral onde a vontade dos homens se exerce nas relações com os outros homens, e toma como critério a justiça.

A distinção assim obtida é aplicada por Walras ao estudo da riqueza social, definida como o conjunto das coisas raras, i.e., úteis e limitadas em quantidade. Dado que estas se caracterizam pelo facto de possuírem valor de troca, serem reprodutíveis e apropriáveis, a ciência económica deve dar lugar a uma tripla divisão: o valor de troca (e a troca), como facto natural é o objecto da economia pura; a indústria, que multiplica as riquezas, é o objecto da economia aplicada; a propriedade ou apropriação dessa mesma riqueza constitui o objecto da economia social.

Esta tripla distinção feita por Walras entre ciência pura, ciência aplicada e ciência moral, tal como a própria distinção entre factos naturais e humanos são severamente criticadas pois «*Walras pôs mal o problema e resolveu pior*» (p.37).

A discussão sobre a noção de *valor de troca* constitui, provavelmente, o aspecto mais essencial e mais claro da crítica de Osório. A existência do *valor de troca* é consequência de uma certa utilidade combinada com uma certa limitação na quantidade existente do bem. O homem pode modificar um e outro dos dois factores: a utilidade substituindo a mercadoria por outra análoga, a quantidade aumentando-a dada a característica de reprodutibilidade que, como vimos, depende da vontade humana. A afirmação de que o *valor de troca* não depende da vontade humana torna-se assim inaceitável. A conclusão de Osório é lapidar e esmagadora: «... o critério seguido por Walras nas suas divisões de economia é mau nas suas bases, mau na sua forma de aplicação, e mau nos resultados a que chega» (p.47).

No Capítulo 3 do seu livro, Osório trata a concepção de economia pura que atribui a Pareto e com a qual parece identificar-se. Este tratamento não é uma pura exposição das ideias deste autor mas contém, na forma de exposição e conteúdo, uma originalidade que não podemos deixar de sublinhar. Ela contém, todavia, aspectos menos claros ou mesmo contraditórios que convêm igualmente explicitar.

O autor justifica o aparecimento das múltiplas ciências, bem como a precisão e diferenciação que se desenvolve dentro de cada uma das suas partes constituintes, pela combinação da abstracção e generalização, num processo crescentemente complexo de aproximações sucessivas. Em termos gerais, e como primeira delimitação, a economia pura distingue-se da economia política por ser, à imagem da mecânica racional, «uma parte que domina todas as outras pela sua generalidade» (p. 53), fornecendo uma primeira aproximação do fenómeno económico. Mas a análise da realidade concreta exige a consideração de muitos outros conhecimentos, designadamente os que podem ser fornecidos pela economia aplicada, por outras ciências e pelos dados concretos do problema a resolver. Esta precisão serve de preâmbulo à introdução do tema central: a definição do objecto da economia pura e o estudo do equilíbrio a que conduz.

Para António Osório, seguindo Pareto, o objecto da economia pura consiste no estudo do «*homo oeconomicus*» que ... «*É um ser abstrato, sem paixões nem sentimentos, procurando em todas as coisas o máximo do prazer...*» (p.53). Afirma-se, portanto, o carácter abstracto deste ser que «... só realiza acções económicas, isto é, que apenas procura *ofelividade*» (p. 59).

Esta definição impõe duas observações: a primeira relaciona-se com a expressão *ofelividade* utilizada por Pareto, substituindo o termo habitual de utilidade para marcar bem que se trata de uma relação sub-

jectiva entre o sujeito que disfruta o prazer e o objecto que o proporciona; a segunda, para acentuar a ideia paretiana de que as acções económicas são apenas uma parte integrável no conjunto mais vasto das acções lógicas e, portanto, conscientes do homem real.

Sublinhámos o último aspecto porque, mais adiante, António Osório parece divergir da concepção de Pareto introduzindo um objecto mais alargado para a ciência económica. Com efeito, ao admitir que um acto de caridade se possa inscrever na categoria de acto económico, ao mesmo título que a troca, António Osório nega firmemente, uma vez mais, a distinção feita por Walras entre factos naturais e humanitários baseada numa suposta diversidade da origem, assumindo convictamente a unidade na origem de ambos os fenómenos, num processo mental único. Osório conclui: «... todas essas acções são, na origem, acções económicas, tais como as definimos: aquelas que o homem pratica para satisfazer os seus gostos e desejos» (p. 78). Em consequência, a economia pura deverá considerar-se como um capítulo da psicologia abrangendo os actos como os de caridade, doação, etc., isto é, como uma espécie de «mecânica racional dos desejos humanos» (p. 72).

Osório pressente a dificuldade que pode provir, para a sua definição de economia pura, da objecção segundo a qual «o seu objecto torna-se tão vasto, que os seus contornos se perdem e diluem; transforma-se na ciência das acções humanas em geral» (p. 73) o que o leva a colocar frontal e explicitamente a questão: «A economia pura estuda, pois, todas as acções humanas?» (79).

Respondendo igualmente de forma frontal pela afirmativa sustenta que «... a economia pura assenta em certos princípios tão gerais, que de facto, dentro dela cabem todas as formas da actividade humana. A economia pura poderá ser amanhã a ciência das acções humanas em geral, capítulo imenso da psicologia, do qual as ciências sociais serão apenas uma subdivisão; por enquanto tem de ser mais modesta nas suas pretensões» (79). Assim, o *homo oeconomicus* converteu-se no *homo conscius* e o estudo das acções deste torna-se o objecto da economia pura adquirindo assim, um grau de generalidade que inspira o mesmo tipo de crítica que Osório fizera a Quesnay.

Definido o objecto da ciência económica pura em geral, Osório propõe então a sua divisão em três partes, que correspondem a uma aproximação sucessivamente mais complexa do problema económico: uma parte estática que estuda as condições de equilíbrio, uma parte dinâmica que estudará equilíbrios sucessivos e uma segunda parte dinâmica que estudará o movimento do fenómeno económico.

«A parte estática da economia é a mais avançada»; ela trata, por exemplo, o preço do trigo, hoje no mercado, que exprime o ponto de equilíbrio entre gostos e obstáculos. A segunda, sobre a qual «poucas noções temos», estuda a lei de variação dos preços tratando dos equilíbrios sucessivos (longo prazo). A terceira sobre a qual «nada absoluta-

mente sabemos, tratará da dinâmica económica, i.e., da inversão automática de tendência dos preços e da velocidade da sua variação.

De entre as partes constituintes da economia pura, a estática, cujo fim principal é o estudo do equilíbrio económico (p. 61) e integra os actos relacionados com a troca e produção, constitui o centro da atenção de Osório e o único domínio que de momento é susceptível de um estudo rigoroso. O equilíbrio económico pode ser estudado a partir da análise da troca simples, o que o autor faz de uma maneira extremamente interessante do ponto de vista pedagógico, num estilo que remete para a análise da troca de Jevons, e que lhe permite chegar à necessidade do método matemático para tratar o problema das condições necessárias e suficientes para que o problema seja determinado; nelas se incluindo a necessidade de uma determinação simultânea dos preços e quantidades a trocar, sem qualquer transacção prévia, para que aquele equilíbrio seja alcançado.

Para terminar a questão do objecto da ciência económica, justifica-se talvez notar que esta definição é balizada por duas situações: ou se define um objecto mais preciso e eventualmente limitado correndo o risco de se tornar caduco com o progresso da própria organização económica e social ou se desenvolve uma concepção muito lata, como faz Osório ou Marshall que a associa ao «... estudo da humanidade nos aspectos vulgares da sua existência»¹⁰, o que lhe confere, é certo, uma actualidade perene, embora correndo o risco de se tornar demasiado vago e impreciso.

Os aspectos metodológicos são aprofundados no capítulo 4, o qual procura demonstrar a necessidade e importância do «método matemático» para o estudo da economia teórica.

Após algumas considerações gerais sobre a lógica e o raciocínio matemático, estabelece que os raciocínios deste tipo são os únicos que nos levam a conclusões, cujo rigoroso encadeamento com as premissas postas, «o nosso espírito não chega sequer a poder negar», (p.108) sendo particularmente fecundos no domínio da economia pura. Com efeito, «É no campo da economia pura que o método matemático encontra a causa e a possibilidade actual da sua aplicação» (p. 110) ainda que limitada ao estudo da troca e produção e incapaz, de momento, de abranger o estudo de todas as acções humanas conscientes.

A necessidade deste método exprime-se em três momentos lógicos correspondendo à sequência da exposição de Osório: o primeiro que caracteriza os fenómenos económicos como mutuamente dependentes, o segundo que relaciona este facto com a noção, redefinida, de equilíbrio económico e o terceiro que mostra a necessidade do método matemático a partir daquele equilíbrio.

¹⁰ Alfred Marshall, *Principles of Economics*, 8ª ed. Londres, MacMillan, 1920, vol. 1, p.1.

Defendendo que a economia pura também é uma ciência experimental buscando na realidade as suas premissas, António Osório afirma fortemente a importância da interdependência mútua como hipótese central da análise walrasiana. «*Ora, as relações entre os fenómenos económicos são do tipo geral das relações entre os fenómenos sociais, isto é, de mútua dependência, e não apenas de causa e efeito*» (p.112). E, Osório acrescenta: «*(A)s suas partes são inumeráveis e apresentam entre si as mais variadas relações e influenciam-se mutuamente por todas as formas possíveis*» (p. 113).

Com base na ideia de interdependência, a noção de equilíbrio é redefinida e aprofundada, no sentido do equilíbrio interdependente ou geral: «*definiremos um estado de equilíbrio social ou económico aquele em que os fenómenos conjugados A, B, C, D, exercem entre si uma acção e reacção tais, que dessa mútua influência resulta a imobilização do fenómeno total, isto é, resulta num estado que continuará indefinidamente o mesmo, enquanto não houver qualquer mudança nas condições ou forças que o determinam*» (p. 119). Este equilíbrio constitui o segundo factor que aponta a necessidade da utilização do cálculo nos estudos económicos, distinguindo-se radicalmente da análise do equilíbrio parcial de Marshall, absolutamente repudiada por Walras¹¹.

Seguindo as distinções de Walras, António Osório define mercado e as espécies de mercadorias aí presentes. Considera a existência de duas secções de mercado distintas, de bens e de serviços, e explicita para cada uma o conteúdo dos objectos de transação, os agentes aí presentes e os motivos determinantes das suas acções, bem com as condições que determinam o seu equilíbrio e respectivo ajustamento. Este processo deveria permitir que nas duas secções do mercado se estabelecessem simultaneamente os «*preços correntes de equilíbrio*» para todas as mercadorias e para todos os serviços (o aluguer das terras, os salários dos serviços pessoais e os juros dos capitais).

A ligação entre as duas secções e a influência que os comportamentos dos diversos agentes exercem uns sobre os outros é visível no processo de ajustamento por aproximações sucessivas ou *tatônnement*. Este, deve permitir concluir que «*... o problema do equilíbrio do mercado tem de se pôr de forma que simultaneamente se atenda a todas as condições que determinam o equilíbrio de todos, e de cada um dos indivíduos, consumidores e produtores que se apresentam nele*» (p. 142). O estudo dos processos de ajustamento não só põe em evidência as influências recíprocas entre os diferentes actores do processo económico, mas mostra igualmente que o equilíbrio é estável, apresentando-se com uma posição limite definida pela solução matemática do sistema e, para a qual tende o funcionamento do sistema económico, passando para

¹¹ O repúdio que esta análise merece a Walras, leva-o à deselegância de apelar Marshall de «*grande elefante branco da economia política*» (Correspondance, lettre 1051).

uma nova situação de equilíbrio logo que as condições que o determinam se alteram.

A conclusão de Osório é agora a seguinte: *«É isto que só a lógica e a linguagem matemáticas podem conseguir. A lógica vulgar não pode acompanhar e seguir relações de mútua dependência nem determinar o estado final delas resultante»* (p. 145).

O estudo dos processos de dependência mútua pode situar-se em três estádios, ou *«três graus diferentes e, por assim dizer, sucessivos»* (p. 146). O conhecimento da existência de interdependências é o primeiro, nele se encontrando a economia política, antes da descoberta das doutrinas da escola matemática; ter uma ideia das ligações e relações existentes entre os diversos fenómenos *«... isto é, determinar com o maior rigor, quais as condições necessárias e suficientes para que se produza o equilíbrio na troca e na produção»* (p. 147), é o segundo grau de conhecimento, ao qual se chegou através dos conhecimentos da economia matemática; o terceiro, que implica conhecer o sentido das variações e calcular-lhes a grandeza, exige *«um conhecimento completo e perfeito»* (147) do qual se estava longe, na época.

Note-se finalmente que a indispensabilidade do método matemático não exclui a utilização de outros métodos (estatístico, histórico, dedutivo vulgar e indutivo) nem significa que estes sejam errados ou inúteis. A defesa do método matemático é feita numa base de indispensabilidade complementar e não de exclusividade, como fizemos notar inicialmente.

Nos capítulos seguintes António Osório expõe as concepções de Walras (caps. V e VI) e de Pareto (caps. VII e VIII) sobre o equilíbrio económico, quer no caso da concorrência perfeita que constitui o domínio de análise da contribuição de Walras, quer na sua extensão ao monopólio levada a cabo por Pareto.

No capítulo V (teoria de Walras) é apresentada a teoria da utilidade que inclui dois aspectos essenciais: a análise da curva de utilidade ou de necessidade, geralmente conhecida por curva de utilidade marginal decrescente, exprimindo a ideia de que a *«a intensidade da última necessidade satisfeita é uma função decrescente da quantidade de mercadoria consumida»* (p.157); e o estudo da utilidade efectiva (ou total), isto é *«... a soma total de necessidades satisfeitas pelo consumo de uma dada quantidade de mercadoria»* (p.160), representada pela área situada à esquerda da curva de utilidade marginal.

Em seguida é analisado o teorema da satisfação máxima, segundo o qual *«... o máximo de utilidade efectiva, tem lugar para cada portador, quando a relação entre as intensidades das últimas necessidades satisfeitas, ou relação das raridades, é igual ao preço»* (p. 168). Esta expressão, denominada menos rigorosamente, por Jevons de *«equação de troca»* é também, por vezes, impropriamente designada por segunda Lei de Gossen.

Com efeito, a designação de *equação de troca* é menos rigorosa num sentido restritivo, porque a expressão acima referida é válida mesmo na ausência de qualquer troca, traduzindo o comportamento de maximização do consumidor na sua escolha entre dois ou mais bens. Ela não corresponde exactamente à lei de Gossen, porque este autor estabelece simplesmente a igualdade entre utilidades marginais sem referência aos preços constituindo portanto uma versão mais limitada e menos geral do princípio da equimarginalidade, não permitindo em consequência estabelecer as relações entre preços como relação entre as raridades, como faz Walras.

Neste capítulo discute ainda os conceitos de raridade, preço e valor, segundo a perspectiva de Walras, onde a noção de raridade é definida como a qualidade das coisas úteis (ofelimas) e limitadas em quantidade, constituindo a condição da riqueza social e do próprio valor de troca. Esta expressão, é seguidamente rejeitada como inútil, devendo ser simplesmente substituída pela noção de preço. Osório, segue bem de perto a posição de Pareto sobre este assunto não resistindo, mesmo, a citar uma nota deste autor onde, a propósito da ideia de Marx de encarar a *forma preço* como *manifestação concreta do valor*, ironiza: *«tinhamos as encarnações de Buda, eis que temos as encarnações do valor!»*¹²

O capítulo VI (teoria de Walras — continuação) começa por distinguir as curvas de procura parcial (individual) e total (de mercado) apresentando seguidamente a curva da oferta e discute a relação entre a curva de procura e oferta individuais como determinando-se reciprocamente, seguindo nesta exposição uma ordem inversa à de Walras, mas que se tornou habitual na análise moderna.

A lei da procura e oferta ou lei do estabelecimento dos preços de equilíbrio é inicialmente definida no quadro da troca entre dois bens, sublinhando Osório que o próprio mercado se encarrega de encontrar a solução através do seu funcionamento prático.

Um dos importantes legados de Walras à história do pensamento é seguidamente apresentado com grande clareza. Trata-se da discussão analítica das curvas de procura deduzidas das curvas de utilidade, fazendo-se a clara distinção entre curva da procura descritiva ou empírica e a obtida por via de dedução teórica. António Osório mantém a representação walrasiana de inspiração cartesiana de colocar a variável dependente no eixo das ordenadas e os preços ou a raridade, conforme os casos, no eixo das abcissas.

O caso geral da troca de m bens e n indivíduos em concorrência perfeita, pode agora ser apresentado incluindo a definição de um sistema de equações de procura e de oferta e a discussão sobre a determinação do equilíbrio geral dos m mercados com a determinação das m quantidades de equilíbrio e $m-1$ preços de equilíbrio que são preços

¹² Vilfredo Pareto, 2ª ed., *Manuel d'Économie Politique*, Marcel Giard, 1927, p.242.

relativos, expressos, portanto, na mercadoria-numerário. Por seu lado, o preço desta mercadoria, escolhida para numerário, é estabelecido por convenção constituindo uma variável de dimensão do próprio sistema e definindo o nível absoluto dos preços.

Neste caso geral, como no precedente, espera-se que o mercado resolva de forma prática o sistema de equações referido através do processo de aproximações sucessivas designada por *tatônnement* no qual a variação dos preços toma o sinal da procura excedentária, convergindo para o equilíbrio¹³ através da redução progressiva dos desvios das quantidades em resposta às sucessivas variações dos preços propostos pelo *commissaire priseur*. Este processo é igualmente apresentado de maneira muito precisa, aprofundada e pedagógica por Osório.

A teoria de Pareto é apresentada nos capítulos VII e VIII, tendo em atenção respectivamente os seus *Cours d'Économie Politique* e *Manuel d'Économie Politique*.

O capítulo VII (O equilíbrio económico na troca segundo Vilfredo Pareto) inicia-se com a apreciação de algumas críticas dirigidas por terceiros à análise de Walras, tomando António Osório uma posição geralmente favorável a este autor. Destaca-se a objecção de Fisher que sustenta ser *indemonstrável* a hipótese admitida por Walras, sobre a mensurabilidade da utilidade; objecção que Pareto admite ser pertinente, sugerindo uma análise da utilidade em termos ordinais, desenvolvida exaustivamente no *Manuel d'Économie Politique*, para ultrapassar esta dificuldade. Osório voltará a este assunto de uma forma definitiva mais adiante.

Uma correcção à análise de Walras feita por Edgeworth e admitida por Osório relaciona-se com a generalização das funções da utilidade sugerida por aquele autor, de forma a que a utilidade marginal de uma mercadoria qualquer não dependa apenas do consumo de uma unidade adicional desta mercadoria mas ainda das quantidades consumidas de todas as outras mercadorias.

Finalmente, Osório expõe a teoria da troca apresentada por Pareto no *Cours d'Économie Politique* que segue muito de perto a análise sobre o mesmo assunto de Walras e compara o equilíbrio assim obtido ao equilíbrio mecânico de Lagrange. Esta analogia com a mecânica, levada extremamente longe por I. Fisher¹⁴, é, até certo ponto, aceite por Osório que encara a *«economia pura como sendo a mecânica racional dos desejos humanos»* (p.276).

¹³ Sobre esta matéria, Samuelson mostraria mais tarde a necessidade que as procuras excedentárias se reduzam progressivamente para que a estabilidade do equilíbrio seja assegurada, embora a convergência para o equilíbrio se tenda a fazer a uma velocidade progressivamente decrescente, à medida que as próprias procuras excedentárias se reduzem

¹⁴ Irving Fisher, *Mathematical investigation in the theory of value and price*, London, 1892.

António Osório desenvolve então de maneira completa a dedução do «*decrecimento da procura em função do preço*» atribuindo a participação desta dedução a Pareto afirmando estranhamente: «*Esta dedução é nova e original, porque Walras não fez mais do que discutir a curva da procura, que ele aliás pôs empiricamente*» (p.278).

Esta referência é, não apenas contrária à tradição da história do pensamento económico que considera Walras o seu autor, como é contraditória com o tratamento do mesmo assunto no capítulo VI onde se apresenta a teoria de Walras e no quadro da qual se efectua uma «*discussão analítica das curvas de procura deduzidas das curvas de utilidade*» como se anuncia no sumário do capítulo.

Na verdade, a abordagem de Walras, através da qual se apresenta a curva da procura inicialmente no plano empírico, permite simplesmente mostrar que a teoria da troca, enquanto tal, pode desenvolver-se indiferentemente na base de curvas empíricas ou teóricas. Osório leva ainda a cabo uma discussão sobre os bens inferiores e o efeito Giffen¹⁵ no quadro daquela dedução e na hipótese de não serem independentes os consumos das diversas mercadorias.

O desenvolvimento da análise extendendo-a ao caso do monopólio, constitui, para Osório, um importante complemento trazido por Pareto à contribuição de Walras que se situava exclusivamente no quadro da concorrência perfeita o que a torna desde logo incompleta. O exame de situações de monopólio permite mostrar a possibilidade de soluções indeterminadas, bem como sublinhar as desvantagens que dele decorrem para o consumidor.

O capítulo VIII (O equilíbrio económico da troca segundo Vilfredo Pareto) apoia-se no *Manuel d'Économie politique de 1909*. Este capítulo mostra como a teoria da escolha permite alcançar os resultados precedentes completando e aprofundando a análise anterior. Inicia-se pela discussão sobre as propriedades das curvas de indiferença, substituindo-se a hipótese de utilidade cardinal por um índice de ofelividade, terminando com a análise das restrições que enfrentam os agentes no seu comportamento maximizador e que se exprimem nos caminhos ou atalhos que podem percorrer.

A apresentação de uma análise geométrica para o caso da troca de duas mercadorias entre dois indivíduos com o auxílio de uma caixa do tipo da de Edgeworth explicando, não demonstrando¹⁶, a forma como se estabelece o equilíbrio estável e seu preço que constitui a linha de trocas entre os dois bens aceite por ambos os indivíduos.

¹⁵ Definitivamente tratado por Slutsky distinguindo na variação do preço entre o efeito-substituição e o efeito-rendimento. «*Sulla Teoria del Bilancio del Consumatore, Giornale degli Economisti, 1915.*»

¹⁶ Esta nossa expressão serve para sublinhar o aspecto metodológico, essencial para Osório, segundo o qual a *demonstração* exige necessariamente a utilização do método matemático; qualquer dos outros sendo insuficiente para levar a cabo esta tarefa.

Finalmente discute os casos mais complexos do equilíbrio económico usando o cálculo diferencial. Começa pelo estudo do caso de um indivíduo e dois bens, seguindo-se o de *um* indivíduo e *m* mercadorias; qualquer destas análises permanecendo, portanto, no quadro do equilíbrio económico do consumidor. Passa em seguida à troca efectiva, tratando o caso geral com *n* indivíduos e *m* mercadorias o que antecede o estudo do monopólio. Este, é analisado em dois casos, segundo o objectivo do monopolista seja a obtenção da maior quantidade de moeda ou o máximo de ofelividade possível.

António Osório não resiste em voltar ao problema da crítica de Fisher sobre a mensurabilidade da utilidade sublinhando a intenção de Pareto ao escrever o seu Manual de chegar aos resultados walrasianos sem fazer uso desta hipótese. Osório reafirma a sua apreciação de que estes resultados dispensam aquela hipótese uma vez que a curva da raridade traduz «*um facto experimental*» consistindo «... em que os prazeres resultantes da satisfação de um desejo irem diminuindo à medida que o desejo vai sendo satisfeito» (p.380), podendo ser construída como simples representação geométrica dos factos observados. Assentando a sua teoria sobre este facto, Walras, «*não precisava de introduzir nela hipóteses indemonstráveis*» (p.381) e irrelevantes para o desenvolvimento da teoria do equilíbrio geral, bastando-lhe simplesmente retirar a afirmação onde diz «*Suponho, portanto, que existe um padrão de medida para a intensidade das necessidades ou utilidade intensiva*»¹⁷.

Após a apresentação do conteúdo geral da obra de Osório, é chegado o momento de fazermos um balanço global sobre o seu significado e importância.

A contribuição de António Osório é, a todos os títulos, notável. A *Matemática na Economia Pura* revela um conhecimento profundo da teoria professada pela escola de Lausanne, uma firme opção a favor das virtudes da aplicação do método matemático e do equilíbrio geral, aliados a uma capacidade invulgar de tratar assuntos delicados e difíceis de uma forma clara e rigorosa. Neste sentido, a sua afirmação segundo a qual «*A forma a ordem das matérias, algumas demonstrações e vários desenvolvimentos não possuem nada em comum com os mestres*»¹⁸ exprime com alguma modéstia a sua importante contribuição. Algumas dificuldades e contradições aí detectadas não retiram o brilho e a importância à obra de António Osório.

Em síntese, a crítica da definição do objecto da economia pura proposto por Walras e apelidada de quinta essência da metafísica, embora pertinente em traços essenciais, revela uma dureza, que nos parece

¹⁷ Léon Walras, *Éléments d'Économie Politique Pure*, Librairie Generale de Droit et de Jurisprudence, Paris, 1952, p.74.

¹⁸ Prefácio à edição francesa, p.7.

excessiva e desajustada. A definição do objecto da economia pura proposto por Osório é, pelo contrário, menos conseguida.

Por outro lado, ao fazer da economia pura um ramo, ainda que importante, da psicologia, definindo-a como uma teoria geral do prazer e dos obstáculos à sua prossecução, António Osório constitui a psicologia como a ciência geral do comportamento humano; concepção sem dúvida presente nas suas investigações sobre a psicologia da arte. Como consequência, atribui à economia um papel menor como ciência autónoma, apesar da definição abrangente do seu objecto e é obrigado a definir, para a época, um objecto muito mais restrito como seja o de estudar as condições de equilíbrio da troca e da produção. A necessidade e as virtudes do método matemático são bem defendidas por Osório, partindo da ideia de que os factos económicos, que por vezes diz sociais, manifestam a existência de relações de interdependência, e não somente de causa-efeito, exigindo a utilização do método matemático para analisar as condições de existência e determinação do equilíbrio.

A argumentação sobre a necessidade do método matemático é clara e dificilmente contestável, independentemente da discussão relativa às potencialidades deste método, entre a posição que sustenta a sua indispensabilidade como instrumento necessário à demonstração de resultados manifestamente impossíveis sem o seu auxílio e os que lhe conferem a capacidade mais ampla de obter resultados novos, permanecendo, é claro, no campo da análise económica pertinente. António Osório parece pender a favor da última, embora sem nenhuma explicitação definitiva.

A exposição sucessiva das contribuições de Walras e de Pareto é igualmente levada a cabo de maneira precisa e clara, quer na apresentação das teorias da utilidade e da troca de Walras, quer no desenvolvimento das teorias da ofelimidade e do equilíbrio económico em ambiente concorrencial e monopolístico de Pareto, com particular relevo para a abordagem dos assuntos analisados no *Manuel d'Économie Politique*.

É claro, a análise destes dois autores tem conhecido desde então importantes desenvolvimentos que não é mister aprofundar aqui, embora se entenda pertinente deixar um comentário sobre alguns dos caminhos percorridos pela teoria do equilíbrio geral. Para além dos problemas relacionados com a existência, estabilidade e determinação do equilíbrio geral tratados, entre outros por Wald, Arrow e Debreu, Samuelson e Hicks¹⁹, duas contribuições, a nosso ver, mais substantivas merecem destaque.

A contribuição de Don Patinkin desenvolvida na obra *Money Interest and Prices*, já referida, onde procede a uma reformulação da aná-

¹⁹ Uma síntese sobre este assunto encontra-se, designadamente, na obra já referida de Manuel Jacinto Nunes, *Subsídios para a história do equilíbrio geral*, Lisboa, 1988.

lise do equilíbrio geral, introduzindo uma variável monetária, ausente na análise tradicional, como argumento das funções de comportamento com o objectivo explícito de integrar a moeda na teoria do valor e determinar endogenamente o nível absoluto dos preços. Este desenvolvimento permite, por um lado, ultrapassar a estreita dicotomia ortodoxa entre o sector real e monetário da economia, e por outro, reafirmar o resultado fundamental para esta escola que consiste na neutralidade da moeda; estabelecida, embora, exclusivamente na situação de equilíbrio.

Apoiados na contribuição inicial e original de Patinkin sobre o desequilíbrio, à qual se junta as de Clower e Leijonhufvud, Barro e Grossman e mais tarde Benassy, Drèze e Hahn, entre outros, desenvolvem uma diferente abordagem do equilíbrio geral introduzindo a hipótese dos *preços fixos* e prescindindo da figura do *commissaire priseur*, isto é do mercado centralizado. Em consequência, admite-se a possibilidade de transacções fora do equilíbrio originando comportamentos restringidos em mercados racionados dando origem a uma análise tipológica onde se inscrevem o equilíbrio walrasiano e o desequilíbrio keynesiano como casos particulares. Chega-se assim, a resultados keynesianos a partir de um modelo de equilíbrio geral manipulando algumas das suas hipóteses simplificadoras.

Enfim, apesar dos muitos desenvolvimentos que entretanto intervieram na análise do equilíbrio geral, a obra de Osório é indiscutivelmente de enorme significado e alcance teórico merecendo, ainda hoje, uma leitura atenta, e não só pelos economistas interessados no pensamento económico português, mas por todos os que estudam com interesse a teoria económica, neste caso baseada nas análises da escola de Lausanne e do equilíbrio geral. A obra de Osório constitui, portanto, uma referência sobre este assunto, não merecendo sequer discussão o facto de se tratar de um trabalho que, pela sua qualidade, ocupa um lugar cimeiro entre as contribuições portuguesas no domínio do pensamento económico teórico. Na verdade, quando confrontada com a literatura económica, de feição essencialmente doutrinal e política, produzida por tantos outros autores nacionais contemporâneos, a obra de Osório reveste um carácter duplamente excepcional: porque a sua preferência teórica e analítica é uma clara excepção ao tipo de abordagem prevalente e porque o seu objecto e método de análise o colocam num plano de excepcional modernidade no contexto do pensamento económico mundial.

A MATHEMATICA
NA
ECONOMIA PURA

POR

ANTONIO DE SOUSA HORTA SARMENTO OSORIO

1.º VOLUME

A TROCA

**DISSERTAÇÃO APRESENTADA PARA O CONCURSO
DA 10.ª CADEIRA DA ESCOLA POLYTECHNICA EM MARÇO DE 1911**

Composto e impresso no
CENTRO TYPOGRAPHICO COLONIAL
Largo da Abegoaria, 27 e 28

ANTÓNIO DE SOUSA HORTA SARMENTO OSÓRIO

A MATEMÁTICA NA ECONOMIA PURA: A TROCA

PREFÁCIO

Damos hoje a publico o 1.^o volume de um trabalho sobre a aplicação das matemáticas ao estudo da economia pura. estudamos nele certos pontos de vista gerais relativos à aplicação do método matemático, e a teoria do equilibrio económico na troca. no 2.^o volume ocupar-nos-emos do estudo da produção e da capitalização¹.

O presente trabalho é um estudo de ciência pura e abstracta. Os 4 primeiros capítulos podem ser lidos por toda a gente. Os 4 últimos exigem no leitor certos conhecimentos de álgebra, geometria analítica, e cálculo infinitesimal. O número de leitores tem de ser assim forçosamente reduzido. De resto, dentre estes mesmos, só encontrarão prazer na leitura deste trabalho, aqueles a quem interesse o estudo objectivo das coisas, sem outro fim que não seja o de determinár as suas relações, e abstraindo por completo de qualquer utilidade prática imediata. É dever nosso fazer lealmente esta prevenção.

No presente trabalho não se estuda nenhum problema prático, nem se encontra a solução de nenhuma questão concreta. Estudam-se apenas as relações abstractas que ligam os desejos humanos, entre si, e com os obstáculos que se opõem à sua satisfação.

As razões que nos levaram a fazer este trabalho foram as seguintes.

A economia política, muito embora se pense geralmente que tem nos últimos tempos realizado enormes progressos, está no entanto muito longe de ter caminhado tanto como se diz. Nos últimos tempos um grande número de economistas enveredaram mesmo por um caminho que não pode levar ao mais pequeno resultado, sob o ponto de vista científico.

De facto, uma grande parte dos trabalhos de economia política, que saem diariamente a lume, pertencem a uma ou outra das duas seguintes categorias: 1.^a trabalhos de aplicação prática e de resolução de certas questões concretas. Estes trabalhos são quase sempre de grande

¹ O 2.^o volume, aqui anunciado, nunca viria a ser escrito, provavelmente como consequência do desencanto provocado pela frustrada tentativa em prosseguir uma carreira académica na Escola Politécnica de Lisboa.

utilidade e os únicos mesmo de que é possível tirar qualquer vantagem imediata. Mas, em primeiro lugar, ocupam-se apenas de certos pontos concretos da economia de um povo qualquer, e o seu alcance científico é por isso forçosamente muito limitado, e em segundo lugar as suas conclusões são sempre relativas às condições do meio em que tal estudo foi feito: as conclusões a que é possível chegar estudando as condições de funcionamento do Banco de Inglaterra, não bastam para resolver praticamente os problemas que se ligam à nossa circulação fiduciária e ao regime do contrato entre o Estado e o Banco de Portugal; 2.^a trabalhos teóricos em que, com roupagens científicas, se não faz mais do que a propaganda de certas maneiras de sentir dos seus autores.

Se os trabalhos da 1.^a espécie são úteis sob o ponto de vista prático, embora limitados nas suas aplicações, os da 2.^a espécie podem sê-lo como meio de propaganda, determinando por vezes importantes correntes de opinião e largos movimentos sociais; sob o ponto de vista científico o seu valor é quase sempre nulo, ou quase nulo. Estão neste caso a maioria das obras socialistas, e quem conhece um pouco a bibliografia económica moderna, sabe bem que as obras dos autores socialistas aparecem numa proporção que não deve envergonhar os sectários desse cristianismo do século XX, cujo Deus se chama Karl Marx. É certo que, se algumas destas obras mal se dão ao trabalho de esconder o lado metafísico das suas proposições, que são verdadeiros preceitos de uma nova Bíblia, outras procuram encobri-lo, dando-lhes forma científica. O tipo das primeiras pode ser a «República» de Platão ou as obras de certos comunistas modernos; o das segundas pode ser «O Capital» de Marx. É certo que Marx parece deduzir muitas das suas conclusões da simples observação dos factos, e não sair portanto para fora do campo da ciência. Na realidade as suas principais proposições foram por ele postas antes e independentemente dos factos, de que parece deduzi-las. Estes foram *acrescentados* a uma concepção já formada, e a uma ideia já assente. Não lhe serviram de base; serviram-lhe de justificação.

É evidente que a orientação de todos os autores que escrevem com o pensamento formado de demonstrar uma certa tese ou de confirmar uma dada proposição, não pode, sob o ponto de vista científico, levar a grandes resultados. A ciência não é outra coisa senão o estudo dos factos e das relações entre eles. Pela comparação dos factos e das suas relações, chega a determinar as uniformidades ou leis que essas relações apresentam. O seu campo de acção é este e não outro. Evidentemente os únicos meios de que ela deve lançar mão, são a experiência, quando possível, ou a observação quando à experiência não seja possível recorrer. Mas estes dois processos nada têm de comum com aquele que consiste em procurar harmonizar os factos reais com uma concepção previamente formada. Este processo pode dar esplêndidos resulta-

dos apóstolos a uma religião. Não pode nunca ser o de verdadeiros homens de ciência.

E como é certo que uma grande parte dos livros de economia moderna foi escrita sob esta orientação, pode afirmar-se que os progressos desta ciência não são tão grandes como geralmente se supõe. A *grande maioria* dos livros que, sobre assuntos económicos, diariamente se publicam, ou têm um interesse restrito de trabalhos práticos, ou são, como obras de ciência, verdadeiros romances.

Não queremos evidentemente afirmar que nenhuma das obras de economia modernas possa considerar-se um trabalho científico. O nosso fim é apenas o de frisar que a maioria dessas obras tem pouco ou nenhum valor científico, e que a verdadeira ciência económica está ainda por constituir. Isto nos levou a escrever o presente trabalho.

De facto, a chamada escola matemática nasceu precisamente da necessidade de reagir contra as tendências metafísicas de grande número de economistas e de sociólogos.

O verdadeiro fundador desta escola foi Léon Walras, professor de Economia Política na Universidade de Lausanne, e o seu grande continuador, Vilfredo Pareto. Os ensaios de aplicação das matemáticas à economia vêm de longe. Mas só com as obras daqueles dois sábios pode considerar-se definitivamente constituída a chamada escola matemática.

Esta escola busca constituir a verdadeira ciência experimental. Partindo de certos fenómenos muito simples, cuja evidente verdade todos podem facilmente verificar, tenta deduzir deles a ciência económica pura, teoria abstracta dos gostos humanos, espécie de mecânica racional dos desejos, para fazer dela a base de possíveis trabalhos do engenheiro e do construtor de máquinas.

É porém curioso notar que, obedecendo a economia matemática à ideia de fazer um estudo objectivo rigoroso dos fenómenos económicos, fazendo assim da economia uma verdadeira ciência experimental, e separando-a de todas as considerações éticas e metafísicas que costumam acompanhar as suas proposições, um dos argumentos que contra ela costumam levantar-se, seja precisamente que as suas conclusões nos afastam do mundo real, sendo talvez verdadeiras para seres de fantasia, mas absolutamente inaplicáveis aos homens tais como eles se mostram constituídos.

Os autores desta objecção abster-se-iam de a repetir se dessem ao trabalho de estudar durante alguns anos as matemáticas puras, para poderem em seguida ler e meditar as obras que criticam. Nelas veriam então que as conclusões da economia pura são tão aplicáveis aos homens reais, como as de mecânica racional podem sê-lo à construção de pontes. Veriam que o economista que procurasse resolver questões concretas baseando-se nas simples proposições da economia pura, cometeria um erro semelhante ao do engenheiro que tentasse montar

uma fabrica não conhecendo mais do que a mecânica racional. Mas o que não poderia concluir daqui era que a economia pura era uma fantasia ou a mecânica racional uma ciência, cujas conclusões, verdadeiras para máquinas ideais e para pontes ideais, nenhuma relação tinham com as máquinas ou as pontes reais. Não esqueceriam mais uma grande verdade, que o professor Pareto se não cansa de repetir, e que, constituindo uma pura banalidade no campo das chamadas ciências naturais, é no entanto bem raramente lembrada pelos que cultivam as ciências sociais: *«a ciência é essencialmente analítica, a prática é essencialmente sintética»*. Os fenômenos reais, seja qual for a sua espécie, são sempre de uma infinita complexidade. Para bem os conhecer é preciso decompô-los, separar os seus elementos constitutivos, para poder comparar esses elementos entre si, e achar assim a uniformidade que entre as suas relações possam existir.

É este o papel da ciência: separar para conhecer, abstrair para poder generalizar. Daqui resulta que sendo a ciência uma só, os seus ramos se especializem e dividem cada vez mais. Mas uma vez conhecidos os fenômenos na sua constituição, é necessário de novo juntar e combinar para poder entrar no campo das aplicações. É este o papel das ciências aplicadas ou artes.

Desenvolvemos no cap. III esta noção: por agora desejamos apenas fazer-lhe uma referência para justificar o processo seguido no estudo da ciência econômica, pelos autores cujas teorias o presente trabalho tem por fim apresentar.

Queremos assim pôr de sobreaviso o leitor, e poupar-lhe a desilusão que teria, se esperasse que o presente trabalho, orientado pelas concepções da economia matemática, viesse resolver *praticamente*, e com rigor que se liga sempre às deduções de ordem matemática, algum dos numerosos problemas concretos de que a economia política quase exclusivamente costuma ocupar-se.

Não é esse o fim dos trabalhos de Walras e Pareto. Separando-se absolutamente da orientação *prática* de quase todos os economistas, que aliás não desejam por forma alguma censurar, o fim desses autores é apenas o de contribuir para que se constitua definitivamente a ciência econômica como uma verdadeira ciência experimental, muito embora o caminho que trilham seja mais longo, e só mais tarde possa conduzir a resultados práticos. Mas quando estes chegarem a ser atingidos terão, ao menos, um rigor e uma certeza, que os processos vulgarmente seguidos pelos economistas, nunca permitiriam atingir.

O presente trabalho é pois um estudo de ciência pura, por vezes fatigante nas minúcias e detalhes a que desce, e que não podem nunca evitar-se quando se pretende estudar de perto a verdade. Assente, como dissemos, nas concepções dos dois grandes fundadores da teoria do equilíbrio econômico, está longe de ser, porém, uma reprodução textual das conclusões desses dois sábios. A ordem das matérias é outra

e a sua exposição quase sempre diferente. Certos pontos, que nos não pareceram indispensáveis, foram eliminados, e certos outros largamente desenvolvidos. Procurámos sobretudo fugir a uma das grandes dificuldades que oferece a leitura das obras dos dois fundadores da economia pura e com a qual nós mesmos tivemos de lutar: a demasiada concisão de certas deduções fundamentais. Procurámos fazer um trabalho que, exigindo no leitor certos conhecimentos indispensáveis de matemática pura, pudesse no entanto ser lido, por quem os possuía, com a maior facilidade, o que não acontece com as obras dos dois fundadores da escola.

No cap. I fazemos uma breve referência a alguns dos principais precursores da escola, ocupando-nos mais tempo as ideias de Gossen, cuja obra contém em gérmen alguns dos pontos fundamentais da doutrina de Walras, e apresentando um resumo da teoria deste último sábio, para a qual não teríamos lugar nos capítulos seguintes. No cap. II, apresentamos e criticamos a concepção de Walras sobre o objecto da economia pura. Pareceu-nos sempre que, neste ponto, as ideias de Walras, eram a quinta essência da metafísica, o que constitui uma anomalia curiosa, tratando-se de um sábio em cujo cérebro se elaborou a ideia vasta e profunda do equilíbrio económico geral. Mas as contradições desta natureza são por vezes observáveis precisamente nos maiores pensadores. Newton, comentando a Apocalipse, não é o Newton dos «Princípios» e da gravitação universal. Augustin Cauchy discutindo coisas políticas, nada tem de comum com o grande matemático, ao qual a ciência deve tão maravilhosas descobertas. O Spenser do «Inconnaissable» e da primeira metade dos «Primeiros Princípios» não é o grande pensador que pôs e deduziu o princípio da evolução e que escreveu as páginas admiráveis da «Psicologia» e da «Sociologia». Walras, criando a teoria do equilíbrio económico na livre concorrência, não é o mesmo que escreveu certas passagens metafísicas da sua «Economie Sociale», e que elaborou a 1.^a parte da «Economie Pure». O fim da crítica que fazemos no cap. II é precisamente o de pôr em destaque esse facto. Não queremos que Walras, pensador a matemático, possa sofrer com as críticas que merece Walras metafísico.

No cap. III estudamos e desenvolvemos a concepção sobre a economia pura, que se destaca das obras de Pareto. Resumimos e condensamos nesse capítulo certas noções dispersas aqui e ali, pelas obras do professor Pareto, que se não ocupou, em capítulo especial, de definir bem o objecto da economia pura, e que sobre o assunto nos fornece várias noções, que podem parecer inconciliáveis, à primeira leitura, e que, em todo o caso, produzem certa confusão em quem não tenha feito um estudo atento e demorado das ideias do autor. Juntámos várias considerações, por meio das quais desenvolvemos largamente a concepção de Pareto, mostrando bem a largueza e o alcance da sua ideia, e relacionando-a com o estudo das ciências sociais, em geral.

O cap. IV foi escrito para esclarecer as dúvidas que poderia levantar o emprego do método matemático. Também este ponto não é senão incidentemente tratado nas obras dos economistas matemáticos. Quis-nos parecer que seria útil desenvolver a ideia de Pareto sobre o assunto, mostrando bem quais as razões que tornam indispensável o emprego do método matemático, e qual o seu campo de aplicação. Devemos, no entanto, lembrar que as conclusões a que chegamos nesse capítulo, não obstam a que o método matemático possa ser útil, e até por vezes indispensável, para o estudo de certas questões económicas concretas. Por meio do cálculo infinitesimal e de probabilidades, estudou Pareto no «Cours» a «curva dos rendimentos», cuja equação logarítmica obteve por meio da interpolação. E atingiu, por essa forma, conclusões que, sem tais recursos, nunca poderia atingir, e cujo alcance *prático* é importante. Mas se a matemática pode por vezes ser indispensável no estudo de certas questões económicas, isso não obsta a que o seu principal campo de aplicação seja o da economia pura, onde o seu emprego é indispensável.

É, isto que procuramos demonstrar e esclarecer no cap. IV.

Os capítulos V, VI, VII e VIII são a exposição dos principais pontos de vista de Walras e Pareto sobre o equilíbrio económico na troca, quer no caso da livre concorrência, quer no do monopólio.

Assentes esses capítulos nas ideias dos dois sábios, nem a forma, nem a ordem de exposição, nem certas demonstrações e desenvolvimentos têm coisa alguma de comum com as suas obras.

Como dissemos, procurámos sobretudo fugir à excessiva concisão de certas deduções que torna a leitura dos livros dos dois fundadores da escola, difícil e fatigante.

Se algum dos raros leitores, que tivermos em Portugal, considerar claramente expostas as matérias, teremos obtido suficiente recompensa para o nosso trabalho.

Lisboa, Fevereiro de 1911.

O Autor

CAPÍTULO I

HISTÓRIA

História

§ 1.º — A aplicação da matemática ao estudo da ciência económica tem sido feita de duas maneiras, absolutamente distintas. Alguns autores, de entre os quais Whewell² é o mais notável, limitaram-se a traduzir em formulas algébricas, os princípios que outros economistas tinham deduzido, sem auxílio da matemática. Este método está hoje quase abandonado. Se a matemática deve fornecer-nos apenas uma linguagem nova, não vale a pena empregá-la. É certo que a linguagem algébrica é mais simples, mais rigorosa, e mais clara do que a linguagem vulgar. Mas é-o apenas para aqueles que a entendem. E como estes são em número limitado, não vale a pena dificultar a leitura de uma obra, se, pelo emprego da matemática, apenas se busca uma linguagem nova. Mas a lógica matemática pode auxiliar-nos, com os seus meios poderosos, na descoberta de leis que regem os fenómenos económicos. Empregando-a com este fim, não nos limitamos já a usar uma linguagem nova; empregamos um processo de análise novo. E teremos ocasião de ver que este processo é, não só útil, mas, em muitos casos, indispensável.

Só nos ocuparemos daqueles que, neste sentido, têm entendido a aplicação das matemáticas à economia.

§ 2.º — O estudo do percursos da escola matemática levava-nos muito longe. Teríamos de ir apontar, aqui e ali, uma ideia solta, uma sugestão, um raciocínio mais ou menos definido, e compilar, nesse amalgama incoerente, os pensamentos, que mais tarde foram aproveitados, sistematizados e desenvolvidos.

Não nos demoraremos pois na apreciação das obras de Beccaria, (*Tentativo analítico sui contrabandi*, 1765) onde, pela primeira vez, se formula matematicamente um problema social, nem na de Guglielmo

² Whewell, William (1794-1866). Economista matemático inglês nascido no Lancashire, frequentou o Trinity College onde ensinou Minerologia e Filosofia Moral. Contribuiu para o desenvolvimento inicial da economia matemática designadamente com o trabalho *Mathematical Exposition of some Doctrines of Political Economy* apresentado à sociedade filosófica de Cambridge em 1829.

Silio (*Saggio su l'influenza dell'analisi nelle scienze politiche ed economiche applicato ai contrabbandi*, 1792), onde os 5 problemas, que se propõe resolver, são tratados algebricamente.

Apenas a título de curiosidade, citaremos Gianmaria Ortes (1790), que afirmou que só a geometria podia conduzir ao conhecimento das verdades da natureza, que versam sobre quantidades, compreendendo-se nessas verdades as da economia.

§ 3.^o — A Primeira tentativa de um tratado sistemático de Economia matemática pode dizer-se que foi a de Canard, nos *Principes d'Economie politique*³. O trabalho foi apresentado no ano X da república francesa, e premiado pelo Instituto de França. Mas os princípios estabelecidos foram reconhecidos como erróneos, e a obra foi esquecida, depois de ter sido posta a ridículo.

Whewel, em duas comunicações à Sociedade filosófica de Cambridge em 1829 e em 1831, ficou celebre por ter demonstrado que a matemática era necessária ao estudo da Economia, como ao de todas as ciências que tratam de quantidades.

§ 4.^o — *Cournot*, publicando em 1838 as suas *Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses* pode considerar-se o primeiro dos economistas matemáticos. A sua obra não teve sucesso algum. Primeiro, era uma ideia nova, e as ideias novas precisam de tempo para envelhecer; em segundo lugar, as mesmas causas, que ainda hoje impedem a expansão da escola matemática, com mais forte razão deviam, há quase um século, abafar as suas primeiras manifestações. A principal dessas causas está na separação, que sempre se deu, e dá ainda, entre os matemáticos e os cultores das ciências sociais. O matemático estuda a mecânica, a física, a astronomia; nas ciências sociais não acredita. No seu intimo, habituado às deduções rigorosas e às conclusões seguras, despreza infinitamente todo esse amontoado de teorias, emitidas quase sempre ao acaso, sobre dados insuficientes e incertos; o matemático chama aos sociólogos *literatos*, e, quando tem tempo a perder, lê Zola que, como romancista, lhe parece infinitamente mais interessante. Por seu turno, o sociólogo, habituado à liberdade, não toleraria que o prendessem. E a matemática é uma prisão; não há forma de deixar passar um errozinho inocente, de fazer uma pequena escamoteação dessas, que tantas vezes, permitem criar teorias de sucesso garantido. O sociólogo, prolixo e imaginativo, não tolera, por isso, a matemática. E como a não tolera, enforca-a. Como? Decretando que a matemática nada cria, e que, por isso, o seu emprego a nenhuns resultados novos pode levar, que a liberdade humana se não deixa

³ Para além de N.-F. Canard, referido por Osório, é justo considerar, a este propósito, o nome Achille-Nicolas Isnard que publicou em 1781 um livro em duas partes denominado *Traité des richesses*, ambos os autores tendo contribuído para dar à teoria do equilíbrio económico geral uma forma matemática.

meter em equações... e outras gentilezas semelhantes. Ao matemático que lhe chama literato, o sociólogo chama ingénuo, e fabricante de sombras.

Não admira, por isto, que a obra de Cournot ficasse esquecida. Os economistas nem a leram, e os matemáticos tinham outras coisas em que pensar.

§ 5.º — Dupuit publicou em 1844 um estudo intitulado: *De la mesure de l'utilité des travaux publics*, em que sustenta que as leis devem consagrar unicamente os factos demonstrados na economia política. Alarga-se este autor em considerações sobre a utilidade e a sua medida, e apresenta, a propósito, interessantes exemplos e demonstrações de carácter matemático.

Bordas⁴ refutou arguciosamente certos pontos do trabalho de Dupuit. Este respondeu em 1849 com novas demonstrações e com engenhos que o levaram a fazer um estudo denominado: *De l'influence des péages sur l'utilité des voies de communication*. Aí encontramos a demonstração matemática dos seguintes princípios:

1.º) *A utilidade de um serviço produtivo mede-se pelo sacrifício máximo que se está disposto a fazer para obtê-lo.*

2.º) *A utilidade relativa é igual à utilidade absoluta menos o sacrifício que se tem que fazer para conseguí-la.*

3.º) *A utilidade de um produto baseia-se sempre na lei do consumo desse produto. Esta lei depende do grau de utilidade do produto, e do uso que o consumidor lhe dá.*

4.º) *Para conhecer a utilidade de um objecto, pode usar-se de um processo de cálculo como o seguinte: Supondo que todos os produtos são iguais, e que sobre eles é lançado um imposto gradualmente crescente, a cada aumento de imposto, corresponde o desaparecimento de uma certa quantidade de mercadoria do consumo. Esta quantidade de mercadoria multiplicada pelo acréscimo do imposto, dá a sua utilidade expressa em dinbeiro. Continuando a aumentar os acréscimos até que desapareça a procura, obtém-se a utilidade total da mercadoria considerada.*

§ 6.º — Em 1854, o alemão Gossen publicou a sua grande obra sobre as leis da troca, e as regras da indústria que dela se deduzem. Esta obra monumental, de cuja existência, só 25 anos mais tarde devia ter-se conhecimento, contem muitos dos fundamentos da escola matemática moderna, da qual Gossen pode, e deve considerár-se, o verdadeiro precursor.

Daremos por isso sobre ela algumas indicações.

⁴ Borda, Jean Charles de (1733-1799). Matemático e astrónomo náutico Francês. Nasceu em Dax e morreu em Paris. Construiu uma teoria matemática das eleições num texto intitulado *Sur la forme des elections* (1770) e contribuiu para o desenvolvimento da hidrodinâmica e da astronomia náutica designadamente através de várias comunicações apresentadas à Academia das Ciências.

O livro de Gossen divide-se em duas partes: uma de teoria pura, compreendendo as *Leis do prazer e do trabalho*, as *Leis da troca* e a *Teoria da renda*; e outra de teoria aplicada, compreendendo *Regras de conduta relativos às necessidades e aos prazeres* e a refutação de certos erros sociais sobre *Educação, Moeda, Crédito, e Propriedade*.

A primeira parte da obra, sobre ciência pura, pode resumir-se assim: Gossen tinha evidentemente em alto conceito as suas doutrinas, porque começa pela reivindicação de um lugar entre os economistas, semelhante ao de Copérnico entre os astrónomos. E Walras, que é o verdadeiro fundador da escola matemática moderna, devia, 25 anos mais tarde, dar-lhe razão. Gossen declara que o método matemático, sendo o único método racional, deve ser rigorosamente aplicado; mas por consideração para com o leitor, promete não introduzir a análise senão quando se trate da determinação de máximos ou mínimos. O tratado abre por uma definição da ciência económica, como teoria do prazer e da dor, isto é, como teoria dos processos por meio dos quais os indivíduos e os grupos sociais podem obter o máximo de prazer, com o mínimo dispêndio de esforços. A lei natural do prazer é, em seguida, definida nos termos seguintes: *O aumento da mesma espécie de consumo procura um prazer, que diminui continuamente até atingir a saciedade*. O autor ilustra esta lei por uma figura geométrica, e entra em seguida na determinação das condições, que permitem elevar ao máximo o prazer a tirar de um ou de muitos objectos.

Define em seguida, a *werth*, palavra que o professor inglês Adamson traduz por *utilidade*, e constata que a quantidade de utilidade, material ou imaterial, de um objecto, é medida pela quantidade de prazer que este objecto oferece. Distribui os objectos úteis em três classes: 1.º os que possuem, por si mesmos, a faculdade de produzir um prazer; 2.º os que só possuem esta faculdade, quando reunidos a outros objectos; 3.º os que se servem somente de meios para produzir os de qualquer das duas classes anteriores.

Observa que não há utilidade absoluta, porque a utilidade é sempre uma relação entre uma coisa e uma pessoa. Deduz, em seguida, as leis da utilidade, pouco mais ou menos, pela forma seguinte: afirma que porções sucessivas do mesmo objecto útil têm graus de utilidade⁵ bem diferentes., e, em geral, só um número limitado destas porções pode ser útil a cada pessoa, as porções, além deste limite, sendo para essa pessoa, completamente inúteis. Mas o ponto de inutilidade só é atingido, quando a utilidade atravessou todos os graus diversos de intensidade. Donde se conclui praticamente, que cada um deve distribuir os

⁵ Este princípio, conhecido como a segunda lei de Gossen, seria criticada por Walras e reformulada por este autor e por Jevons tendo em conta a existência de diferentes preços para as várias mercadorias, apresentando-se como igualdade das utilidades marginais ponderadas pelos respectivos preços.

seus recursos de forma que os últimos incrementos de cada mercadoria tenham para ele a mesma utilidade. Este princípio que, vinte anos mais tarde, Karl Menger, Stanley Jevons e Léon Walras, deviam, quase simultaneamente enunciar, sem nenhum deles ter conhecimento dos outros, nem da precedência de Gossen, é a base da economia matemática moderna. Gossen trata em seguida da teoria do trabalho, partindo do princípio de que a utilidade de um produto qualquer deve ser calculada tendo em conta o trabalho e os esforços precisos para a sua produção. Descreve em seguida a dor produzida pelo trabalho, aproximadamente como Jevons devia fazê-lo vinte anos depois, e conclui que devemos continuar o trabalho até ao ponto em que a utilidade do produto é igual à dor que nos causa a sua produção. Fazendo em seguida a teoria da troca, mostra que a permuta das coisas produz um aumento considerável de utilidade, e conclui que a troca entre duas mercadorias quaisquer, deve ir até ao ponto em que as utilidades das porções a dar e receber, são iguais. Dá em seguida uma representação geométrica muito complicada desta teoria da troca, que é fundamentalmente idêntica à que encontraremos mais tarde, ao analisarmos as doutrinas modernas.

Na 2.^a parte de seu livro, Gossen estuda as regras da indústria fundadas nas leis da troca, a moeda, o crédito, e a propriedade. Sem nos alargarmos sobre estes pontos, diremos apenas que Walras, analisando mais tarde a obra de Gossen, acha que esta segunda parte do livro de uma nitidez e de uma precisão perfeitas, e em tudo dignas da primeira parte da obra.

§ 7.^o — Tais são, em traços gerais, as ideias do homem que deve considerar-se o precursor dos economistas matemáticos modernos. A sua obra não teve, como as de *Cournot* e *Dupuit*, sucesso algum, e Gossen viu amargurados os últimos anos da vida, pela decepção que lhe causou o cair brusco de todas as esperanças, que pusera na publicação do seu livro. Um puro acaso tornou de resto conhecida a sua existência.

Em 1873 *Léon Walras* leu à Academia das Ciências morais e políticas, de Paris, a sua memória intitulada *Princípio de uma teoria matemática da troca*, e fê-la em seguida publicar no *Journal des Economistes* de Abril de 1874. Walras julgava, ao expor a sua doutrina, que ela lhe pertencia por completo. Mas logo depois da sua publicação, o economista inglês Stanley Jevons veio reivindicar sobre ela direitos de prioridade, por tê-la apresentado já, ao menos nos seus pontos fundamentais, na sua *Theory of Political Economy* publicada em 1861.

A correspondência trocada entre Jevons e Walras sobre este ponto, veio publicada no número de Junho de 1874 do *Journal des Economistes*. Walras, declarando que desconhecia por completo a obra de Jevons, não pôs a menor dúvida em reconhecer-lhe os direitos de propriedade reclamados sobre a expressão matemática da utilidade, e

sobre o princípio que Walras chamou *condição de satisfação máxima*, e Jevons tinha chamado *equação da troca*, guardando porém para si a prioridade sobre certas deduções importantes daquela fórmula.

Este facto porém, pôs aqueles dois sábios de sobreaviso. E decidiram ambos procurar cuidadosamente todos os trabalhos da mesma espécie, que tinham precedido os seus, formando assim, pelo seu trabalho comum, a *Bibliografia* das obras relativas à aplicação das matemáticas à economia política, que apareceu no número de Dezembro de 1878 do *Journal des Economistes*. Estavam as provas deste trabalho revista, quando o professor *Adamson*⁶, sucessor de *Jevons* no colégio de *Owens*, e seu amigo, descobriu por acaso numa história de economia política, quase desconhecida, uma menção ao livro de Gossen, que era tão ignorado na própria Alemanha, que nem *Roscher*⁷ na sua *História da Economia Política*, nele falava.

O professor *Adamson* que conhecia e auxiliava o trabalho bibliográfico em que *Jevons* e *Walras* andavam, de comum acordo, ocupados, procurou e conseguiu obter um exemplar do livro de Gossen. E traduzindo-o a *Jevons*, viu este com pasmo, a que decerto se terá misturado uma grande decepção, que muitos dos pontos capitais da sua teoria, cuja prioridade ele reclamara a *Walras*, e *Walras* lhe restituíra, tinham sido já, vinte anos antes, claramente tratados e definidos por um autor de todos desconhecido. *Jevons* podia-se ter calado. Mas ao contrário, na 2.^a edição da sua *Theory of Political Economy*, aparecida em 1879, trouxe para a publicidade o nome de Gossen, e não hesitou mesmo em reconhecer que este último tinha tratado a teoria fundamental da economia matemática, por uma forma muito mais geral e profunda, que a sua.

Walras quis, mais tarde, conhecer a obra de Gossen, e sobre o seu nome chamou de novo a atenção do mundo científico, num artigo que publicou no *Journal des Economistes* de Abril e Maio de 1885, e que intitolou *Un économiste inconnu, Hermann-Henri Gossen*.

§ 8.º — Entre *Cournot* e Gossen passaram, como vimos, dezasseis anos. Entre Gossen e Stanley *Jevons* deviam passar dezassete. Só em 1871, de facto, apareceu a 1.^a edição da *Theory of Political Economy*. Mas de então para cá, o movimento não devia mais parar. Quase na mesma ocasião em que *Jevons* publicava a 1.^a edição do seu livro, *Carl Menger*, professor da Universidade de Viena, fazia aparecer uma obra intitulada *Grundsätze der Volkswirtschaftslehre*, em que as mesmas

⁶ Não foi possível encontrar referência bibliográfica deste autor.

⁷ Roscher, Wilhelm (1817-1894). Economista alemão nascido em Hannover, estudou história e ciência política em Göttingen e Berlim ensinou nas Universidades de Göttingen e de Leipzig sendo considerado um dos fundadores da velha escola histórica alemã. A sua obra principal «*Sistema da Economia Social*» publicado em 5 volumes entre 1854 e 1894 tornou-se o mais importante manual de economia política na Alemanha na segunda metade do século XIX.

bases da teoria da troca de Jevons eram postas, por uma forma independente e original. Como *Jevons*, *Menger* faz, na sua obra, a teoria da utilidade, pondo a lei do decrescimento da necessidade em função da quantidade consumida, e tirando dela a teoria da troca. Mas, ao contrário de Jevons, Menger, seguindo o método dedutivo, abandona o método matemático, e emprega, em vez de funções e curvas, simples quadros aritméticos, para exprimir a utilidade e a procura. Fundou assim a chamada *escola austríaca*. Partindo da mesma base, esta escola separa-se pois da matemática, unicamente porque se limita a empregar os meios de dedução, que a lógica vulgar nos oferece, privando-se voluntariamente dos poderosos processos que só a lógica matemática pode dar. Mas tem sobre a escola matemática a grande vantagem de poderem as suas deduções ser seguidas, sem preparação especial. E é assim que a escola austríaca, que *Wieser*⁸, *Boehm-Bawerk*⁹, *Pantaleoni*¹⁰ e tantos outros contribuíram para difundir, prestou à escola matemática o grande serviço de chamar para a teoria da utilidade-limite (*Grenznutzen*, nos textos austríacos), a que Walras devia chamar *raridade*, e Pareto *ofelividade elementar*, e sobre a qual se ergue todo o edifício das teorias matemáticas modernas, a atenção dos economistas.

§ 9.º — Quando pois Walras, professor de economia política na Universidade de Lausanne, comunicou em 1873 à Academia das ciências morais e políticas de Paris, o princípio da sua teoria, que ele julgava absolutamente original, já três autores, antes dele, os dois últimos contemporâneos, mas não se conhecendo, nem a obra do primeiro, que verdadeiramente fora o precursor de todos, tinham posto e assente as bases da mesma doutrina: *Gossen* em 1854, *Jevons* em 1871, *Menger* em 1872.

A primeira parte da obra de Walras saiu em 1874, e a segunda em 1877. Desta obra saiu a 2.ª edição em 1889, a 3.ª em 1896, e a 4.ª e última em 1900. A precedência dos três autores, a que nos referimos, em coisa alguma diminui a glória deste sábio eminente. Muito embora

⁸ Von Wieser, Friedrich (1851-1926). Nasceu em Viena, estudou na Alemanha e tornou-se professor nas universidades de Viena e Praga, tendo sido ainda ministro do comércio e senador. O seu nome ficou sobretudo ligado à teoria da imputação (positiva) e aos estudos sobre economia social. Das suas obras merecem destaque: *Valor natural* (1889), *Teoria da Economia Social* (1914) e *A Lei do Poder* (1926).

⁹ Von Böhm-Bawerk, Eugen (1851-1814). Nasceu em Brünn, Austria, licenciou-se em direito pela Universidade de Viena, tomando-se posteriormente em 1881 professor de economia na Universidade de Innsbruck. Em 1884 publica o primeiro dos 3 volumes da obra *Capital e Juro* com o título *História e crítica das teorias do juro*, seguindo-se *A teoria positiva do capital* (1889) e o terceiro denominado *Novos Ensaio sobre o capital e o juro* (1909-1912).

¹⁰ Pantaleoni, Maffeo (1857-1924). Economista italiano, nascido em Frascati (Roma). Estudou em Potsdam, doutorando-se em direito na Universidade de Roma em 1881. Deputado, jornalista e professor de economia e finanças na Universidade de Roma a partir de 1901. Escreveu *Dell' ammontare probabile della ricchezza privata in Italia* (1884).

a expressão matemática da utilidade e a teoria da troca, lhe não pertencam, a importância das suas deduções, a clareza com que soube mostrar a maravilhosa fertilidade das suas consequências, a concepção do equilíbrio económico, que lhe pertence por completo, (embora só tivesse estudado para o caso especial da livre concorrência com preços e coeficientes de fabricação constantes), fazem de Walras o verdadeiro fundador da Economia matemática, que também é conhecida pela *Escola de Lausanne*.

Além da sua grande obra *Elementos de Economia Política Pura*, Walras deixou-nos mais duas, *Estudos de Economia Política aplicada* e *Estudos de Economia Social*, sem contar uma grande quantidade de artigos e monografias, dispersos pelos jornais da especialidade.

Teremos de analisar mais tarde, em muitos dos seus detalhes, a obra de Walras. Desde já vamos porém indicar, em traços gerais, as suas doutrinas de economia pura.

§ 10.^o — Para Walras a economia política pura é essencialmente a teoria da determinação dos preços, num regime hipotético de livre concorrência absoluta. A riqueza é o conjunto de coisas, materiais e imateriais, susceptíveis de terem *preço* porque são *raras*, isto é, *úteis e limitadas em quantidade*. E como a economia pura determina precisamente os *preços*, podemos também considerá-la a *teoria da riqueza social*.

Entre as coisas que formam a riqueza social, é preciso distinguir os *capitais* ou *bens duradouros*, que são os que servem mais de uma vez, e os *rendimentos* ou *bens fungíveis*, que servem apenas uma vez. Os *capitais* compreendem as *terras*, as *faculdades pessoais* e os *capitais propriamente ditos*. Os *rendimentos* compreendem, por um lado, os *objectos de consumo* e as *matérias primas*, que são quase sempre objectos materiais, e por outro compreendem também, sob o nome de *serviços*, os usos sucessivos dos capitais, usos que são quase sempre coisas imateriais. Os serviços dos capitais que têm uma utilidade directa, têm o nome de *serviços consumíveis*; os que apenas possuem uma utilidade indirecta, têm o nome de *serviços produtores*. Para Walras está aqui a chave da economia pura. Se se desprezar a distinção entre capitais e rendimentos, e sobretudo, se se recusar admitir os serviços imateriais dos capitais, entre a riqueza social, ao lado dos rendimentos materiais, toda a teoria científica da determinação dos preços, se torna possível. Admitida, ao contrário, a classificação e distinção indicadas, fica-se habilitado a fazer sucessivamente: pela *teoria da produção* a determinação dos preços das matérias primas e serviços produtores; pela *teoria da capitalização* a determinação dos preços dos capitais fixos; e pela *teoria da circulação* a determinação dos preços dos capitais circulantes.

Estas determinações fazem-se assim: suponhamos um mercado em que se vendem e se compram, por outras palavras, em que se *troc*am somente objectos de consumo e serviços consumíveis, sendo estes ven-

didos por meio do *aluguer do capitais*, que os produzem. Supondo que quaisquer *preços*, ou relações de troca de todos estes objectos e serviços em um de entre eles, tomado por *numerário*, são gritados ao acaso, cada permutador *oferece*, a estes preços, objectos ou serviços, de que tem quantidade excessiva, e *procura* objectos ou serviços de que possua quantidade insuficiente, tudo referido a um certo período ou unidade de tempo. Determinadas assim as quantidades efectivamente oferecidas e procuradas, de cada objecto e serviço, faz-se a *alta* do preço daqueles, cuja procura exceda a oferta, e a *baixa* do preço daqueles, cuja oferta excede a procura. Aos novos preços, assim gritados, cada permutador pede e oferece quantidades novas. E a alta e baixa de cada objecto e de cada serviço volta a fazer-se, até que a oferta e a procura de cada objecto e de cada serviço, sejam iguais. Então os preços são *preços correntes de equilíbrio*, e a troca efectua-se. O problema da *produção* pôde-se, introduzindo no problema da troca a circunstância de serem os objectos de consumo, produtos resultantes da associação dos serviços produtores às matérias primas. Para poder introduzir no problema este dado novo é necessário, em face dos *proprietários de terra*, dos *trabalhadores*, e dos *capitalistas*, que vendem serviços consumíveis e objectos de consumo, colocar, como vendedores de produtos e compradores de serviços produtores e matérias primas, os *empresários*, cujo fito é realizar um lucro, operando a transformação dos serviços produtores em produtos, isto é em matérias primas, que vendem aos proprietários de terra, aos trabalhadores, e aos capitalistas, constituindo os consumidores, aos quais eles empresários tinham comprado os serviços produtores. Para melhor compreender este fenómeno, é útil figurar a existência de dois mercados: um *mercado de serviços*, sobre o qual estes serviços são exclusivamente oferecidos pelos *proprietários de terra*, pelos *trabalhadores* e pelos *capitalistas*, e procurados: os serviços consumíveis por estes mesmos *proprietários*, *trabalhadores* e *capitalistas* e os serviços produtores pelos *empresários*; e um *mercado de produtos*, sobre o qual estes produtos são exclusivamente oferecidos pelos *empresários*, e procurados: as matérias primas por estes mesmos empresários, e os objectos de consumo pelos proprietários de terra, pelos trabalhadores e pelos capitalistas. Sobre os dois mercados, a preços gritados ao acaso, os proprietários, trabalhadores, e capitalistas, consumidores, oferecem serviços, e procuram serviços consumíveis e objectos de consumo, de forma a obter a máxima utilidade no espaço de tempo considerado, e os empresários produtores oferecem produtos, e procuram serviços produtores e matérias primas, tudo referido à mesma unidade de tempo, com o fim único de obterem o maior lucro possível, e desenvolvendo, para isso, a sua produção quando o *preço de venda* dos seus produtos é superior ao seu *preço de custo* em serviços produtores e matérias primas, ou restringindo-a no caso contrário. Sobre cada mercado, faz-se a alta quando a procura excede a oferta, e a baixa quando a oferta excede a procura. E

os *preços correntes de equilíbrio* são aqueles, para os quais, em ambos os mercados, a procura e a oferta de cada produto e serviço são iguais, e em que o *preço de venda* de cada produto, é igual ao seu *preço de custo* em serviços produtores.

Para pôr o problema da *Capitalização*, é preciso supor proprietários, trabalhadores, e capitalistas que *economizam*, isto é que, em vez de procurarem serviços consumíveis e objectos de consumo, que absorvam todo o valor dos serviços que oferecem, empregam uma parte deste valor na procura de *capitais novos*. Em face destes criadores de *economias*, devemos supor também certos empresários que, em lugar de matérias primas e objectos de consumo, fabricam capitais novos. Dados, por um lado, uma certa soma de economias, e por outro, certas quantidades de capitais novos fabricados, estas economias e estes capitais novos, permutam-se sobre *um mercado dos capitais novos*, e segundo o mecanismo da alta e da baixa, na proporção dos preços dos serviços consumíveis ou produtores destes últimos, determinados pelos princípios das teorias da troca e da produção. Daqui resulta a *taxa do rendimento*, igual à relação entre o preço do serviço de um capital novo e o preço deste capital. Os empresários dos capitais novos, como os de produtos, desenvolvem ou restringem a sua produção, conforme o preço de venda excede o preço de custo, ou o preço de custo excede o preço de venda.

Obtida a taxa do rendimento, temos, não somente o preço dos capitais fixos novos, mas também o preço dos capitais fixos antigos, terras, faculdades pessoais, e capitais propriamente ditos; este preço obtém-se, dividindo pela taxa de rendimento encontrada, o preço dos serviços destes capitais antigos. Resta somente achar o preço dos capitais circulantes, e saber o que se tornam todos estes preços, quando o numerário serve de moeda, ao mesmo tempo. É este o objecto do 4.º grande problema da economia pura: a circulação e a moeda.

Na 4.ª edição da sua obra, Walras resolve pela 1.ª vez este problema, fundando-se na consideração do *encaixe desejado* (*encaisse désiré*). Concebe para isto, os capitais circulantes como prestando o *serviço de aprovisionamento* ou *em natureza* ou *em moeda*, e representá estes serviços como oferecidos exclusivamente pelos capitalistas, ou a título de serviços consumíveis pelos proprietários, trabalhadores, e capitalista, ou a título de serviços produtores, pelos empresários. Os preços correntes *destes serviços de aprovisionamento*, são assim determinados como os dos serviços propriamente ditos. E os preços dos capitais circulantes e da moeda resultam desta determinação, visto serem a relação entre o preço *dos serviços de aprovisionamento* e a taxa do rendimento líquido.

§ 11.º — É este o breve resumo da teoria de economia pura, que Walras definitivamente assentou na 4.ª edição da sua obra. É uma teoria matemática, isto é, se a sua exposição pode fazer-se em linguagem ordinária, a sua demonstração é impossível sem recorrer às matemáti-

cas. Assenta toda a teoria da troca, e a teoria da troca é uma teoria essencialmente matemática, como teremos ocasião de ver.

Só a matemática pode mostrar-nos: 1.º qual é a condição do máximo de utilidade na troca, e portanto o ponto de equilíbrio possível; 2.º porquê e como, não somente na troca, mas também na produção, na capitalização, e na circulação, se chega a preços correntes de equilíbrio, fazendo a alta do preço dos serviços, dos produtos e dos capitais novos, cuja procura excede a oferta, e fazendo a baixa do preço daqueles, cuja oferta excede a procura; 3.º que os problemas da troca, da produção, da capitalização, e da circulação, postos pela forma que indicámos, são problemas determinados, isto é, expressos em equações cujo número é igual ao das incógnitas; 4.º que o mecanismo da alta e baixa dos preços sobre o mercado, combinado com o facto da drenagem dos empresários das empresas que perdem, para as empresas que ganham, não é outra coisa, senão um modo de resolução, por tentativas, das equações destes problemas.

§ 12.º — Tal é a teoria de Walras. Se é certo que a economia matemática muito tem progredido, depois dele, alargando a esfera do seu estudo, e tomando-se sucessivamente mais geral e mais precisa, não o é menos que as conclusões de Walras, e as bases do seu estudo sobre o caso especial da livre concorrência com preços e coeficientes de fabricação constantes, estão e ficarão de pé, como todas as verdades matemáticas.

§ 13.º — Na história da economia matemática devem mencionar-se as celebres polémicas do professor Edgeworth, da Universidade de Oxford. No pequeno volume intitulado *Mathematical Psychics* (1881) defende a aplicação da matemática às ciências sociais. No apêndice faz considerações de matemática pura (*unnumerical mathematics*) e faz uma crítica à formula de Jevons sobre a troca.

Nos últimos anos, o professor Edgeworth, matemático e economista ilustre, tem criticado todas as aplicações da economia matemática, feitas pelos diversos escritores.

Atacou Walras por não ter tomado em consideração que a *disutility of labour* influencia o equilíbrio económico e ter-se limitado a estudar a utilidade limite ou utilidade final (raridade). E acrescenta que, se as equações do equilíbrio podem, de facto, resolver-se com o mecanismo do aumento e da diminuição dos preços no mercado, não constituem contudo a via que conduz ao equilíbrio, mas sim *uma* das vias.

Bortkiewicz¹¹ defendeu Walras contra as críticas de Edgeworth.

¹¹ Bortkiewicz, Ladislaus Von (1868-1931). Matemático e estatístico russo, nascido em S. Petersburgo, terminou os seus estudos em Göttingen, onde se doutorou em 1893 e tornou-se professor de economia e estatística na Universidade de Berlim. *A lei dos pequenos números* (1898) sobre o uso da distribuição do Poisson para acontecimentos de baixa frequência em grandes populações, tornou-o famoso, tendo produzido uma vastíssima obra de dominante estatística e matemática.

Muito mais violenta foi a discussão entre o professor de Oxford e Pareto a propósito da lei da procura e da curva dos rendimentos.

No *Journal of the royal statistical society* (de Setembro de 1896) Edgeworth dá a entender que a fórmula de Pareto, é aparentemente idêntica à de Pearson. Pareto¹² refutou essas asserções de uma maneira brilhante, mas áspera.

Os principais economistas matemáticos contemporâneos são: *Edgeworth* (Mathematical Psychics, Londres, 1882), *Marshall* (Principles of Economics, Londres, 1890), *Irving Fisher* (Mathematical investigations in the theory of value and prices, Londres, 1892), *J. Lebr* (Grundbegriffe und Grundlagen der Volkswirtschaft, Leipzig, 1893), *Barone* (muitos artigos no Giornale degli Economisti, Roma, 1894) e, acima de todos, Vilfredo Pareto, discípulo de Walras, seu sucessor na regência da cadeira de economia na Universidade de Lausanne, engenheiro e matemático profundo, sábio completo em toda a acepção da palavra, autor do *Cours d'Economie Politique*, Paris, 1909.

A maioria destes escritores estuda capítulos especiais da economia. Alguns dedicam-se ao estudo da fixação dos preços, sobre que existe também um belo trabalho de dois alemães *Auspitz* e *Lieben*¹³; outros estudam a produção, a distribuição...etc.

Pareto, retomando a concepção geral de Walras sobre o equilíbrio económico em toda a sua generalidade, alarga e completa a doutrina no *Cours*, e apresenta-a por uma forma nova no *Manuel d'Economie Politique*, dando-nos também o estudo dos monopólios e do colectivismo, que Walras não fizera.

Com estes Autores, porém, a história nada ainda tem que fazer. A exposição das suas ideias constitui a parte doutrinal deste trabalho. Nessa parte vamos entrar.

¹² Pearson, Karl (1857-1936). Pai da ciência estatística, nasceu em Londres e terminou os seus estudos em Cambridge em 1879. Interessou-se pela história, filosofia e principalmente matemática, tornando-se professor de matemática aplicada na University, de Londres. Entre suas múltiplas publicações refira-se *The Grammar of Science* (1892) e *Biometrika* (1901).

¹³ *Auspitz*, Rudolf (1837-1906) e *Lieben*, Richard (1842-1919) A contribuição destes autores, embora fortemente criticada por Carl Menger, constitui a única em forma matemática da velha escola austríaca, sendo a sua principal obra *Investigação sobre a teoria dos preços* (1889). Empresários de sucesso trataram a análise dos preços em termos do equilíbrio parcial e mantiveram uma interessante discussão com Walras a propósito dos méritos e limites da análise parcial da qual este autor era um crítico severo.

CAPÍTULO II

A ECONOMIA PURA SEGUNDO WALRAS

A economia pura segundo Walras

§ 15.^o — Vamos referir-nos primeiro a algumas das concepções dos clássicos sobre a economia política em geral; delas veremos depois sair a concepção da economia pura. Pretender achar uma definição de economia política, que satisfaça todos, é empresa mais difícil do que a exploração das riquezas mineiras do fundo do Pacífico. Cada autor dá a sua, que afirma naturalmente ser a melhor. E é provável que todos tenham razão, dado que cada um é livre de dar às palavras, cujo sentido não está definitivamente fixado, aquele que melhor lhe parece.

*Quesnay*¹ e a sua escola consideraram a economia política o *governo natural da sociedade* ou *fisiocracia*. Não nos deixaram estes autores a sua concepção sobre a ciência social em geral; fazendo da economia a teoria do governo natural da sociedade, seria interessante saber o objecto que fixaram à ciência social. Numa palavra, esta definição é evidentemente tão larga, que nela cabe a ciência social inteira, com todas as suas subdivisões.

§ 16.^o — A definição de Adam Smith, tão conhecida, vai fornecer-nos ensejo para certas considerações que precisávamos fazer. Smith define assim a economia: *A economia política, considerada como um ramo dos conhecimentos do legislador e do homem de Estado, propõe-se dois objectos distintos: o primeiro é o de proporcionar ao povo um rendimento ou uma subsistência abundante, ou, para melhor dizer, o de o pôr em estado de poder ele mesmo obter esse rendimento ou essa subsistência abundantes; o segundo objecto é o de fornecer ao Estado, ou à comunidade, um rendimento suficiente para o serviço público; propõe-se, ao mesmo tempo, enriquecer o soberano e o povo*².

¹ Quesnay, François (1694-1774). Médico francês, principal figura da escola fisiocrática representou a actividade económica em forma de circuito no seu *tableau économique*. Publicou *Analyse des formules arithmétiques du tableau économique de la distribution des dépenses annuelles d'une nation agricole* (1758) e *Maximes générales du gouvernement économique d'un programme agricole* (1760) para além de diversos artigos e textos.

² Smith, Adam (1723-1790), *Inquiry, into the Nature and the Causes of the Wealth of Nations*, 1776.

Esta definição que, aliás não traduz, de forma alguma, aquilo que o próprio Smith escreve na sua obra, pode servir de tipo a uma confusão muito frequente nas obras de economia e sociologia, e que grandemente tem dificultado a constituição científica definitiva de uma e de outra. Essa confusão consiste em definir uma ciência pelas suas aplicações práticas.

A geometria estuda as leis da extensão; estas leis conduzem a resultados preciosos para a architectura, a construção de edificios, a medida das terras, etc.; mas se um geômetra definisse a geometria, como tendo por objecto a construção de casas sólidas e a medição exacta dos terrenos, ninguém o tomaria a sério. A astronomia dá-nos as leis que regulam o movimento dos corpos celestes; estas leis, ou algumas delas, são de inegável utilidade para a navegação; mas nunca houve astrónomo, que se lembrasse de dizer que a astronomia tinha por objecto fazer navegar com segurança. Estas confusões provêm de se não fixar com precisão o campo da ciência, separando-o da prática. Os princípios que fixaremos, tornam fácil esta operação: pela análise e pela abstracção vamos decompondo e dissecando os factos e as coisas; a síntese permite-nos descobrir as *uniformidades* que elas apresentam, isto é as leis que as regem. Enquanto nos entregamos a uma ou outra destas operações, fazemos *ciência*: observamos, vemos, comparamos, encontramos uniformidades, descobrimos leis. Nada mais nos ocupa. Que esses factos ou essas leis possam, de futuro, ser ou não ser de qualquer utilidade, é coisa que de momento nos não interessa. Basta que estes factos sejam reais, e essas uniformidades existam, para que o seu estudo seja científico. Depois de as conhecermos, podemos pensar na prática.

Para isso, teremos sempre de combinar entre si, as uniformidades determinadas no campo de uma, ou de muitas ciências, com as condições concretas do problema. Para construirmos a ciência, tivemos de separar e de generalizar; para descer à prática, temos de juntar e de particularizar. A ciência é essencialmente analítica; a prática fundamentalmente sintética. O bom marinheiro deve conhecer certas leis astronómicas, mas só com elas, não pode dirigir o seu navio; precisa de conhecer as qualidades deste, a sua força e a sua estabilidade, as correntes e os segredos do mar, os sinais atmosféricos, e o carácter dos homens que comanda.

É juntando tudo aquilo, que só isoladamente pôde aprender, que resolverá praticamente os problemas concretos, que continuamente encontra na direcção do seu navio.

O médico combina na sua prática, em parte conscientemente, em parte sem dar por tal, generalizações da anatomia, da física, da patologia, da botânica, da psicologia, com os dados concretos que lhe fornecem os antecedentes pessoais e hereditários do doente, o seu estado geral, as suas particularidades anatómicas e psicológicas, o seu carácter, e a doença de que o trata; a síntese de todos estes dados regula a sua

conduta. Mas nem o marinheiro, nem o médico, poderiam chegar a comandar um navio e tratar um doente, se não tivessem separadamente estudado, uma a uma, as diversas ciências, cujas generalizações teriam, mais tarde, de juntar na prática. É possível que, ao estudá-las, o marinheiro e o médico futuros, vissem apenas diante de si a utilidade prática, que delas, um dia, viriam a tirar. Mas isso não lhe tira a sua qualidade de verdades abstractas, que em si mesmas não são, nem deixam de ser úteis, contentando-se em serem reais; o marinheiro, ao estudar a geometria, via talvez o futuro navio do seu comando, como o médico, ao aprender a botânica, pensava nos doentes, que viria a tratar. Mas nem a astronomia tem por objecto ensinar marinheiros, nem a botânica instruir os futuros médicos. Uma e outra são ciências, com o seu objecto determinado e distinto, e o seu fim, como o de todas as ciências, é um apenas: conhecer, saber, nada mais.

Adam Smith não ignorava talvez estas verdades, porque na sua obra busca quase sempre estudar cientificamente as leis económicas, preocupando-se pouco com as receitas práticas que a sua definição permitia esperar. Esta definição foi, no entanto, a fonte de muitas concepções erradas, em que a ciência e a arte, a teoria e a prática, são lamentavelmente confundidas e enredadas.

§ 17.^o — João Baptista Say, que foi o grande continuador e grande vulgarizador das doutrinas de Adam Smith, afasta-se radicalmente dele na definição e concepção da ciência económica. Para Say o objecto da economia política *«é fazer conhecer os meios pelos quais as riquezas se formam, se distribuem, e se consomem.»*³ E com efeito a sua obra tem por título: *«Tratado de economia política, ou simples exposição da maneira por que se formam, se distribuem, e se consomem as riquezas.»* Esta definição, e as divisões que ela consagra, forma geralmente aprovadas pelos economistas. São as que, com mais forte razão, podem considerar-se *clássicas*. A definição de *Stuart Mill* quando diz que *os economistas têm por missão procurar e ensinar a natureza da riqueza, e as leis da sua produção e da sua distribuição*⁴, é idêntica à de Say.

Entre estas definições e a de Smith, a diferença é radical. Para este, a economia política, a julgar as suas ideias pela definição que delas deu, era uma arte; para Say e Mill a economia era uma verdadeira ciência natural.

§ 18.^o — O fundador da escola matemática, Léon Walras, para quem a teoria de Smith era apenas incompleta, acha completamente errônea a concepção de Say. E é curioso analisar as razões que levaram este sábio eminente, que tão bem soube aplicar e desenvolver a concepção económica de Say e Mill, a rejeitar *in limine* essa concepção. A análise

³ Say, Jean-Baptiste, (1767-1832), *«Cours d'Économie Politique»*, 1828-29.

⁴ Mill, John Stuart, (1806-1873), *«Principles of Political Economy With Some of Their Application to Social Philosophy»*, 1848.

destas razões pondo-nos em contacto com as ideias de Walras sobre as relações entre a economia pura, a economia aplicada e a economia social, dar-nos-á a concepção pessoal de Walras sobre a economia pura, que assim veremos pela primeira vez separar-se da concepção da economia política em geral.

Walras acha o ponto de vista de *Say* cómodo, mas falso. Se os homens fossem animais de uma espécie superior, abelhas exercendo instintivamente a sua indústria, a exposição e explicação dos fenómenos sociais em geral, e dos fenómenos de produção, de distribuição e de consumo da riqueza, em particular, constituiriam, de facto, uma ciência natural, que seria apenas um capítulo da história natural em geral, o qual capítulo constituiria a história natural do homem que viria em seguida ao da história natural da abelha. Mas Walras vê entre o homem e os animais, um hiato profundo e impossível de transpor, que faz do primeiro uma *pessoa* e dos segundos *coisas*, ao lado das plantas e dos minerais. Esse hiato marca-o a existência no homem da *razão* e da *vontade*. Em matéria de produção e de repartição da riqueza, como geralmente em toda a matéria de organização social, o homem tem a escolha entre o bem e o mal, e aproxima-se do bem cada vez mais. É assim que veio do sistema das corporações, regulamentos e tarifas, ao da liberdade da indústria e do comércio, ao sistema do *laissez faire et laissez passer*, e que veio também da escravatura à servidão, da servidão ao salariato, as combinações mais recentes são superiores às antigas, não por serem mais naturais, visto que tão artificiais são umas como outras, mas por serem mais conformes ao interesse e à justiça. É somente depois de demonstrar esta conformidade que pode aconselhar-se o *laissez faire et laissez passer*. E é ainda, como contrárias ao interesse e à justiça, que as combinações socialistas, se de facto o são, devem ser repelidas. Esta crítica tornar-se-á mais compreensível depois da exposição das ideias de Walras sobre as relações entre ciência, arte, e moral, em geral, e em especial entre ciência económica, ou economia pura, arte económica ou economia aplicada, e moral económica ou economia social.

§ 19.º — Essas ideias podem resumir-se assim: a ciência estuda os factos para diferenciar as ciências, devemos pois diferenciar os factos. Ora os factos de que o mundo é teatro, podem dividir-se em duas grandes classes: uns têm a sua origem no jogo das forças da natureza, que são forças cegas e fatais, outros no exercício da vontade humana, que é uma força clarividente e livre. Aos primeiros chama Walras *factos naturais*, aos segundos, *factos humanitários*. Entre as forças que produzem os primeiros e a força que produz os segundos, há uma diferença profunda: as primeiras são forças cegas e fatais, a segunda conhece-se a si própria, e dirige-se livremente. Os efeitos das forças naturais podem apenas serem reconhecidos, constatados e explicados; os efeitos da vontade humana podem, além disto, ser governados. Os

efeitos das forças naturais serão objecto de um estudo que se intitulará *ciência pura natural*, ou *ciência* propriamente dita; os efeitos da vontade humana serão objecto, primeiro de um estudo que se chamará *ciência pura moral* ou *história*, e depois, de um outro estudo que se intitulará *ciência aplicada* ou *arte*, quando se trate dos efeitos dessa vontade exercendo-se sobre as *coisas*, e *ciência moral* ou *moral*, quando se trate dos efeitos da mesma vontade sobre as *pessoas*. Esta última distinção é de uma grande importância, porque entre os factos *humanitários*, os que têm a sua origem na vontade do homem, há uma diferença fundamental: uns resultam da vontade, da actividade do homem, exercendo-se sobre as forças naturais, isto é, são produto das relações entre as pessoas e as coisas; outros resultam da vontade, da actividade do homem, exercendo-se sobre a vontade e a actividade dos outros homens, isto é, são produto das relações entre pessoas. As leis destas duas categorias de factos são essencialmente diferentes; o objectivo da vontade humana, exercendo-se sobre as coisas, o fim das relações entre as pessoas e as coisas, é a subordinação do fim das coisas ao fim das pessoas; o objectivo da vontade humana, exercendo-se sobre a vontade alheia, o fim das relações entre pessoas, é a coordenação dos destinos destas últimas. É esta a distinção entre os factos *humanitários*, que Walras dá como base à sua distinção entre *ciência aplicada* ou *arte*, e *ciência moral* ou *moral*. Chega assim a delimitar os *critérios* a que obedecem as noções de *ciência pura*, *arte* e *moral*; esses critérios são o *verdadeiro*, o *útil* e o *justo*.

§ 20.º — Depois de estabelecer assim as relações entre *ciência*, *arte* e *moral*, Walras aplica o seu critério à distinção entre *economia pura*, *economia aplicada*, e *economia social*.

Fá-lo da maneira seguinte.

Define *riqueza social* como sendo o conjunto de todas as coisas *raras*, e declara, bem expressamente, que para ele a palavra *rara* não tem o significado usual oposto ao de *vulgar*, mas indica apenas a propriedade de certas coisas que são ao mesmo tempo *úteis* e *limitadas em quantidade*. De facto *raridade*, tal como o define, deduz em seguida três consequências, que são ao mesmo tempo três propriedades das coisas que formam a riqueza social, e só delas: a 1.ª consiste no facto de todas as coisas *raras*, e só elas, possuírem *valor de troca*, isto é serem susceptíveis de permuta entre si; 2.ª no facto de todas as coisas *raras*, e só elas também, serem *industrialmente produzíveis* ou *multiplicáveis*, entendendo-se, por isto, que só pode haver interesse em aumentar industrialmente o número dessas coisas, e não o das coisas *inúteis* ou daquelas que, embora úteis, existem em quantidade ilimitada; a 3.ª no facto de todas as coisas *raras*, e só elas, serem *apropriáveis*, isto é poderem constituir o objecto de um direito de propriedade. O *valor de troca*, a *indústria*, e a *propriedade* são pois os três factos gerais, as três series ou grupos de factos particulares, que engendra a

limitação na quantidade das utilidades, ou a *raridade* das coisas, os três factos de que toda a riqueza social, e a riqueza social apenas, é teatro.

§ 21.º — Analisando separadamente estes três factos, Walras vê no primeiro, e nele apenas, um facto *natural*: o trigo vale 24 francos o hectolitro; este *valor de troca* do trigo, ou este preço do trigo, não resulta nem da vontade do vendedor, nem da do comprador, nem de um acordo entre ambos; o vendedor desejaria bem vender mais caro, mas não o consegue porque o trigo *não vale mais*, e porque, se ele não quisesse vender a este preço, o comprador encontraria outros que, ao mesmo preço, lho venderiam; o comprador bem desejaria comprar mais barato, mas não o consegue, porque o trigo *não vale menos*, e porque, se se recusar a comprá-lo, o vendedor encontrará outros que lho comprem. O *valor de troca* toma pois, uma vez estabelecido, o carácter de um facto *natural*, natural na sua origem, natural nas suas manifestações, e na sua maneira de ser. Se o hectolitro de trigo, e a prata contida nos 24 francos que lhe correspondem, *têm valor*, é porque, tanto o trigo como a prata, são *raros*, isto é *úteis e limitados em quantidade*, duas circunstâncias *naturais*. E se o trigo e a prata *têm tal valor*, um em relação à outra, é porque eles são mais ou menos raros, isto é mais ou menos *úteis*, e mais ou menos *limitados em quantidade*, isto é a relação entre os seus valores depende ainda das mesmas duas circunstâncias *naturais*. Como para Walras, segundo vimos, a *ciência pura natural* ou *ciência* propriamente dita, estuda os efeitos das forças *naturais*, e a primeira das propriedades da riqueza social, o *valor de troca*, é um facto *natural*, na sua origem e nas suas modalidades, Walras é lógico chamando *economia política pura* à ciência que estuda o valor de troca e a troca, e considerando-a um ramo das ciências naturais.

Estudando em seguida, o segundo facto, a que nos referimos, e a que chamámos *indústria*, Walras já não vê nele um facto *natural*, mas sim, como ele lhe chama, *humanitário*. O fim da *indústria* é a subordinação do fim das coisas ao fim das pessoas. Este fim consegue-se de duas formas: ou multiplicando o número das coisas *úteis e limitadas em quantidades*, ou transformando em utilidades *directas* as utilidades *indirectas* das coisas, como por exemplo, quando da lã fazemos um tecido, e deste um fato. Mas ambas estas coisas a *vontade* do homem pode livremente fazer, ou deixar de fazer, e fazer por uma forma ou por outra.

O que dirige essa vontade são considerações de *interesse*. À teoria da produção económica da riqueza social, ou da organização da indústria na divisão do trabalho, chama por isto *economia política aplicada*.

O terceiro facto, a que nos referimos, a *propriedade*, fornece o objecto de uma terceira divisão da economia política em geral. É ainda um facto *humanitário* e não *natural*, no sentido de que a vontade do homem pode livremente regulá-lo. Sem dúvida, não depende da vontade humana que as coisas *úteis e limitadas em quantidade* sejam

apropriáveis, isto é sejam as únicas a poder constituir o objecto de um direito de propriedade. Mas dadas as condições naturais da apropriação, depende de nós que ela se faça de tal ou tal maneira, e não de tal ou tal outra; depende, bem entendido, não de cada um de nós em particular, mas de todos em geral. É um facto *humanitário*, que tem a sua origem, não na vontade individual de cada homem, mas na actividade colectiva da sociedade inteira. Vimos que a indústria era também um facto *humanitário*, mas entre ela e a *propriedade* há uma diferença radical, que as separa: na indústria, a vontade do homem é dirigida por considerações de *interesse* e o seu fim é obter uma subordinação tão completa, quanto possível, do fim das coisas ao fim das pessoas, quer pela multiplicação das coisas úteis e limitadas em quantidade, quer pela transformação das utilidades indirectas em utilidades directas; na propriedade, ou apropriação das coisas úteis e limitadas em quantidade, a vontade do homem deve ser dirigida por considerações de justiça, e o seu fim deve ser uma coordenação tão perfeita quanto possível, dos destinos das pessoas entre si. O estudo da propriedade, ou da repartição da riqueza social, é pois um ciência moral; o seu critério é *justo*, e à parte da economia política, que dela deve ocupar-se, chamar-se-á *economia social*.

Temos pois, na economia política três divisões fundamentais determinadas pelas três propriedades básicas das coisas que formam a riqueza social: *economia pura*, ciência natural que estuda a troca e o valor da troca; *economia aplicada*, ciência aplicada ou arte, que estuda a organização económica da indústria, *economia social*, ciência moral, que estuda a distribuição da riqueza ou a propriedade.

Tal é a doutrina de Walras, que forma o objecto da secção 1.^a dos seus *Elements d'economie politique pure*.

§ 22.^o — Causa espanto que a embrulhada metafísica que vimos de expor, tivesse nascido no espírito de um dos pensadores mais claros e mais lúcidos que temos encontrado. Sem pretender criticá-la a fundo, por não no-lo consentir o plano do nosso trabalho, devemos no entanto opor-lhe algumas objecções fundamentais.

Walras pôs mal, e resolveu pior o problema. Começa, de resto, por parecer não seguir ele próprio a sua divisão: sem pretendermos analisar os seus dois livros sobre *Economia aplicada* e *Economia social*, porque o seu autor não chegou a dar-lhes forma definitiva, e são mais um apinhado de artigos dispersos em revistas e publicações da especialidade, do que propriamente tratados doutrinais metódicos e completos, como é a *Economia pura*, quem ler este último, ficará com a impressão que Walras, definindo a economia pura como sendo a ciência da troca e do valor da troca, é o primeiro a abandonar a sua definição, para tratar, no seu livro de economia pura, além da troca, que parecia dever ocupá-lo por completo, a *produção*, que parecia dever entrar na *indústria*, e ter portanto lugar na *Economia aplicada*, e a *Capitalização* e *Circulação*,

cujos lugares não é fácil definir na classificação tripartida de Walras, mas que, em todo o caso, não parecem, de forma alguma, poder entrar no conceito da troca, e fazer portanto parte da economia pura.

Este reparo cai perante uma análise mais cuidada do pensamento de Walras. A economia pura é, para ele, a ciência da troca; mas a troca supõe duas coisas que se troquem, e uma proporção em que a troca se faça. A esta proporção ou relação chama-se *preço*. No exemplo que demos, e em que 24 francos se trocavam contra um hectolitro de trigo, 24 francos representam o *preço* de um hectolitro de trigo, isto é a troca fazia-se entre a prata e o trigo, em proporção tal, que eram precisas 24 unidades de prata chamadas *franco*, para valerem uma unidade de trigo chamada hectolitro. Portanto, estudar a troca é estudar os preços. Por isso Walras pode definir também a economia pura como sendo a teoria da determinação dos preços num regime hipotético de livre concorrência absoluta, isto é, num regime tal, que só o valor de troca das coisas, facto que Walras chama *natural*, e faz depender da sua utilidade combinada com a limitação na quantidade, determine os preços.; neste caso, estudar os preços, ou proporção das trocas, é estudar o valor de troca e a troca, e a economia pura, ciência do valor de troca e da troca, torna-se a teoria da determinação dos preços: equivale ao estudo da riqueza social, em si mesma, na sua essência, na sua maneira de ser *natural*, que consiste no facto de as coisas que a constituem, ou coisas *raras*, terem *valor de troca*, terem *preço*. Por isto à economia pode também chamar-se *teoria da riqueza social*.

Mas nem só os produtos têm preço; os serviços *produtores*, isto é os serviços por meio dos quais os produtos são obtidos, (serviços das terras, serviços dos homens ou trabalho, serviços dos capitais ou proveito) também o têm. A economia pura deve pois determinar, ao lado dos preços dos *produtos*, o preço dos *serviços produtores*, e portanto estudar sob este aspecto, e só sob ele, o problema da *produção*. Por outro lado ainda, os produtos podem ser, ou objectos de consumo, ou capitais. Estes podem ser *fixos* ou *circulantes*. Uns e outros têm *preço*, e a economia pura deve determiná-lo. *Sob este aspecto apenas* tem pois de estudar o problema da *capitalização*, quando determina os preços dos capitais *circulantes*. Logicamente por isso, Walras estuda, na sua Economia pura, os problemas da *produção*, da *capitalização* e da *circulação*, considerados sob o ponto de vista abstracto e exclusivo da determinação dos preços.

§ 23.º — São outros os reparos que merece a teoria de Walras sobre a distinção entre ciência, arte, e moral, em geral, e a aplicação desse critério à economia.

O primeiro que naturalmente nos sentimos tentados a fazer, é sobre a própria base de que ele parte: a sua divisão dos factos em *naturais* e *humanitários*, os primeiros com origem nas forças cegas da natureza, e os segundos na força *clarividente e livre*, que é a vontade humana.

Conquanto isto se diga num livro saído em 1900, é evidente que tal ideia gerou-a o cérebro de Walras, muito tempo antes, talvez ao publicar a sua 1.^a edição em 1874, quando ainda era mal conhecida a natureza dessa entidade misteriosa — *a vontade humana* —, em volta da qual tanto belo espírito se perdeu em divagações inúteis. Walras não podia, em todas as suas afirmações, ser o apóstolo do futuro; tinha em muitas coisas, de sofrer a influência das ideias dominantes e assentes no seu meio, e a *vontade humana* foi, até há bem pouco tempo, a força *clarividente e livre*, que, ao lado da Razão, outro avatar da psicologia metafísica, cavava um abismo entre o homem e o bruto.

Se Walras quisesse apenas separar os *factos* em duas categorias, pondo num lado aqueles em que o homem tem *intervenção*, e no outro aqueles em que essa intervenção não existe, nada haveria a opor-lhe. Tal classificação poderia parecer pueril, mas era legítima. Todas as classificações são, de resto, arbitrárias, como arbitrário é o critério a que elas podem obedecer. Unicamente esse critério deve ser preciso e claro. Se eu quiser classificar todas as coisas existentes no Universo, em *coisas que são gatos*, e *coisas que não são gatos*, posso livremente fazê-lo, desde que previamente tenha definido bem claramente o que entendo por *gato*. Se Walras pretendesse apenas dividir os factos, em *factos em que intervém o homem*, e *factos em que o homem não intervém*, o seu critério seria rigoroso, e a sua classificação legítima. Chamando aos primeiros *naturais*, e aos segundos *humanitários*, poderia parecer que considerava o homem fora da natureza, mas esta objecção seria puramente verbal, e nada valeria, porque qualquer pode dar às coisas o nome que mais lhe agrade, desde que lhe defina cuidadosamente o sentido. Mas o pensamento de Walras não foi o de dividir os factos em dois grupos, conforme neles *interviesse*, ou não, o homem; foi sim, o de os dividir em dois grupos, conforme eles tivessem, ou não, origem na *vontade humana*. Não se trata pois de um critério seguro e rigoroso, como seria o da intervenção ou não intervenção humana, coisa que, pelo menos teoricamente, é sempre determinável, mas de um critério que Walras não define, e cuja imprecisão adiante veremos dar origem às maiores confusões. Por exemplo: as marés são evidentemente um facto independente da intervenção humana, entendendo-se por isto, que o facto a que chamamos maré, poderia muito bem dar-se, e dar-se-ia decerto, ainda que os homens não existissem; ao contrário as instituições políticas são factos em que o homem intervém; a cor do ouro é um facto *natural* porque o homem nele não intervém; mas o seu *valor* é um facto *humanitário*, porque sem o homem existir, a palavra *valor* não teria sentido. Já não é fácil porém, saber se um facto depende, ou não, da *vontade humana*, mesmo dando à palavra o sentido que a ciência lhe dá, e não o de força *clarividente e livre*, que Walras lhe atribuía. Por exemplo: o preço do trigo depende da vontade humana? Não, diz Walras. E a quantidade produ-

zida em cada colheita? Depende, até certo ponto, responde Walras. Ora adiante veremos, que estas duas respostas se contradizem por completo.

§ 24.º — A má orientação de Walras acentua-se, quando ele passa a aplicar a sua classificação dos factos. O seu fim, não o esqueçamos, é dar-nos a distinção entre *ciência*, *arte* e *moral*. Ora precisamente esta distinção não consegue ele deduzi-la da classificação donde parte. Em primeiro lugar, fornece-nos duas espécies de *ciência*, a *ciência propriamente dita* que estuda os factos *naturais*, e a *ciência pura moral* ou *história*, que estuda os factos *humanitários*. Não nos diz em parte alguma que distinção existe entre *estas duas espécies de ciência*, além da que provem do seu objecto. Ao contrário, parece que as considera em tudo semelhantes, menos nos objecto de que se ocupam, visto que as ciências propriamente ditas, *reconhecem, constataam e explicam* os efeitos das forças naturais, e as ciências puras morais ou história, *reconhecem, constataam e explicam* os efeitos da vontade humana. Mas se apenas pelo seu objecto, distingue as *ciências propriamente ditas* das *ciências puras morais*, não se compreende bem como pode formar estes dois grupos, visto que, em cada um deles, existem ciências, cujos objectos diferem tanto entre si, como o objecto das ciências do primeiro grupo, difere do das ciências do segundo: assim por exemplo; a física e a botânica, ciências que *parecem* dever pertencer ao primeiro grupo, diferem tanto entre si, quanto ao seu objecto, como a física difere da política, ou a botânica da sociologia, isto é, como as ciências do 1.º grupo diferem das do 2.º. Numa palavra: se, apenas pelo seu objecto, diferem as duas *espécies de ciência*, que nos fornece, então devia logicamente formar tantas *espécies de ciência*, quantas as ciências distintas que existem. Como as palavras nada valem, e as ideias são tudo, isto equivaleria precisamente a afirmar que a ciência é uma, mas que a imperfeição do nosso espírito nos força a decompô-la em tantos ramos distintos mas solidários, quantos os objectos ou factos que queremos estudar separadamente. Mas desta forma, lá se ia essa distinção que Walras pretende estabelecer entre *ciências naturais*, e *ciências morais*, quando, ao contrário, todos os esforços dos homens de ciência se afirmam no sentido de integrar as segundas nas primeiras.

§ 25.º — Quando da *ciência* pretende separar a *arte* e a *moral*, Walras é ainda mais infeliz.

Parece, antes de tudo, que a arte e a moral só podem exercer a sua acção nos factos que dependem exclusivamente da vontade humana: quanto aos efeitos das forças naturais, não há outra coisa a fazer, senão reconhecê-los, constató-los e explicá-los, mas quanto aos efeitos da vontade humana, há, em primeiro lugar que reconhecê-los, constató-los e explicá-los, e, em segundo, que governá-los. Parece pois que só a *vontade* humana pode governar-se, e nunca as forças naturais, que dela são independentes. Mas o engenheiro, o médico, o agricultor, e o

marinheiro, não fazem precisamente senão governar e dirigir, os efeitos das forças naturais. Se a arte é apenas um conjunto de preceitos, que devem dirigir a vontade humana, e não as forças naturais, como chamar à engenharia, à medicina, à agricultura, à navegação, conjuntos de preceitos, com que se governam e dirigem certas forças naturais? Este absurdo é de tal ordem que, indiscutivelmente, deve tratar-se de uma redacção defeituosa, e não de uma ideias do seu autor.

§ 26.^a — Mas, ao separar *arte* de *moral*, os absurdos multiplicam-se, e entramos então em pleno regime da metafísica. Em primeiro lugar, Walras separa as coisas das pessoas, definindo as primeiras como sendo os *seres que se não conhecem nem se possuem*, e as pessoas, os *seres que se conhecem e se possuem*. Como a seguir nos diz que as pessoas são homens, e as coisas tudo o resto, ficamos sabendo o que entende por umas e outras, conquanto, a definição, que delas dá, não seja científica, e assente numa proposição indemonstrável.

Em seguida diz-nos *-que o fim das coisas está racionalmente subordinado ao das pessoas*, *-que as primeiras têm o direito de subordinar o fim das coisas ao seu próprio*, *-que o fim de uma pessoa qualquer não está subordinado ao de nenhuma outra pessoa!...*, etc., para concluir que a *arte* estuda os factos que resultam da acção da vontade humana sobre as coisas, e a *moral* os que resultam da mesma acção sobre as pessoas.

Não nos demoraremos na crítica destas proposições; basta reproduzi-las para pôr em foco o seu carácter metafísico. Não se trata de verdadeiras proposições científicas, traduzindo uma relação qualquer entre coisas ou factos, e susceptíveis sempre de uma verificação experimental; trata-se de verdadeiros preceitos, que Walras formula livremente, porque entende que *deve ser assim*, como podia formular as proposições opostas se entendesse que o contrário *devia ser*. Proposições destas natureza, fixemo-lo de vez, saem fora do campo da ciência; não são boas, nem más, nem piores nem melhores do que as proposições científicas; são aquelas que podem verificar-se experimentalmente; a todas as outras, chamemos-lhe como quisermos, mas teremos de dar-lhes um outro nome qualquer, que permita distingui-las das primeiras. Se eu afirmo que a má moeda expulsa a boa, digo uma coisa que experimentalmente pode ver-se se é verdadeira ou falsa; faço pois uma afirmação *científica*, dando a esta palavra o seu sentido mais lato, isto é, considerando ciência a observação dos factos e das suas leis. Mas se eu digo que a alma humana é imortal, afirmo uma coisa, que pode igualmente ser verdadeira ou falsa, mas que, em todo o caso, a experiência não pode decidir. O verdadeiro homem de ciência não perde tempo a discutir proposições desta espécie, nem para pretender prová-las, nem com o fim de combatê-las; convencido de que o campo da ciência é bem mais vasto do que seria preciso para ocupar uma vida inteira de trabalho, deixa as pesquisas sobre a verdade ou falsidade das proposi-

ções insusceptíveis de prova experimental, para os que entendem não dever limitar-se ao campo da experiência; nem censura os que assim procedem, nem declara que eles *erram*; constata apenas que seguem um caminho, e exploram um campo diferentes dos seus, e procura não se misturar com eles; pede apenas que o não obriguem a discutir coisas, que a experiência não possa julgar em última instância. Da mesma forma procede quanto aos preceitos e às afirmações dogmáticas que, na grande maioria dos casos, traduzem a maneira de pensar do seu autor e nada mais. A ciência perante uma afirmação como, por exemplo esta: «*amai-vos uns aos outros*» nada tem a dizer; faz uma vénia e retira-se. O autor do preceito estava no seu pleno direito de pensar assim, e de pretender convencer os seus semelhantes de que pensava como devia. Mas como o seu preceito nada representa de concreto, a ciência nada tem que ver com ele, nem para o defender, nem para o contestar. Da mesma espécie são, por exemplo, proposições como estas: «*o homem bom deve proteger os humildes e os fracos*»; «*a piedade é a primeira das virtudes*»; «*cada um deve lutar para obter o seu lugar no banquete da vida*»; «*sejamos fortes e justos*»...etc. Grande parte dos dogmas socialistas não têm maior valor do que estas proposições.

As proposições de Walras são exactamente desta espécie: «*o fim das coisas está racionalmente subordinado ao das pessoas*»; «*o fim das pessoas não está subordinado ao de qualquer outra pessoa*»... etc., traduzem maneiras de ver teleológicas do seu autor, muito respeitáveis por certo, mas insusceptíveis de verificação experimental, e portanto de discussão científica. Deixá-las-emos pois de lado.

§ 27.^o — A aplicação do critério de Walras às divisões da economia, não podia conduzir a resultados precisos. Dentre as três propriedades fundamentais da riqueza social, Walras só acha *natural*, isto é independente da vontade humana, o valor da troca. Quanto aos factos que dizem respeito à produção ou à repartição da riqueza, isto é resultantes de serem as coisas *raras, industrialmente produzíveis e apropriáveis*, esses são factos *humanitários*, porque a vontade humana é livre ao exercer-se, quer sobre o facto da produção, quer sobre o da distribuição da riqueza.

Walras foi o primeiro a sentir a instabilidade desta concepção, e assim foi-nos dizendo, por um lado, que o ser o valor de troca um facto *natural* não significava que o homem não tivesse sobre ele acção alguma, mas apenas que, *dadas certas circunstâncias determinadas*, que a vontade humana pode regular, esse valor é independente dela, e, por outro, que a vontade humana era, *dirigida*, nos factos da indústria e da propriedade, por considerações de interesse, no primeiro caso, e de justiça, no segundo. A primeira destas restrições equivale a dizer que o valor, facto natural ou *independente da vontade humana*, pode ser modificado por ela, o que torna a sua independência bastante curiosa; a segunda equivale a afirmar que a vontade humana, ao dar *livre-*

mente origem aos factos da indústria e da propriedade, *obedece* a considerações de vária ordem, o que deixa um pouco comprometida a sua liberdade, e parece transferir a *causa* desses factos, para as tais considerações dirigentes da vontade, uma das quais, o *interesse*, pode considerar-se tão *natural* como o valor, e a outra das quais — a justiça — não se chega bem a saber o que seja.

Numa palavra: Walras é o primeiro a encarregar-se de deitar abaixo as suas afirmações.

§ 28.^o — Analisemos mais de perto o assunto. O trigo vale 24 francos o hectolitro; é isto um facto *natural* e independente da vontade humana. Mas este facto é consequência de uma certa utilidade, combinada com uma certa limitação na quantidade existente do trigo. Ora o homem pode modificar um outro desses factores: a utilidade, substituindo o trigo por qualquer mercadoria análoga, como o centeio, o milho ou outra qualquer, e a limitação na quantidade, aumentando ou diminuindo as suas culturas. O homem pode portanto actuar sobre as causas do valor, e, por se intermédio, sobre este. Não se compreende bem que Walras, tendo visto esta objecção, quisesse ainda salvar o seu valor, facto natural e *independente* da vontade humana.

§ 29.^o — Vejamos agora a indústria: a vontade humana é livre ao transformar industrialmente as coisas. Mas o que a *dirige* são considerações de *interesse*; o seu fim é multiplicar as utilidades limitadas em quantidade, e transformar as utilidades indirectas em utilidades directas. Mas é, em todo o caso, certo, que a vontade humana pode fazê-lo ou não, e por isso se trata de factos *humanitários*. Seja assim. Mas é inegável que a limitação em quantidade de certas utilidades é um facto, a que Walras não recusaria o nome de natural. Igualmente o é o facto de certas utilidades indirectas serem susceptíveis de transformação em utilidades directas. São estes dois factos *naturais*, combinados com o facto, que não sabemos se Walras chamaria *natural* ou *humanitário*, do homem desejar as coisas que lhe são directamente úteis, mas que, em todo o caso, não depende da vontade humana, que dão origem à indústria, isto é, que *dirigem* a vontade na produção industrial. O homem pode produzir ou não produzir chapéus; mas é certo que, visto os chapéus serem úteis, e não existirem em quantidade ilimitada, a *vontade* humana *resolverá* produzi-los; isto é, dadas certas circunstâncias *naturais*, a vontade tem de obedecer-lhes. Este mesmo raciocínio poderia aplicar-se à determinação do valor: dada uma certa existência de chapéus e uma certa utilidade, deles, a minha *vontade* é forçada a pagar por cada um 10 francos. O caso é idêntico: dadas certas circunstâncias *naturais*, o valor resulta forçosamente delas; dadas outras circunstâncias *naturais*, a produção industrial é sua consequência. Mas ao primeiro chama Walras natural, e faz do seu estudo o objecto de uma das suas grandes divisões da economia; ao segundo chama-lhe *humanitário* e faz do seu estudo uma *arte*!

§ 30.º — Idênticas considerações poderíamos fazer a propósito da economia social e da justiça, agravadas ainda pela indeterminação deste termo e de muitos outros. Mas vai longa esta crítica, e o espaço falta-nos. O que dissemos basta para fixar que o critério seguido por Walras nas suas divisões de economia é mau nas suas bases, mau na forma da sua aplicação, e mau nos resultados a que chega. Causa espanto que o verdadeiro homem da ciência, que tão bem soube pôr as bases da economia pura, e tão cientificamente tratou as suas divisões fundamentais, tivesse partido de bases tão pouco científicas⁵. A leitura das páginas que vimos a analisar, e que ocupam a 1.ª parte do seu livro, deixa a impressão de que o seu autor deve venerar a filosofia de Kant e Hegel, quando, ao contrário, o resto do livro mostra tratar-se de um verdadeiro sábio, de espírito superiormente culto.

Vamos, pelo nosso lado, abordar o problema, expondo o critério que deve deduzir-se das obras do maior dos economistas matemáticos contemporâneos — Vilfredo Pareto.

⁵ Esta crítica implacável das concepções de Walras sobre a economia política em geral e a economia pura em particular, constitui um dos mais interessantes desenvolvimentos de A. Osório, não se confinando de maneira alguma a uma modesta apresentação das obras de Walras e Pareto como sugere no prefácio.

CAPÍTULO III

A ECONOMIA PURA SEGUNDO PARETO

A economia pura segundo Pareto

§ 31.º — Suponhamos que pretendo determinar a altura média dos habitantes de um país. Teoricamente nada existe de mais simples: tomo, um a um, os habitantes desse país, e determino-lhes a altura; faço a soma das alturas encontradas, e divido pelo número de indivíduos. Obtenho assim a média procurada.

Analisemos, porém, os dois processos mentais que, desta forma, pus em acção. Os indivíduos, que medi, tinham, além da altura, muitas outras qualidades: uns eram magros, outros gordos, uns louros, outros morenos, alguns eram cegos, muitos não sabiam ler...etc. Em nenhuma destas qualidades porém, preendi a minha atenção; dos indivíduos, que me iam passando na frente, apenas analisei a altura; daqueles complexos de qualidades diferentes, a minha atenção só se prendeu com uma delas. A esta faculdade do nosso espírito, que nos permite dissociar de um todo complexo uma das suas partes componentes, e analisá-la separadamente, chama-se em psicologia, *abstracção*.

Quando, depois de ter, pela abstracção, analisado a altura de cada um dos habitantes do país, comparo entre si as alturas achadas, para determinar a sua média, sigo um caminho inverso; em vez de separar, junto, em vez de dissociar, associo. Já não fixo a atenção em qualquer parte componente de um todo concreto; prendo-a no conjunto abstracto e imaterial das partes que anteriormente analisei, uma a uma; vejo a altura dos habitantes *em geral*. A este processo de espírito, que permite associar e comparar, relacionar numa palavra, coisas ou atributos, previamente isolados pela *abstracção*, chama a psicologia *generalização*.

O espírito humano caminha e progride, estendendo os seus conhecimentos no espaço, alargando-os no tempo, e vendo as suas concepções tornarem-se cada vez mais *precisas*, mais *gerais*, e mais *complexas*. A precisão crescente obtém-se pelo desenvolvimento da *abstracção*; é esta faculdade, este poder do espírito, que nos permite uma análise, cada vez mais minuciosa e detalhada, dos factos e das coisas; é por ela que cada dia descobrimos propriedades e coisas novas; é por ela que vamos decompondo os todos nas suas partes, estas nas suas e assim

sucessivamente, descobrindo, a todo o instante, diferenças onde se julgava existirem identidades. Mas se, pela abstracção, vamos juntando novos detalhes aos que já conhecíamos, pela generalização, vamos descobrindo laços e relações, até então ignoradas. Ambas caminham juntas. As concepções humanas, precisando-se, generalizam-se. E como a *complexidade* é consequência da combinação entre a abstracção e a generalização, como as concepções são tanto mais complexas, quanto maior número de generalidades e especialidades abrangem, podemos afirmar que o desenvolvimento em complexidade é ainda resultante dos progressos das duas faculdades que vimos estudando.

Foram estes progressos que, pouco a pouco, permitiram o aparecimento de tantas ciências diferentes, e, dentro de cada ciência, a diferenciação e precisão crescentes das suas partes constituintes; a ele se deve a noção exacta da economia pura. Vamos ver como.

§ 32.^o — Começemos por dizer que entre a concepção de *economia pura*, que se deduz dos modernos trabalhos da escola matemática, e a concepção de *economia política* em geral, no sentido que vulgarmente se dá a esta expressão, não há, como veremos, identidade. Há, entre ambas, uma relação semelhante à que existe entre a mecânica racional e a mecânica em geral. A mecânica racional é apenas uma parte da mecânica em geral, mas essa parte domina todas as outras pela sua generalidade. Foram os progressos da abstracção e da generalização, que fizeram nascer essa ciência: a primeira, decompondo os fenómenos concretos de movimento nos seus elementos, cada vez mais simples, até chegar à concepção de pontos materiais sem extensão, a segunda, generalizando as uniformidades encontradas por meio dessa análise; assim se constituiu um corpo de doutrinas, que forma a base da mecânica em geral, dando-nos as relações abstractas e gerais dos fenómenos de movimento. A mecânica aplicada, baseando-se nas conclusões da mecânica pura, mas tomando em consideração factos e relações, que na mecânica pura tinham sido desprezados, fornece-nos uma segunda aproximação dos fenómenos reais de movimentos. E a arte do engenheiro, entrando ainda em linha de conta com os novos factos e relações concretas, que na própria mecânica aplicada não podiam ser considerados, resolve praticamente problemas de movimento e de força, aproximando-se assim, o mais possível, da realidade.

Em ciência chama-se a isto o método das *aproximações sucessivas*. Um exemplo, ainda mais concreto, tornará esta ideia suficientemente clara. Supúnhamos que se trata de estudar a forma da Terra. Considerando a terra uma esfera, aproximamo-nos mais da realidade, do que se a representarmos plana, como Anaximene, ou cilíndrica como Anaximandro. Mas, considerando-a uma elipsóide de revolução, aproximamo-nos ainda mais da realidade, do que se a considerarmos esférica; a teoria do elipsóide aproxima-nos, pois, mais da realidade, do que a teoria da esfera. Mas esta teoria do elipsóide deve hoje abandonar-se,

porque a geodesia moderna mostra que a forma do esferóide terrestre é muito mais complexa. Cada dia novos estudos aproximam mais da verdade. Quando mesmo chegarmos a determinar rigorosamente a forma exacta da terra, estaremos ainda mais longe do fenómeno concreto, porque a astronomia e a geodesia só se ocupam da sua forma geral. A geografia aproxima-nos mais da realidade, desenhando-nos sobre a figura geométrica, ainda mal determinada, da terra, os mares, os continentes, as ilhas, os rios e as montanhas. A topografia, dando-nos os regatos, as colinas, e outras minúcias, aproxima-nos mais ainda do fenómeno real.

O método das *aproximações sucessivas*, que leva da mecânica racional à mecânica aplicada, e desta à arte do engenheiro, leva da economia pura, à economia aplicada, e desta às resoluções praticas dos fenómenos económicos.

A economia pura dá-nos a primeira aproximação do fenómeno económico, isto é, fornece-nos as suas linhas mais gerais; a economia aplicada aproxima-nos mais dele, entrando em linha de conta com dados e considerações, que a economia pura tinha desprezado; finalmente, para aconselhar a adopção de qualquer medida económica, é preciso aproximar mais ainda da realidade, aceitando as conclusões da economia pura e da economia aplicada, mas combinando-as com conclusões fornecidas por outras ciências, e ainda com os dados concretos do problema pratico, que se pretende resolver. O critério é sempre o mesmo: a ciência decompõe para analisar; a prática ou arte, junta e combina, applicando-as aos casos concretos, as conclusões a que nos levaram os estudos científicos de vária espécie. Um exemplo bem simples pode ser o seguinte: o livre cambio produz ou não um máximo de utilidade geral? É um problema de economia pura. Quais serão os efeitos da adopção do livre cambio, na indústria, no comércio, nas instituições económicas em geral, do povo que o adopte? É um problema de economia aplicada. O livre cambio deverá decretar-se em Portugal? É um problema de prática económica; para o resolver deverão tomar-se em consideração as conclusões da economia pura e da economia aplicada, para as aplicar aos dados concretos da vida portuguesa; nem só a situação económica do povo português deveria entrar em linha de conta; os hábitos, as tradições, o carácter, as instituições políticas, a situação geográfica, as condições do solo e das riquezas naturais, as alianças internacionais, as condições de toda a espécie dos outros povos, a orientação da politica mundial, e mil outras considerações deveriam ser atendidas na resolução do problema.

§ 33.º — Dizer que a economia pura fornece uma primeira aproximação do fenómeno económico, é muito pouco. É preciso definir melhor o seu objecto, explicar claramente em que consiste essa primeira aproximação que ela nos dá, concretizar, numa palavra, o seu fim.

Pareto fá-lo, dizendo-nos que essa primeira aproximação do fenómeno económico consiste no estudo do *homo economicus*. Em que consiste essa entidade? Ele mesmo a define nas seguintes palavras: *Comme la mécanique rationnelle considère des points matériels, l'économie pure considère l'homo economicus. C'est un être abstrait, sans passions ni sentiments, recherchant en toute chose le maximum de plaisir, ne s'occupant d'autre chose que de transformer les uns dans les autres, les biens économiques.*

O *homo economicus* é pois uma abstracção. Não tem existência concreta, e as críticas que à escola matemática têm sido feitas, acusando-a de considerar como existentes, seres que não existem, mostra apenas que os seus autores não souberam ou não puderam compreender o que liam. Os economistas matemáticos não afirmam que, em parte alguma deste ou de qualquer mundo, possa encontrar-se o seu *homo economicus*. Negam redondamente tal existência, e repetem que essa entidade, que eles isolam dentro do homem real, tem apenas uma existência ideal, como ideal é a existência dos pontos materiais sem extensão, que a mecânica pura isola e estuda. O homem real realiza diariamente as mais variadas espécies de acções: ora obedece a motivos económicos, ora obedece a motivos religiosos, ora a motivos políticos, ora a motivos eróticos. Podemos, por isto, dividir em tantos grupos as suas acções, quantas são as espécies de motivos diferentes, a que obedecem essas acções. Fazemo-lo por meio da abstracção. De um todo complexo (os variados motivos das acções humanas), separamos idealmente uma parte (os motivos económicos), e estudamo-los à parte; para o fazermos, idealizamos um homem que só a esses motivos obedeça: é o *homo economicus*. Podíamos estudar directamente as acções económicas do homem real, sem criar a entidade *homo economicus*; o resultado era exactamente o mesmo; daríamos uma forma menos palpável à mesma abstracção. Esta consiste essencialmente e unicamente, em separar dentre as inúmeras espécies de acções humanas, uma espécie que adiante determinaremos, e a que chamamos acções económicas. Exprime-se exactamente a mesma coisa dizendo: *estudo as acções económicas e faço abstracção das outras*, ou dizendo: *estudo o homo economicus, que só realiza acções económicas.*

A escola matemática, digamo-lo desde já, não criou o *homo economicus*, para dele fazer o objecto da sua economia pura. Essa entidade é muito velha. Nasceu com a economia clássica, e já Adam Smith, Ricardo, e os fisiocratas franceses deduziram dessa concepção muitas consequências. A escola matemática não fez mais do que precisar e definir melhor quais as acções do *homo economicus*, dando forma rigorosa às leis que regem essas acções, e deduzindo destas leis, consequências que a economia clássica não podia ter descoberto, por serem incompletos os processos de dedução que a linguagem vulgar pode fornecer-nos.

§ 34.º — Vamos ver quais são as acções que realiza o *homo economicus*, ou, por outras palavras, quais são, dentre as acções humanas, aquelas a que a economia pura chama *acções económicas*. Pareto classifica segundo dois tipos gerais, as acções humanas: acções não lógicas, e acções lógicas. Diz-nos ele: *Olhemos um homem bem educado ao entrar num salão; tira o chapéu, pronuncia certas palavras, faz certos gestos. Se lhe perguntarmos porque o faz, dirá que é o uso. Conduz-se da mesma forma em muitas coisas de maior importância. Se é católico, e assiste à missa, fará certos actos* -porque se deve ser assim-. *Justificará um grande número dos seus actos dizendo* -que assim manda a moral-. *Mas supúnhamos, este mesmo indivíduo no seu escritório, ocupado em comprar uma grande quantidade de trigo. Já não dirá que procede desta ou daquela maneira, porque tal é o uso, mas a compra do trigo será o último termo de uma série de raciocínios lógicos, que se apoiam sobre certos dados da experiência; mudando estes dados, a conclusão muda também, e pode acontecer que ele se abstenha de comprar, ou mesmo que venda trigo em vez de o comprar.*

À primeira espécie destas acções chama Pareto *não lógicas*; à segunda espécie, chama *acções lógicas*.

Alguns psicólogos modernos classificam as acções humanas em três grupos, conforme o seu grau de consciência: acções inconscientes, compreendendo acções reflexas e acções instintivas, acções subconscientes, abrangendo uma grande parte do campo das emoções e dos hábitos, e acções conscientes, aquelas cuja elaboração interna se faz em plena luz, podendo o seu agente seguir, um a um, todos os seus termos e as suas ligações. São as acções também chamadas racionais. São estas últimas as *acções lógicas* de Pareto, uma parte das quais forma o grupo das *acções económicas*.

As *acções lógicas* podem ter fins variadíssimos: as *acções económicas* são *as acções lógicas, repetidas, em grande número, que executam os homens, para obterem as coisas que satisfazem os seus gostos.*

§ 35.º — Tomemos, ao acaso, uma *coisa* qualquer, material ou imaterial. Esta coisa ou tem, ou não tem a propriedade de satisfazer qualquer *desejo*, qualquer *gosto* do homem. Quando esta coisa tem essa propriedade, costuma chamar-se-lhe *útil*, conquanto este termo não seja rigoroso, como adiante veremos; por enquanto conservemo-lo.

A *utilidade* não é pois, como muitas vezes se julga, uma propriedade objectiva de certas coisas; é uma relação entre certas propriedades de certas coisas, e certos *desejos* ou *gostos* humanos. O trigo é útil para um indivíduo determinado porque, dadas certas propriedades objectivas do trigo, que chamaremos A, e certos *gostos* ou *desejos* desse indivíduo, que chamaremos B, as propriedades A satisfazem os gostos B. É a esta relação entre A e B que chamamos a *utilidade do trigo para o indivíduo que considerámos*. Se A mudasse e B ficasse o mesmo, a utilidade podia desaparecer; se B mudasse, ficando A igual, a utilidade

podia igualmente desaparecer. Quer dizer que a utilidade depende, ao mesmo tempo de A e B, isto é, traduz uma relação entre ambos.

Se pela letra B designarmos, não apenas os *gostos* ou *desejos* de um certo homem, que as propriedades A do trigo têm o poder de satisfazer, mas também as acções que esses *gostos* ou *desejos* levam esse homem a praticar para obter o trigo, isto é, se pela letra B representarmos todas as séries de mudanças e conexões internas, tanto emocionais como motoras, que as propriedades A do trigo provocam no indivíduo considerado, estudar a relação entre A e B é o mesmo que estudar as acções desse indivíduo, a que as emoções, provocadas pelas propriedades do trigo, dão causa. Ora a relação entre (A) e (B), vimos que se chamava *a utilidade do trigo para um determinado indivíduo*. Estudar a utilidade, equivale, pois, a estudar as acções que esse indivíduo pratica para satisfazer uma certa parte dos seus gostos. Por outras palavras: estudar as acções que um homem pratica para obter as coisas que satisfazem os seus gostos, equivale a estudar a utilidade dessas coisas para esse homem. E como aquela espécie de acções, Pareto chama, segundo vimos, *acções económicas*, e faz do seu estudo o objecto da economia pura, não se contradiz, quando em outros sítios diz que a economia pura é *a ciência da utilidade*.

§ 36.º — Chegou o momento de mostrarmos os defeitos que tem o emprego desta palavra, e de a substituir por outra.

A palavra *utilidade* tem, no uso corrente, um sentido que fatalmente tende a aparecer-nos diante, sempre que a empregamos: *útil* opõe-se a *prejudicial*, e designa a propriedade de uma coisa, por qualquer título favorável ao desenvolvimento ou bem estar de um indivíduo, de uma raça, ou de toda a espécie humana. Ora esta propriedade é uma coisa muito diferente do que quisemos representar pela palavra *utilidade*, e que consistia apenas na relação de conveniência entre as propriedades de certas coisas, e certos *desejos* ou *gostos* de um homem, legítimos ou ilegítimos, favoráveis ou prejudiciais ao desenvolvimento e bem estar desse homem. Para designar esta relação, muito diferente da utilidade, no sentido vulgar desta palavra, Pareto propôs o nome, que tende a tornar-se clássico dada a autoridade do seu criador, de *ofelimidade*, do grego *wjelimoV*.

O próprio autor nos fornece alguns exemplos concretos da diferença entre a *utilidade* e a *ofelimidade*: -o ouro tinha uma certa ofelimidade para os índio das Antilhas: é duvidoso que algum dia lhes tivesse sido *útil*, e tornou-se-lhes, ao contrário, muito prejudicial, excitando a cupidez dos espanhóis. O diamante será *útil* à espécie humana? Pode igualmente sustentar-se o pró e o contra. Mas não pode haver dúvidas sobre a sua ofelimidade para um grande número de pessoas; os remédios não têm nenhuma ofelimidade para a crença; têm ofelimidade para o homem que sabe, ou acredita que eles o curarão. E se realmente curam, são *úteis* ao homem e à crença. Aprender a ler não

é coisa ofelima para nenhuma crença, e é no entanto coisa extremamente útil. Felizmente para a espécie humana, o estudo da ciência é ofelimo para muitas pessoas. Discute-se, é verdade, se esse estudo será útil. Mas uma das melhores provas dessa utilidade é talvez a de nela não acreditarem os ignorantes».

Poderemos ainda acrescentar: o tabaco é ofelimo para os fumadores; mas ninguém chamará útil ao seu uso.

A morfina é ofelima para o morfinómano, e é-lhe evidentemente prejudicial. O revolver que um indivíduo compra para se suicidar, é-lhe ofelimo; não lhe é, evidentemente, útil.

§ 37.^o — Substituiremos pois a palavra utilidade pela palavra ofelimidade. E retomando o curso das ideias, que vínhamos seguindo, podemos definir a economia pura como a ciência da ofelimidade.

Foi esta a definição que Pareto deu no seu *Cours d'Economie Politique* publicado em 1896. No seu *Manuel d'Economie Politique* de 1909, precisa e esclarece esta ideia.

A economia pura é o estudo do *homo economicus*, ser abstracto que só realiza *acções económicas*, isto é, que apenas procura ofelimidades; o estudo desse ente abstracto equivale pois ao estudo da ofelimidade. Vimos que a ofelimidade era uma relação de conveniência entre as propriedades de certas coisas e certos gostos ou *desejos* humanos, por virtude da qual as primeiras satisfazem os segundos. Esta relação traduz-se na consciência pelo prazer que nos dá o consumo dessas coisas, ou pela representação desse prazer.

Olhando, por isto, apenas, o aspecto subjectivo da ofelimidade podemos defini-la: *L'ofélimité, pour un individu, d'une certaine quantité d'une chose, ajoutée à une autre quantité déterminée (qui peut être égale à zéro) de cette chose déjà possédée par lui, est le plaisir qui lui procure cette quantité*¹

É a busca deste prazer, conforme dissemos, o único móbil do *homo economicus*; quando consegue obtê-lo, o *homo economicus* satisfaz um gosto; mas em geral, para o conseguir, precisa remover certos *obstáculos*, que se opõem à sua satisfação. Dizemos *em geral*, porque há gostos ou desejos que nenhum obstáculo encontram, nas condições normais, à sua satisfação: o gosto de respirar, o gosto de dormir...etc. Se todos os gostos humanos estivessem neste caso, não haveria problemas económicos por resolver. A economia pura, ciência do prazer que ao homem dá a satisfação dos seus gostos, poderia, em rigor, subsistir. Simplesmente o seu objecto seria bem mais simples do que o é realmente, e o seu estudo não apresentaria as dificuldades que resultam precisamente da oposição constante, que se dá entre os gostos e os obstáculos. Por agora não trataremos de saber em que consistem estes últimos; basta-nos saber que, pela palavra obstáculos, designamos tudo.

¹ Manual, pag. 158.

quanto se opõe à satisfação de um gosto qualquer. Mais tarde precisaremos a sua noção.

Como é evidente porém, que esses obstáculos existem, desde já podemos afirmar que o estudo da Economia pura tem de abranger um estudo dos gostos humanos, e um estudo das varias espécies de obstáculos que esses gostos encontram para a sua satisfação. Este estudo deverá naturalmente completar-se pelo estudo da maneira porque uns e outros se conciliam, ou seja pelo estudo do equilíbrio económico. Feito isto, a economia pura terá concluído a sua missão.

§ 38.º — No entanto, para que este estudo fique completo, a economia deverá analisar o assunto por três formas, sucessivamente mais complicadas, que constituirão outras tantas divisões fundamentais dessa ciência. Essas partes serão: uma parte estática que estuda as condições do equilíbrio — uma parte dinâmica que estudará o movimento do fenómeno económico. Ex.: considerando os gostos que o trigo satisfaz, e chamando obstáculos aos francos que um homem terá de dar para obter um litro de trigo, será um problema de estática a determinação do preço médio que o trigo terá, por ex., hoje no mercado. Este preço representará o ponto de equilíbrio, num momento determinado, entre os gostos dos homens que vieram ao mercado, e os obstáculos que se opõem à sua satisfação. Se eu quiser achar a lei da variação dos preços médios do trigo, terei diante de mim um problema de equilíbrios sucessivos. Se eu quisesse determinar quais as leis que regulam o movimento no sentido da alta dos preços passa além do ponto de equilíbrio para se tomar, ele próprio, a causa de um movimento em sentido contrário, como variarão os seus preços, rápida ou lentamente, com um movimento ora acelerado ora retardado, teria diante de mim um problema de dinâmica económica.

A parte estática da economia pura é a mais avançada; poucas noções temos sobre a teoria dos equilíbrios sucessivos; salvo no que diz respeito às crises económicas, nada absolutamente sabemos da parte dinâmica.

O *Manual*, de Pareto, a mais moderna das obras da escola matemática, ocupa-se exclusivamente da parte estática da economia pura. O seu fim principal é o estudo do equilíbrio económico. Já dissemos que este estado resultava da conciliação entre os gostos e os obstáculos; precisemos melhor esta noção.

Tomemos um indivíduo qualquer, tendo certos gostos, e encontrando certos obstáculos à sua satisfação, e vejamos em que consiste essa conciliação dos primeiros com os segundos. Exemplifiquemos: esse indivíduo, dadas as suas condições de fortuna, dados os seus gostos e dado um certo preço do pão, compra todos os dias um quilo dele; um dia o padeiro recusa-se a vender-lhe mais de 900 gramas, por ter falta de pão; mas no dia seguinte, tendo-o novamente à descrição, o nosso indivíduo volta a comprar um quilo, nem mais nem menos, o

que mostra que as 900 gramas que foi obrigado a comprar na véspera, o não satisfizeram; em seguida, e mantendo-se sempre as mesmas circunstâncias, o nosso indivíduo continua a comprar indefinidamente um quilo de pão por dia; Chama-se a isto um estado de equilíbrio. O que é pois o equilíbrio? É o estado que se manteria indefinidamente, se não houvesse nenhuma mudança nas suas condições.

Outro exemplo: no fim da colheita dois lavradores encontram-se, um deles com 100 litros de vinho, o outro com 100 litros de trigo; o primeiro reconhece que, para viver até à colheita seguinte, poderia muito bem beber todo o vinho que possui, e ao mesmo tempo vê que lhe falta o trigo para cozer pão. O segundo verifica que lhe não seria preciso, até à colheita seguinte, tanto trigo quanto possui, mas que, ao contrário, lhe falta o vinho para o regar. Estes dois indivíduos encontram-se e comunicam-se mutuamente a sua situação. Resolvem trocar entre si o excesso de vinho e de trigo que respectivamente possuem. Como é precisa uma base para a troca, supúnhamos que combinam trocar um litro de vinho por um litro de trigo; de resto, o que vamos dizer seria igualmente verdadeiro se a proporção das trocas fosse qualquer outra. O primeiro indivíduo bem desejaria que o segundo lhe desse uma parte do seu trigo, sem ele ter de lhe dar em troca uma parte do seu vinho, e o segundo pensaria da mesma forma; mas é claro que nem um nem outro estariam dispostos a ceder uma parte do que tinham, sem coisa alguma receberem em troca. A parte que cada um teria de ceder, representava para ele o *obstáculo* que se opunha à satisfação do *gosto*, consistindo no consumo da mercadoria que lhe faltava. O primeiro indivíduo, pesando de um lado o *gosto* que lhe causaria o ficar com trigo para cozer pão, e do outro o *obstáculo*, consistindo no sacrifício de ceder uma parte do seu vinho, verificava, por exemplo, que o sacrifício para ele representado pela cedência de 10 dos seus 100 litros de vinho, era muito menor do que o gosto que lhe daria a posse de 10 litros de trigo. Propunha, por isso, ao outro esta troca. Se o segundo indivíduo pesando pelo seu lado o gosto que lhe daria a posse de 10 litros de vinho, e o sacrifício que faria na cedência de 10 litros dos seus 100 litros de trigo, achasse o gosto superior ao sacrifício, acedia ao pedido do primeiro indivíduo, e a troca de 10 litros de trigo contra dez litros de vinho realizava-se entre ambos. Depois de feita esta troca, o 1.º indivíduo ficaria com 90 litros de vinho, e 10 de trigo. Pesando novamente o gosto que lhe daria a aquisição de novos 10 litros de trigo, e o sacrifício representado pela cedência de novos 10 litros de vinho, se achasse o gosto superior ao sacrifício, proporia ao 2.º indivíduo uma nova troca; o 2.º indivíduo faria, pelo seu lado, o mesmo cálculo e aceitaria ou não, conforme, pelo seu lado, o gosto que lhe dava a posse de novos 10 litros de vinho fosse superior ou inferior ao sacrifício resultante da cedência de novos 10 litros de trigo. Mas é claro que quanto menor quantidade de vinho, e maior quanti-

dade de trigo fosse tendo o 1.º indivíduo, mais precioso se lhe ia tornando o vinho que ainda tinha, e menos necessária uma nova quantidade de trigo. Isto é: o *gosto* que o levava a desejar novas porções de trigo, ia diminuindo, e o *obstáculo* que ele tinha de vencer para as obter, ia aumentando. O mesmo ia acontecendo ao 2.º indivíduo. Supúnhamos que as trocas se tinham feito até ao ponto de cada um dos indivíduos ter precisamente 50 litros de cada uma das mercadorias. Supúnhamos que neste ponto, o nosso primeiro indivíduo, consultando-se, reconhecia que o *gosto* que lhe daria a posse de uma nova quantidade de trigo já não era superior ao sacrifício que lhe causaria a cedência de uma nova quantidade de vinho. É claro que, em tal caso, não quereria continuar a troca e dar-se-ia por satisfeito. Neste ponto o 1.º indivíduo estaria no estado que chamámos de equilíbrio.

§ 40.º — Quanto ao 2.º indivíduo, poderia neste momento estar, ou não estar no mesmo estado de equilíbrio. Nada impedia que, ao ver-se com 50 litros de vinho e outros tantos de trigo, ele quisesse ainda continuar as trocas, mas que o primeiro se opusesse.

Parece pois que o alcançarem os dois indivíduos simultaneamente o equilíbrio, é sempre uma questão de acaso. Ora a economia pura propõe-se precisamente determinar as condições do equilíbrio, não só nos casos simples, como é o do nosso exemplo, mas no caso geral que, veremos, é infinitamente mais complexo, conquanto a base seja sempre a mesma. Quer dizer que a economia pura nos ensina precisamente a forma de dar aos problemas do equilíbrio uma forma rigorosa, mostrando-nos em que caso esse equilíbrio pode alcançar-se, e em que casos ele é, ou pode ser, impossível. O caso que estudámos, é precisamente um daqueles em que o equilíbrio simultâneo dos dois indivíduos pode ser impossível, como vimos. Porque motivo acontece isto? E qual a forma de transformar o caso de equilíbrio impossível num outro em que os dois indivíduos atinjam *com certeza* o equilíbrio simultaneamente? A estas perguntas só a economia pura, auxiliada pela matemática, pode responder. São mesmo as questões desta natureza, que principalmente obrigam ao emprego do método matemático, visto só pela matemática elas poderem ser resolvidas. No caso abstracto de dois indivíduos, ainda poderia talvez encontrar-se uma solução, sem auxilio de matemática.

Mas o caso geral, de muitos indivíduos e muitas mercadorias é que, sem ela, se não pode tratar.

Vamos ver porquê, e como.

§ 41.º — Há uma ciência que estuda precisamente quais são as condições necessárias e suficientes para determinar um problema. Chama-se álgebra. Nesta ciência as condições chamam-se equações, e as quantidades a determinar, incógnitas. Contam-se as condições (equações) distintas, isto é, diferentes umas das outras. Se uma delas é consequência das outras, deve pôr-se de lado. Contam-se também as

quantidades a determinar (incógnitas). Se os dois números são iguais, o problema admite uma solução rigorosa. Se o número das condições (equações) é maior que o das incógnitas, o problema pode ser, ou determinado ou impossível. Se o número de condições é menor que o das incógnitas, o problema é sempre indeterminado, isto é, admite soluções em número ilimitado.

São estes princípios que vão mostrar-nos porque razão o nosso problema podia ser impossível, e qual a forma de o transformar num problema determinado, isto é, que modificações precisamos introduzir-lhe para o transformar num caso em que os dois indivíduos atinjam o equilíbrio *ao mesmo tempo*.

§ 42.º — No nosso exemplo pretendíamos satisfazer duas condições: a primeira era que o primeiro indivíduo, ao terminar a troca do vinho pelo trigo, estivesse no ponto de equilíbrio, isto é, nem desejasse mais vinho e menos trigo, nem mais trigo e menos vinho. A segunda era que, nesse mesmo momento, o segundo indivíduo atingisse uma situação análoga, isto é, estivesse também no seu ponto de equilíbrio.

Por outro lado, com estas duas equações ou condições, pretendíamos achar uma única incógnita que era o número de litros de vinho cedidos pelo primeiro, ou o número de litros de trigo cedidos pelo segundo. Dizemos *ou*, porque bastaria conhecer uma destas quantidades para conhecer a outra, visto termos admitido que as trocas se fariam na proporção de 1 litro de vinho para 1 litro de trigo; é claro, portanto, que, conhecido o número de litros de vinho cedidos pelo primeiro indivíduo, ipso facto, conhecíamos o número de litros de trigo cedidos, em troca, pelo segundo. Quer dizer, que na realidade só uma destas quantidades teríamos de determinar. No nosso problema tínhamos, pois, duas condições e apenas uma incógnita. É este, como vimos, um caso em que o problema pode ser, ou determinado ou impossível. Quer dizer que, *se por acaso*, no momento em que o primeiro indivíduo se declarava satisfeito, o segundo o estivesse também, o problema era determinado. Mas se o segundo indivíduo não estivesse contente, não havia maneira alguma de o satisfazer, a não ser descontentando o primeiro. Quer dizer, que o problema da satisfação simultânea dos dois, isto é, o problema do equilíbrio do sistema, era impossível.

Qual a maneira de o tornar não só possível, mas rigorosamente determinado? Muito simplesmente. Visto termos observado que tínhamos duas equações a satisfazer, trata-se de modificar o enunciado do problema de forma a ter duas incógnitas a achar, em vez de uma só. Para isso o que é preciso? É preciso que, quando conhecermos o número de litros de vinho cedidos pelo primeiro indivíduo, não fiquemos conhecendo, ipso facto, o número de litros de trigo cedidos pelo segundo. Desta forma já teremos duas incógnitas a determinar: 1.ª, o número de litros de vinho cedidos pelo primeiro indivíduo; 2.ª, o número de litros de trigo dados, em troca, pelo segundo. Mas para isto,

é preciso que não fixemos a proporção em que o vinho e o trigo serão trocados um pelo outro, aliás, conhecida a quantidade do primeiro, logo ficaria conhecida a quantidade do segundo, isto é, só haveria de facto uma quantidade a conhecer. Quer isto dizer: ao enunciarmos o nosso problema, admitimos que os dois indivíduos tinham previamente fixado a proporção de 1 litro de vinho por um litro de trigo, nas trocas que iam realizar. É preciso deitar fora esta suposição, que aliás só fizemos para simplificar, de momento, o raciocínio que íamos fazer, mas que de resto nem corresponde à realidade porque, no caso da livre concorrência, (o nosso exemplo está neste caso), as proporções nas trocas ou *preços*, são determinadas ao mesmo tempo que as quantidades trocadas, isto é, figuram no número das incógnitas, e não no dos dados do problema. Devemos pois admitir que os nossos dois indivíduos se aproximavam um do outro, o 1.º tendo 100 litros de vinho, e o 2.º 100 litros de trigo, ambos desejando possuir a mercadoria que lhes faltava, mas evidentemente resolvidos a comprar mais ou menos dessa mercadoria, conforme o seu *preço* fosse mais ou menos elevado, isto é, conforme fosse maior ou menor a quantidade que teriam de dar do seu vinho ou do seu trigo para obterem uma dada porção do trigo ou do vinho que lhes faltava. Começavam, pois, por debater entre si esse preço. Tomavam uma base qualquer para a discussão, visto que naturalmente sem esta base, a discussão seria impossível; pode, porém, essa base ser qualquer, sem influir numa linha do que vamos dizer; supúnhamos que a base da discussão entre os nossos dois indivíduos era, por exemplo, o preço ao qual, no ano anterior, eles tinham feito negócio. Suponhamos que este preço era o de 1 litro de vinho por 1 de trigo. A este preço o primeiro indivíduo declarava ao segundo que estava disposto a ceder 50 litros do seu vinho por outros tantos de trigo. Se os desejos do segundo indivíduo fossem precisamente estes, a troca fazia-se logo, e os dois indivíduos ficavam ambos no ponto de equilíbrio. Mas podia muito bem acontecer que, ao preço de 1 litro de vinho por 1 de trigo, o segundo indivíduo não estivesse disposto a ceder mais do que 30 dos seus litros de trigo. Se o primeiro indivíduo aceitasse esta proposta, o segundo indivíduo ficava contente, isto é, em equilíbrio, mas o primeiro é que não ficava, visto que a esse preço lhe convinham 50, e não apenas 30 litros de trigo. Como resolver o problema? O primeiro indivíduo, pensando bem o *gosto* pela aquisição do trigo, e o *desgosto* pela cedência do *vinho*, isto é, o *obstáculo* a essa aquisição, resigna-se, para ver se obtém ao menos 45 litros de trigo, a dar 12 decilitros de vinho por cada litro de trigo, isto é, faz a *alta* do preço do trigo, e a baixa do preço do vinho. O segundo indivíduo, a este novo preço, já transige em ceder até 35 litros de trigo, mas recusa-se a ceder maior quantidade. O primeiro indivíduo ainda não fica contente, visto que ao novo preço que ofereceu, desejaria comprar 45 litros de trigo, e não apenas 35. Comparando, porém, de novo, mentalmente,

a situação em que ficaria aceitando esta última proposta do segundo indivíduo, e aquela em que ficaria se obtivesse ao menos 40 litros de trigo, embora com maiores sacrifícios do seu vinho, acha melhor esta segunda, e oferece ao segundo indivíduo comprar-lhe 40 litros do seu trigo, ao preço de 15 decilitros em vinho por cada litro de trigo. O segundo indivíduo, pesando por seu turno os seus gostos, verifica que, a tal preço, lhe convém, não apenas ceder 40 litros do seu trigo, mas mesmo 45. Declara isto ao primeiro indivíduo. Mas este, que muito desejaria ter obtido os 45 litros de trigo, ao preço de 12 decilitros por litro, isto é, dando por eles 54 litros do seu vinho, não está disposto a pagá-los na proporção de 15 decilitros por litro, isto é, a privar-se de 67,5 litros do seu vinho, e portanto recusa a contra-proposta e insiste na compra de 40 litros de trigo. Mas o segundo indivíduo comparando, por seu turno, a situação em que ficaria desta forma, com a que lhe resultaria se, por exemplo, conseguisse levar o primeiro indivíduo a ficar-lhe com 43 litros de trigo ao preço de 14 decilitros de vinho por um litro de trigo, acha melhor esta segunda. Faz, pois, por seu turno a *baixa* do preço do trigo, e *alta* do vinho, e faz esta nova proposta ao segundo indivíduo. Vão assim debatendo o preço e alternado ao mesmo tempo as quantidades pedidas e oferecidas, até que forçosamente hão-de chegar a um preço em que os dois indivíduos, *dados os preços e as quantidades*, a que chegaram, se encontram ambos satisfeitos, isto é, no ponto de equilíbrio. Neste momento, e *sò nele*, a troca realiza-se¹. O preço e as quantidades a trocar, foram pois determinadas simultaneamente pela condição dupla do equilíbrio dos dois indivíduos. As incógnitas eram duas: o *preço* e uma das quantidades trocadas (visto que a outra resultava destas duas, ou as duas quantidades trocadas visto que o preço era a relação entre ambas); as condições ou equações eram também duas: a obtenção do equilíbrio pelo primeiro indivíduo, e a obtenção do equilíbrio pelo segundo. As condições eram tantas como as incógnitas. O problema era perfeitamente determinado, e admitia fatalmente uma solução exacta.

§ 43.º — Esta longa exposição demonstra-se em poucas linhas com o auxílio da matemática. Essa demonstração iremos dá-la mais tarde; por agora pretendemos apenas dar uma ideia, sem recorrer a fórmulas, do caso mais simples de equilíbrio económico na troca: o de dois únicos indivíduos com duas únicas mercadorias. Neste mesmo caso, em que, por abstracção (visto que na realidade tal caso dificilmente poderá dar-se), considerámos apenas os elementos, por assim dizer, indispensáveis no fenómeno da troca, vimos que só a matemática pode dizer-nos em que condições se trata de um problema determinado, e quais aquelas em que o problema não tem solução, ou admite um número

¹ A. Osório faz notar a necessidade da condição fundamental de ausência de qualquer transacção fora do equilíbrio para que este seja alcançado no processo de troca.

ilimitado delas. Seria talvez possível, no entanto, resolver este caso sem matemática. Mas se passarmos para o caso geral, em que os permutadores são numerosíssimos, e variadíssimas as mercadorias que trocam uns com os outros; se ao lado dos indivíduos que se limitam a trocar mercadorias, considerarmos aqueles que as produzem, ou transformando-as materialmente, ou transportando-as no espaço, ou transportando-as no tempo, se, ao lado dos que produzem mercadorias, considerarmos os que produzem os meios para as obter, ou criadores de economias, se *in mente* virmos todos estes indivíduos, buscando cada um a satisfação dos seus *gostos* pela mais fácil remoção dos *obstáculos*, discutindo entre si, influenciando-se mutuamente sem muitas vezes o saberem; os que *trocam* perturbando os que *produzem* e sendo perturbados por eles; uns e outros afectando os que economizam e sofrendo também a sua influência; se por um segundo, em suma, podermos abraçar toda a enorme vastidão e a imensa complexidade do fenómeno económico, em que o todo depende de cada parte, e cada uma destas de todas as outras, mesmo reduzindo-o aos seus elementos abstractos mais simples — os gostos humanos e os obstáculos que esses gostos encontram —, compreenderemos que a lógica vulgar é absolutamente impotente para nos dizer quais as condições necessárias e suficientes para que o problema do equilíbrio geral seja determinado, e que só essa lógica especial que se chama a lógica matemática pode permitir-nos a determinação das condições rigorosamente precisas para que as incógnitas do problema possam achar-se. Essa lógica especial lembra-nos a todo o instante, esse princípio, que já vimos ser indispensável conhecer, mesmo no caso abstracto mais simples que é possível imaginar, e sem o qual o caso geral do equilíbrio é, com mais forte razão, inabordável; esse princípio é que, para determinar um número qualquer de incógnitas, é necessário e suficiente poder pôr um número exactamente igual de condições ou equações distintas, nem uma a mais, nem uma a menos. No caso geral em que estas condições são, como veremos, numerosíssimas, só a matemática pode dizer-nos quantas as incógnitas que, por meio delas, podemos determinar, livrando-nos assim de pretender, como fazem muitos economistas, achar, na melhor boa fé, duas incógnitas com uma equação, ou resolver sistemas impossíveis, em que as equações excedem as incógnitas a determinar. Poderemos por isso, com o auxílio dessa lógica, pôr o problema do equilíbrio geral com todo o rigor teórico dos problemas da mecânica ou da astronomia. E dizemos *teórico*, porque se os sistemas de equações mecânicas e astronómicas admitem soluções práticas, o sistema das equações económicas ainda não atingiu esse estado. Veremos mais tarde as dificuldades que a isso, por enquanto, se opõem. Tal facto não tira, porém, às demonstrações teóricas o seu rigor. As ciências avançam, passo a passo; antes de conhecer-lhes todos os mistérios, e fazer delas alavancas para a solução dos problemas práticos, é preciso

tê-las construído com o maior rigor, assentando-lhes cuidadosamente os alicerces. A escola matemática procura precisamente firmar bem os alicerces da ciência nova; para isso emprega todos os métodos científicos, e não faz questão deste ou daquele. O seu fim é conhecer as uniformidades ou leis dos fenómenos económicos; quando o método histórico a pode auxiliar, prolongando-lhe no passado as experiências do presente, emprega o método histórico; quando a indução lhe é precisa, emprega o método indutivo, mas nem por isso abandona o dedutivo quando este lhe parece necessário; se a lógica vulgar lhe basta, emprega a lógica vulgar, porque não deseja voluntariamente complicar as coisas, antes o seu fim é torná-las claras e compreensíveis; mas não é sua a culpa de que os fenómenos de que se ocupa a economia pura, os fenómenos abstractos da ofelividade, traduzindo-se no conflito entre os *gostos* e os *obstáculos*, donde resulta o equilíbrio, tenham uns com os outros, não simples relações de causa e efeito, para as quais a lógica vulgar basta em geral, mas sim relações de mutua dependência, perante as quais a lógica vulgar é insuficiente, e que só podem traduzir-se num sistema de equações simultâneas, isto é, por meio de uma teoria matemática.

Desenvolveremos esta ideia da mutua dependência dos fenómenos económicos e da sua influência no método a seguir para o estudo desses fenómenos, no capítulo 4.º; por agora quisemos apenas aproveitar o exemplo que fomos levados a dar, do caso típico mais simples do equilíbrio económico na troca, para mostrar que mesmo nele, a lógica matemática se torna, se não absolutamente indispensável, pelo menos muito útil para uma clara compreensão do problema. Não queremos, porém, abandonar a exposição que vínhamos fazendo.

§ 44.º — Vimos como a economia pura, ciência da ofelividade, é levada a estudar os gostos humanos e os obstáculos que estes encontram, e como este estudo a conduz ao estudo do equilíbrio económico; sabemos agora que, por esta expressão, devemos entender o estado em que os movimentos que os gostos tendem a produzir, são anulados pelos obstáculos que se opõem à sua satisfação. Por exemplo: um homem tem um certo desejo de comprar mais uma certa porção de pão, para juntar ao que já possui; mas o sacrifício que teria de fazer, em quaisquer outras ofelividades, para poder realizar essa compra, é igual ao gosto que dela lhe viria; o nosso homem não compra mais pão. Por outro lado, sabe que, vendendo uma certa porção do pão que possui, poderia comprar certas ofelividades; mas o gosto que, da posse destas, lhe viria, era igual ao sacrifício que teria de fazer para ceder uma parte do seu pão; não lhe vale portanto a pena vendê-lo; se o nosso homem não compra portanto mais pão, nem vende parte do seu pão, é porque, dadas as circunstâncias existentes (intensidade e natureza dos seus gostos, preços do pão e das outras mercadorias, seus meios de fortuna...etc.) o pão que ele possui, não é nem demais nem

de menos; é exactamente a porção que lhe convém, é aquela que ele desejaria ter sempre, enquanto não mudasse as condições em que se encontra; este indivíduo está, quanto à mercadoria pão, no ponto de equilíbrio.

O estudo da ofelividade, que se traduz no estudo dos gostos e dos obstáculos, fica, pois, completo, quando se tiverem formulado as leis e condições do equilíbrio económico.

É este o objecto do *Manual* de Vilfredo Pareto.

§ 45.º — A economia pura, assim concebida, pode considerar-se um capítulo da psicologia: é uma espécie de mecânica racional dos desejos humanos. Tal concepção pode, porém, dar origem a um reparo que é, desde já, conveniente esclarecer: se a economia pura estuda a mecânica dos desejos, não se compreende bem que espécie de acções humanas estão fora do seu campo, porque todas elas, desde a mais insignificante à mais complexa, não fazem mais do que traduzir desejos do seu autor: a simples aquisição de uma laranja, é uma acção económica, conforme a definição que demos, porque evidentemente se trata de uma *acção lógica cujo fim é obter uma coisa que satisfaz um gosto*; mas quando vamos visitar um amigo, que não vemos há muito, parece que se trata também de uma *acção lógica, cujo fim é obter uma coisa (a presença desse amigo) capaz de satisfazer um gosto nosso*. A visita a um amigo é pois uma acção económica? Os actos de heroísmo que um soldado pratica, pensando na Legião de Honra que espera obter, são acções económicas? O trabalho e as lutas que um homem de Estado trava para conseguir um benefício para o seu país, unicamente movido pelo *desejo* de obter a aprovação geral, e de causar a felicidade dos seus administrados, é uma acção económica? Os estudos do sábio, que *deseja* o progresso da ciência, e talvez também a fixação do seu nome na memória dos homens, são actos económicos? Mas neste caso todas as acções humanas, sem excepção, entram para dentro da economia pura: o *homo economicus*, em vez de ser uma parte do homem real, que só por abstracção dele podemos isolar, passa a ser o próprio homem real, em tudo e sempre movido por um *desejo* qualquer: a economia pura, capítulo da psicologia, absorve todos os ramos da ciência social: a moral, o direito, a política, as cerimónias...etc. O seu objecto torna-se tão vasto, que os seus contornos se perdem e diluem; transforma-se na ciência das acções humanas em geral.

§ 46.º — Nesta observação há um certo fundo de verdade, que convém pôr em evidência. Em todas as acções humanas, voluntárias e conscientes, *lógicas* na frase de Pareto, existe realmente um lado económico, que muitas vezes tem uma importância secundária, ao lado de outros aspectos que mais ferem a atenção, mas que nem por isso deixa de existir sempre; toda a acção consciente e voluntária é precedida por uma avaliação interna, rápida ou lenta, seguida pela atenção em todos os seus termos, ou em parte semi-consciente ou inconsciente, dos moti-

vos opostos que tendem a fazer-nos praticar, ou a desviar-nos de praticar essa acção; estes motivos são a representação mental das consequências que resultarão da prática ou não prática do acto considerado; a representação destas consequências pode ser mais ou menos extensa, mais ou menos abstracta, e até mais ou menos exacta, conforme as experiências do indivíduo e o seu poder de representação mental; seja porém como for, é certo que, dentre as consequências representadas, uma parte será agradável ao indivíduo e outra parte desagradável; supúnhamos que todas as consequências de um certo acto são representadas como agradáveis, e como desagradáveis todas as consequências da não prática desse acto: é evidente que, se nos for possível, não deixaremos de o praticar; pode porém acontecer, e acontece quase sempre, que entre as consequências representadas como devendo resultar da prática de um certo acto, uma parte é agradável e outra desagradável. Se a resultante é uma representação agradável, o homem sente-se levado à prática desse acto; mas só o pratica se essa resultante for superior à resultante oposta, isto é, à resultante das representações agradáveis e desagradáveis ligadas à não prática desse acto. Por exemplo: se pensarmos em dar um passeio, as representações dos estados agradáveis e desagradáveis que dele nos resultarão, chocam-se por instantes no nosso espírito; o problema será de resto posto por nós, em harmonia com os dados de momento; o nosso estado de disposição, a beleza do dia, a companhia que levamos, o local onde iremos, tudo se combina de forma a fazer que, em última análise, desejemos ou não desejemos ir passear, conforme a resultante dos estados representativos agradáveis e desagradáveis for um prazer ou uma dor. Se a resultante for um prazer, desejamos o passeio; mas se, por outro lado, medindo os prazeres que nos resultariam de ficar em casa, encontramos uma resultante tal, que o prazer assim obtido nos pareça maior do que o obtido pelo passeio, ficamos em casa.

A representação de um facto agradável, origina na consciência uma forma fraca da sensação real de prazer que esse facto nos dará. A este estado representativo de um prazer futuro chama-se *desejo*. Os actos voluntários são, pois, a consequência última de uma avaliação interna de desejos opostos e traduzem sempre o predomínio momentâneo de um dentre eles. Se por acções económicas entendemos aquelas que o homem pratica para satisfazer os seus gostos ou desejos, temos de reconhecer que em todas as acções humanas, conscientes e voluntárias, há um aspecto económico, que não é possível esconder, isto é, que todas as acções lógicas, sem distinção alguma, são, na sua origem, acções económicas².

² Uma tal concepção onde as acções lógicas são económicas parece dificilmente conciliável com a de Pareto citado na p. 47 onde as acções económicas são apresentadas como sendo um sub-conjunto das acções lógicas.

§ 47.^o — Deixando este aspecto que é o mais geral do problema, e aproximando-nos mais dos seus elementos, chegámos à mesma conclusão. Entre as acções vulgarmente chamadas económicas, e todas as outras espécies de acções, não há, quando as encarámos sob o ponto de vista dos seus motivos determinantes, isto é dos desejos humanos, distinção alguma, qualitativa; há simples diferenças quantitativas. No exemplo, que demos, de um caso de troca de trigo e vinho, os motivos determinantes do acto económico que considerámos, eram, por parte do dono do vinho, o *desejo* de possuir trigo, e por parte do dono do trigo, o *desejo* de possuir vinho; ambos eles pesavam, no acto da troca, as representações das sensações futuras agradáveis, que haviam de produzir-lhes respectivamente o trigo e o vinho que iam adquirir, e comparavam-nas com as representações das sensações futuras desagradáveis, que lhes resultariam da perda de uma parte da mercadoria que possuíam. Quer dizer: comparavam as suas sensações em momentos diversos e condições diferentes, e escolhiam dentre essas condições, aquela que lhes parecia dever produzir-lhes uma sensação mais agradável.

Tomemos agora estes mesmos dois indivíduos em qualquer dos múltiplos e variados actos da sua vida; em todos, encontraremos sempre uma comparação prévia de sensações ou emoções representativas, e uma deliberação no sentido da sensação ou emoção representativa mais intensamente agradável, isto é, mais *desejável*, mais *ofelima*...

Notemos que dentro desta fórmula, cabem os mais variados motivos de acções, exactamente como na noção de ofelividade. Não é forçoso que qualquer dos nossos indivíduos ao tomar uma qualquer deliberação, seja levado unicamente pelo seu interesse pessoal; pode ser levado pelo interesse alheio ou adoptar qualquer outra regra de conduta; a única proposição que desejamos assentar, é que as deliberações humanas são sempre precedidas de uma comparação entre sensações ou emoções representativas e que o acto não faz mais do que traduzir a maior ofelividade da sensação ou emoção que dele deve resultar, isto de harmonia com a regra adoptada na comparação das sensações ou emoções, *seja qual for essa regra*. Se um dos nossos dois indivíduos fosse, por exemplo, muito caritativo, e no regresso a casa encontrasse no caminho um pobre faminto, podia muito bem acontecer que desse uma parte do trigo que vinha de comprar. Neste caso, a comparação interna estabelecia-se entre a ofelividade das emoções representativas agradáveis que ao nosso indivíduo causariam, *por simpatia*, as emoções agradáveis igualmente representativas, que o consumo do trigo lhe daria se, em vez de o dar, o levasse para casa e o consumisse ou empregasse de qualquer outra forma.

Enquanto, por essa comparação, o nosso indivíduo sentisse que, *dando mais um bocadinho de trigo ao pobre*, obtinha para si um acréscimo de prazer simpático superior ao prazer perdido deixando

de consumir esse novo *bocadinho de trigo*, ia dando trigo. Mas quanto mais trigo ele ia dando ao pobre, menor se ia tornando o prazer que, por simpatia, lhe iam causando as sucessivas emoções agradáveis do pobre, porque este último ia realmente sentindo acréscimos de prazer, cada vez menores, à medida que maior quantidade de trigo ia possuindo; a emoção simpática experimentada pelo dador, simples reflexo da do pobre, ia pois diminuindo com ela. Mas, por outro lado, quanto mais trigo o nosso homem ia cedendo, mais lhe custava ceder uma nova porção; quer dizer que o prazer representativo a que ele renunciava, ia aumentando. Desta forma, se a emoção agradável ia diminuindo, e a desagradável aumentando, chegava um momento em que ambas se contrabalançavam na análise introspectiva; era esse o ponto de equilíbrio, em que o nosso indivíduo parava com as ofertas de trigo, que supusemos ir fazendo sucessivamente. Compreenda-se, de resto, que esta suposição foi feita apenas para melhor poder decompor o fenómeno nos seus aspectos sucessivos. Nada impedia que o nosso indivíduo fizesse a comparação uma vez, e desse logo ao pobre a porção que, para ele, correspondia ao ponto de equilíbrio.

Veremos mais tarde que este fenómeno se representa por uma equação, cujo enunciado é, que no ponto de equilíbrio as *ofelimitades elementares divididas pelos preços* (ponderadas), são iguais. Não desejamos, porém, tocar em pontos que mais tarde tencionamos desenvolver. Basta-nos compreender, e para isso damos o exemplo que vimos de ver, que o processo mental, que precede um acto por toda a gente considerado como económico, como é a troca entre duas mercadorias, é exactamente da mesma espécie do que precede um acto que habitualmente não costuma fazer-se entrar no grupo das acções económicas.

§ 48.^o — Se acompanharmos o nosso indivíduo nos mais variados actos da sua vida, chegamos sempre à mesma conclusão; nas eleições, o nosso homem vota num candidato e não noutro, porque a soma de vantagens que lhe resultam, ou ele pensa que hão-de resultar-lhe, da eleição do primeiro, excede as que lhe traria a eleição do segundo. Estas vantagens podem ser quaisquer, *conforme a regra de comparação de sensações que o nosso homem seguir*; pode escolher o primeiro candidato, porque pensa que ele ajudará o triunfo de uma ideia política qualquer, que o nosso homem *desejaria* ver triunfar, sem outro interesse; pode escolhê-lo porque ele lhe prometeu melhoramentos para a sua terra, ou porque lhe comprou o voto mais caro do que o contrário desejava comprar-lho, ou porque odeia este último; o motivo é indiferente. Basta fixar que o nosso homem, no momento de meter a lista na urna, foi impulsionado pela emoção representativa mais forte, isto é, mais *ofelima*, e que o seu acto foi precedido de uma comparação interna de *ofelimitades*, como o tinha sido o acto da troca, e como o fora o acto da esmola dada pobre.

Ninguém considera o acto de votar como uma acção que entra no grupo das que vulgarmente se chamam económicas, e no entanto, na sua origem interna, essa acção não difere qualitativamente da acção económica, como tal mais indiscutivelmente caracterizada.

A conclusão a que chegamos é, pois, perfeitamente legítima: em todas as acções *lógicas*, isto é, conscientes e voluntárias, há um aspecto económico que não é possível esconder, isto é, todas as acções são, na sua origem, acções económicas, tais como as definimos: «aquelas que o homem pratica para satisfazer os seus gostos ou desejos».

§ 49.º — A economia pura estuda, pois, *todas* as acções humanas?

Aceitemos a dificuldade de frente, em vez de pretender torneá-la: a economia pura assenta em certos princípios tão gerais, que de facto, dentro deles cabem todas as formas da actividade humana. Isso não a impede de, postos esses princípios, estudar especialmente a sua aplicação a uma parte das acções humanas, sobre a qual, no estado presente da ciência, essa aplicação começa a poder fazer-se, ao passo que sobre as restantes acções humanas, os princípios gerais embrulham-se e complicam-se de tal forma, com outros princípios de várias espécies, que um estudo rigorosamente científico é, por enquanto, impossível.

A economia pura poderá ser, amanhã, a ciência das acções humanas em geral, capítulo imenso da psicologia, do qual as ciências sociais serão apenas uma subdivisão; por enquanto tem de ser mais modesta nas suas pretensões³.

Vejamos até onde elas podem ir.

§ 50.º — Pela palavra *troca*, designa-se o *acto* de ceder a outrem uma dada quantidade de uma dada coisa, recebendo, em vez dela, uma outra quantidade de uma outra coisa qualquer. A troca, reduzida aos seus elementos mais simples e, por assim dizer, indispensáveis, supõe pois: dois indivíduos, duas mercadorias, e uma relação quantitativa entre as unidades de uma e de outra, que se permutam.

Pela palavra *produção* podemos designar três coisas, aparentemente muito diferentes, mas análogas no fundo: 1.ª, a transformação material; por exemplo, o acto de transformar o trigo em pão, a lã em tecidos, a erva dos prados em pão; é este, e só este, o sentido vulgar da palavra produção; 2.ª, a transformação no espaço; por exemplo, o acto de transportar um saco de café desde o Brasil até à Europa. Este acto transformou esta mercadoria muito especial «*café no Brasil*», nesta outra muito diferente: «*café na Europa*»; evidentemente, para um europeu, esta última pode ser útil, ao passo que a primeira o não é com certeza; 3.ª, a transformação no tempo: por exemplo, o acto de transformar a colheita de trigo, disponível neste instante, numa outra colheita disponível dentro de alguns meses, o que se consegue, ven-

³ Esta concepção demasiado geral da economia pura constitui, provavelmente, a contribuição menos esclarecida de A. Osório no presente trabalho.

dendo a primeira, guardando o dinheiro, e comprando com ele a nova colheita; é claro que o dono do trigo fará estas operações quando delas tirar qualquer vantagem; sem isso, limitar-se-ia a guardar o trigo no celeiro, e disporia dele, quando lhe aprouvesse; em todo o caso, quando as fizer, terá, de facto, transformado um bem *presente* num bem *futuro*. Inversamente, poderia consumir actualmente uma colheita só pronta dentro de alguns meses, vendendo-a antecipadamente, e gastando o produto da venda; só o fará também, quando tiver necessidade, mas quando o faça, terá, de facto, transformado, pelo se acto, um bem *futuro* num bem *presente*.

Os elementos indispensáveis para se dar um acto de produção, sob qualquer destas três formas, são pois: um produtor, duas mercadorias que se transformam uma na outra, ou materialmente, ou no espaço, ou no tempo, e uma relação quantitativa, segundo a qual essa transformação se faz.

Entre a *troca* e a *produção* há de comum que, em ambas, se renuncia a uma dada quantidade de uma coisa, para obter uma dada quantidade de outra.

O elemento quantitativo é pois inseparável das noções de troca e de produção, o que tem uma enorme importância, como veremos daqui a pouco.

§ 51.^o — A *troca* e a *produção* não ocupam toda a actividade do homem, mas apenas uma parte dela, isto é, dentre as acções humanas só uma parte tem por fim realizar actos de troca ou de produção. Esta proposição que parece axiomática, merece no entanto ser analisada.

Dentre as coisas, que podem constituir a matéria de um desejo, isto é ofelima, uma parte pode, e outra parte não pode, dar origem ao fenómeno da troca. A causa está em que pode haver coisas que sejam só ofelimas para o seu possuidor, e para mais ninguém, e em tal caso, é claro que não podem dar origem ao fenómeno da troca, porque ninguém as desejará senão o próprio que as possui, e porque outra há que, não podem materialmente trocar-se; uma laranja, um livro, uma viagem, são *coisas* que, dados os gostos de muitos homens, encontrarão com certeza mais de uma pessoa, que estará disposta a dar por elas qualquer coisa; mas a posse de um objecto, sem outro valor que não seja o de representar uma recordação qualquer — uma rosa murcha para um namorado, o retrato de uma pessoa querida, a coroa de laranjeira de uma noiva — são *coisas* ofelimas para uma pessoa, mas absolutamente inúteis para toda a gente. Estas coisas só podem dar origem ao fenómeno da troca, quando se não encontrem em poder das únicas pessoas para as quais são ofelimas. Por outro lado, há outras que, embora podendo *materialmente falando*, trocar-se; estão neste caso as qualidade pessoais, uma boa saúde, a força e a agilidade no homem, a beleza e os atractivos de uma mulher, os prazeres íntimos que nos causam a prática de uma acção que julgamos *boa* por qualquer título, a

consciência do cumprimento do *dever* (apenas para algumas pessoas, e conforme a noção que do *dever* possam formar), a sensação do nosso valor pessoal, etc.

Todas estas coisas, muitas das quais podem ter em certos casos, uma ofelividade superior à de todas as coisas ofelivas, não podem, no entanto, obter-se por troca, nem dar-se em troca. É pois evidente que nem todas as ofelividades podem dar origem ao fenómeno da troca.

§ 52.^o — O mesmo podemos dizer da produção. Nem todas as coisas ofelivas podem ser produzidas, isto é, obtidas quer por meio de transformação material, quer por meio de transformação no espaço, quer por meio de transformação no tempo: todos os prazeres internos, dependentes do exercício e da combinação das nossas próprias actividades, reais ou representativas, das nossas tendências instintivas, das nossas recordações etc., estão neste caso. Não se *produz* o affecto paternal, e as ofelividades que certos actos adquirem, por força desse sentimento. Não se *produz* a emoção tão complexa, mas ofeliva, ligada por certas pessoas à posse de uma condecoração. Não se *produz* um bom passeio ao campo, num dia de sol, coisa evidentemente ofeliva para muita gente. Não se *produzem* os prazeres, de vária ordem, materiais e morais, que dependem do instinto sexual; e no entanto todos sabem que enorme parte da vida humana é subordinada à satisfação desse instinto. Não se *produz* esse prazer intenso que nos dá a consciência do nosso valor pessoal; e no entanto o desejo de alcançar este prazer é muitas vezes o móbil único da actividade de certos homens, e sobre todos exerce maior ou menor influência. Há coisa mais ofeliva do que a *alegria de viver*, emoção indefinível, que nem todos conhecem, que, mesmo os que a conhecem, só experimentam raras vezes, e que deve depender de um funcionamento momentaneamente quase perfeito dos órgãos da vida vegetativa, combinado com muitos factores de ordem moral?

E no entanto, é evidente que esta emoção não pode obter-se por um ou muitos actos de *produção*.

Resumindo: por meio da produção só obtemos *coisas*, quer pela transformação material, quer pela transformação no espaço, quer pela transformação no tempo, *de outras coisas*. E como nem só *coisas* o homem deseja, muitos dos seus desejos não podem ser satisfeitos por actos de *produção*.

§ 53.^o — Combinando a matéria dos dois §§ antecedentes, vemos que, nem todas as ofelividades podem ser obtidas, quer por actos de troca, quer por actos de produção. Mas o homem busca satisfazer igualmente todos os seus desejos, sejam de que natureza forem. A sua actividade é constantemente solicitada pela procura de todas as ofelividades. E como só uma parte das ofelividades podem obter-se por *actos de troca* e por *actos de produção*, estas duas operações occuparão apenas uma parte da sua actividade.

Esta parte da sua actividade é ainda muito extensa, e a economia pura está longe de conhecer, por enquanto, as suas leis dinâmicas. Mas conhece as suas leis estáticas, isto é, determina com o maior rigor, quais as condições necessárias e suficientes para que se produza o equilíbrio na troca e na produção. Estuda, pois, por enquanto, apenas um aspecto de uma parte das suas acções humanas.

Começa por isolar pela abstracção, uma parte da actividade humana, dentre as mil maneiras, que esta actividade toma ao manifestar-se; essa abstracção dá-lhe as noções de *troca* e de *produção*. Em seguida, ainda por abstracção, decompõe em partes sucessivas os fenómenos contínuos, de natureza dinâmica, que são a troca e a produção; e destas partes sucessivas, destes *aspectos* abstractos, começa por estudar um apenas, o aspecto do equilíbrio, aquele em que os *desejos* humanos, que são a origem desses dois fenómenos, exactamente compensados pelos obstáculos que se lhes opõem, dão aos dois fenómenos o seu aspecto que seria definitivo se tanto os desejos como os obstáculos, não fossem essencialmente instáveis, o que altera continuamente as condições de equilíbrio, e dá ao fenómeno o seu aspecto dinâmico, cujas leis a economia pura ainda não conseguiu determinar.

Dir-se-á que desta forma, a economia pura sai para fora do mundo real. Indubitavelmente, conquanto seja da realidade que ela tira os princípios em que assenta as suas deduções; a mecânica racional, e todas as ciências puras estão, pela mesma razão, fora da realidade. E no entanto é da realidade que saem, e são o mais poderoso dos instrumentos para conhecer, cada vez mais a fundo, a própria realidade.

§ 54.^o — Resumamos: As acções humanas conscientes e voluntárias são de uma infinita variedade e complexidade, mas há entre todas em traço comum, uma uniformidade que podemos considerar a lei mais geral dessa actividade; e é que todas as acções conscientes e voluntárias, desde a mais simples à mais complexa, traduzem sempre o predomínio momentâneo de um desejo qualquer. As leis da actividade consciente do homem têm de resultar, pois, das leis que regem os desejos humanos, ou leis da ofelividade. Deve haver uma parte da ciência pura que estude estas leis: será a *económica*, ou *economia pura*.

Mas os desejos humanos são, como as acções humanas, de uma variedade e de uma complexidade que parecem desafiar qualquer análise; só por meio de abstracções sucessivas, conseguiremos talvez aproximar-nos dos seus elementos, para poder, pouco a pouco, ir formulando as suas leis. A primeira abstracção leva-nos a separar dentre todas as acções humanas, uma parte a que chamaremos *actos de troca e de produção*, a segunda leva-nos a considerar apenas um dos aspectos destes fenómenos, aquele em que os desejos ou gostos encontram compensação exacta nos obstáculos que se lhes opõem, numa palavra, em que os fenómenos dinâmicos da troca e da produção se imobilizam, teoricamente, no estado de equilíbrio.

§ 55.º — No estado actual da ciência só este aspecto é susceptível de um estudo rigoroso.

E porquê?

Porque a maior dificuldade que oferece o estudo dos actos humanos e dos desejos que lhes dão causa provem, em parte da sua grande complexidade, que aliás é comum a todos os fenómenos concretos, e em parte do carácter vago e impreciso dos seus elementos. Os desejos humanos, quando dão causa a qualquer acto consciente e voluntário, são quase sempre a resultante de mil tendências diferentes, em que os instintos, as disposições hereditárias, os efeitos da educação e dos hábitos, a influência do meio físico e social, se complicam e conjugam, ora opondo-se ora fortalecendo-se, com as circunstâncias de momento, com a disposição física e moral do agente, com os sentimentos, as ideias e os gostos dos indivíduos que o rodeiam, com as ideias e fórmulas que a tradição manteve, numa palavra, em que o número de forças componentes é tão grande, e cada uma delas tão imprecisa na sua acção, que se a resultante se *vê*, quando o acto é praticado, no estado actual da ciência é impossível prevê-la. E quando a resultante da combinação de muitas forças não pode prever-se, é porque a ciência não logrou ainda determinar a forma e a proporção em que essas forças estão combinadas.

Mas quando consideramos unicamente os actos de *troca* e de *produção*, e sobretudo quando os consideramos exclusivamente sob o aspecto estático do equilíbrio, estudamos a oposição entre os *desejos* ou *gostos*, e os *obstáculos*, na sua forma abstracta mais simples. As razões são as seguintes: 1.ª: o desejo que move o homem, tanto no acto da troca como no da produção, consideradas sob o seu aspecto mais geral, é apenas o de possuir, para uso próprio ou qualquer outro fim, uma dada quantidade de uma dada mercadoria; o desejo, assim reduzido por abstracção ao seu tipo mais simples, é *preciso*, é *certo*, e esta precisão, junta com a circunstância de poder esse desejo aumentar ou diminuir, ser maior ou menor, permite-nos considerá-lo uma quantidade e submetê-lo ao cálculo algébrico; 2.ª porque os obstáculos, que ao desejo se opõem, quer na troca quer na produção, são também, por abstracção, redutíveis a elementos *precisos*: na troca esses obstáculos provêm dos gostos alheios, e do facto de ser limitada a quantidade da mercadoria a repartir; na produção provêm, ou do facto de não poder obter-se a mercadoria desejada, sem empregar outras, ou do facto de não estar essa mercadoria disponível no local ou no tempo em que desejaríamos tê-la. Há ainda os obstáculos que provêm da organização social (direitos alfandegários...etc.) mas destes podemos não nos ocupar em economia pura; o seu lugar é na economia aplicada, visto serem forças perturbadoras, estranhas ao próprio fenómeno; 3.ª porque estudamos os gostos e os obstáculos, assim reduzidos aos seus tipos mais simples, apenas no momento em que se equilibram, isto é, não

procuramos senão determinar as condições suficientes e necessárias para que os movimentos, que os primeiros tendem a produzir, sejam exactamente contrabalançados pela reacção dos segundos. Desta forma só consideramos certos gostos, cuja natureza especial, permite submetê-los ao cálculo, e os obstáculos que esses gostos encontram. Além disso, por segunda abstracção, só consideramos uns e outros num momento determinado.

§ 56.^o — A mecânica racional dos desejos humanos, ou teoria da ofelividade, de que todas as ciências sociais não serão mais do que um ramo, tem de começar por aqui, para poder pouco a pouco, ir estendendo e generalizando o seu campo de acção. A própria teoria do equilíbrio estático não está ainda completamente conhecida. Terá de estudar-se depois a teoria dos equilíbrios sucessivos e a teoria do equilíbrio dinâmico, em que começa a entrever-se um princípio semelhante ao de d'Alembert em mecânica, para em seguida, de generalização em generalização, ir estendendo, por meios que ainda nem sequer entrevemos, as suas aplicações aos diversos ramos da ciência social. No dia em que tal se conseguir, a ciência social ficará definitivamente constituída, como hoje o estão a mecânica e a física.

§ 57.^o — Uma última observação.

Das quatro divisões clássicas da economia — a produção, a circulação, a distribuição, e o consumo — só falámos da primeira, acrescentando-lhe a troca. A razão é a seguinte.

A teoria da circulação entra, parte na teoria da troca e parte na da produção, conforme a definimos. O consumo nada tem com a economia pura, devendo ir para a economia aplicada. Quanto à distribuição, o seu estudo assenta em bases essencialmente diferentes das que a economia pura pode, no estado actual da ciência, empregar; na economia pura, vamos apenas comparar sensações do mesmo indivíduo em momentos diferentes, o que nos permitirá, como veremos, a aplicação do cálculo algébrico, e nos levará a conclusões rigorosas; as teorias da distribuição assentam todas essencialmente na comparação de sensações de indivíduos diferentes, e procuram determinar as condições em que os homens devem estar colocados, uns em relação aos outros, se se quiser atingir certos fins. Este estudo é ainda hoje um dos mais imperfeitos da ciência social, e sem negar que a economia pura possa um dia aplicar-lhe os seus processos rigorosos de estudo, não nos parece que esse momento tenha chegado.

CAPÍTULO IV

NECESSIDADE DO MÉTODO MATEMÁTICO

Necessidade do método matemático

§ 58.^o — As discussões sobre o método a empregar em qualquer ciência são estéreis e inúteis: os bons métodos conhecem-se, como os bons operários, pela obra que produzem. O fim da ciência é o conhecimento da verdade; todos os meios são bons, desde que a aproximem do seu fim.

Não vamos, por isto, demonstrar que um qualquer método é melhor ou pior do que outro; todos são igualmente bons e necessários. Vamos apenas mostrar a legitimidade, e mais do que a legitimidade, a *necessidade* do emprego do método matemático no estudo da economia pura.

A ciência é apenas o estudo dos factos, e das suas uniformidades ou *leis*. Todas as ciências são, por isto, essencialmente experimentais, no sentido de que é da realidade que elas tiram as suas bases, e é a realidade que, em última instância, confirma definitivamente, ou destrói sem piedade, as suas conclusões.

Para estudar os factos e as suas leis, o espírito humano pode seguir dois caminhos opostos; chamam-se *indução* e *dedução*. O primeiro é o processo intelectual pelo qual se tiram da observação dos fenómenos as uniformidades que eles apresentam, isto é, as leis que os regem; o segundo é o processo intelectual, pelo qual das verdades gerais ou *leis*, estabelecidas pelo primeiro processo, se tiram todas as consequências lógicas. No 1.^o caso, partimos da realidade, mas afastamo-nos dela cada vez mais, subindo de generalização em generalização; no segundo voltamos para trás, e, sem seguir exactamente o mesmo caminho que tínhamos seguido, porque nesse caso chegaríamos ao ponto de partida, e a dedução seria inútil, seguimos outros caminhos semelhantes, que nos levam a pontos que ainda não conhecíamos. Se entre os fenómenos A, B, C, D, descobrimos um traço comum qualquer, uma uniformidade, uma lei, praticamos a indução; quando em seguida buscamos deduzir dessa lei, as relações que devem existir entre os fenómenos E, F, G, H, praticamos a dedução. E se realmente encontramos entre estes fenómenos as relações, que a lei descoberta fazia prever, concluímos, até prova em contrário, que tanto a indução como a dedução foram bem feitas, e

que é verdadeira a lei ou uniformidade que descobrimos. O método histórico, o método estatístico...etc., são variedades do método indutivo; o método matemático é uma variedade do método dedutivo.

§ 59.^o — Chamaremos *lógica* à ciência que estuda os processos e suas lei, que o espírito humano segue, quer na indução quer na dedução. A matemática é uma parte da lógica dedutiva; de certos princípios de uma generalidade, mas cuja base última é, ou deve ser sempre, a experiência, a matemática deduz, por processos, que apenas pelo seu rigor se distinguem dos processos ordinários de dedução, todas as consequências nelas contidas. Todo o raciocínio matemático pode reduzir-se à forma de um silogismo, em que há uma premissa maior — a verdade ou verdades gerais de que partimos —, uma premissa menor — a demonstração de que o caso que analisamos, se contem ou resulta da verdade ou verdades gerais, de que partimos — e uma conclusão — que é verdadeira a proposição que pretendíamos provar. Todas as ligações deste silogismo se distinguem das de um silogismo vulgar, apenas pelo seu rigor absoluto, pelo que se chama o seu carácter de *necessidade*. As matemáticas puras, que estudam apenas as relações abstractas das *quantidades* e das *grandezas*, encadeiam todas as suas conclusões com um rigor tal que, admitida a verdade ou verdades gerais, que são o seu ponto de partida, todas as conclusões são rigorosamente necessárias, pelo menos enquanto as leis lógicas do espírito humano forem o que são hoje. Euclides pôs os seus postulados ou axiomas indemonstráveis, e deles deduziu toda a sua geometria; esta ciência, como todas as outras conquanto menos do que as outras, tem progredido desde que Euclides a fundou; e no entanto, todas as verdades que ela até hoje tem assente e demonstrado, estavam implicitamente contidas nos postulados de que partiu o seu fundador, de forma tal, que é possível remontar de cada uma dessas verdades ao seu ponto de partida, subindo, um a um, os degraus que lá conduzem. *Nunca* alguém pôs em dúvida o rigor das ligações entre cada um desses degraus; essas ligações apareceram sempre ao espírito humano, desde Euclides até hoje, como *necessárias*, porque resultam da sua própria maneira de ser, da sua *essência dinâmica*, perdoe-se-nos a expressão, cuja negação o espírito humano não pode conceber. Negou-se sim, a verdade de um dos postulados, ou verdades indemonstráveis (todas as tentativas de demonstração têm falhado até hoje), de que partiu Euclides. Esse postulado foi enunciado por Euclides da seguinte maneira *«por um ponto de um plano só pode fazer-se passar uma paralela a uma recta dada»*. Os géometra Lobatchevsky¹ e

¹ Lobachevski, Nikolai Ivanovich (1792-1856). Matemático russo, fundador do sistema geometria não-Euclidiana, nasceu em Nizhni-Novgorod (Gorki) estudou na Universidade de Kazan, aí ensinando a partir de 1812 onde foi professor até 1846 e reitor de 1827 a 1846. Dos seus trabalhos destaca-se *«Novos fundamentos para a geometria»* (1835-38) e *«Pangeometria»* (1855).

Bolyai², o 1.^o russo e o 2.^o húngaro, demonstraram há pouco, e quase simultaneamente, que todas as tentativas para demonstrar o postulado de Euclides são inúteis, porque esse postulado é indemonstrável. Ao mesmo tempo Lobatchevsky, aceitando todos os outros postulados de Euclides, mas substituindo o que acima indicámos, por este outro: *«por um ponto de um plano podemos fazer passar uma infinidade de paralelas a uma recta dada»*, construiu com rigor igual ao de Euclides, uma outra geometria, cujas conclusões e teoremas se afastam radicalmente dos que conhecemos. O géometra Riemann³, sacrificando não só o postulado a que nos referimos, mas também este outro: *«por dois pontos não é possível fazer passar mais do que uma recta»*, construiu uma outra geometria, igualmente rigorosa, no encadeamento dos seus raciocínios e teoremas, mas diferindo tanto da de Lobatchevsky nas suas conclusões, como esta difere da de Euclides. Por exemplo: A soma dos três ângulos de um triângulo é: igual a dois rectos na geometria de Euclides, mais pequena do que dois rectos na de Lobatchevsky, maior do que dois rectos na de Riemann. Mas o que nunca se negou, nem discutiu, foi o rigor dos processos de ligação entre todas as proposições de cada uma destas geometrias; a base tem variado e pode variar, o processo, o caminho seguido nas deduções sucessivas tem continuado sempre intangível no seu absoluto rigor. Se é certo que a experiência parece dizer-nos que o espaço, em que vivemos, é um espaço euclidiano, é possível admitir, ao menos logicamente, o contrário. O que não podemos, nem mesmo logicamente, é pôr em dúvida o rigor das deduções matemáticas, sem, por isso mesmo, supor que as leis lógicas do nosso espírito deixaram de ser aquelas a que ele obedece.

§ 60.^o — Aprofundemos um pouco a razão disto.

Podemos comparar o homem a um aparelho de infinita delicadeza e complexidade, que, a todo o instante, regista numa sequência contínua e ininterrupta, certas *impressões* que o mundo externo lhe produza, e certas outras que resultam da sua própria actividade interna física ou psíquica (mantemos estas duas palavras só por serem usuais, sem pretendermos indirectamente introduzir qualquer hipótese sobre a natureza dos fenómenos psíquicos, como distinta da dos fenómenos físicos). Destas impressões que o nosso aparelho regista, isto é, de cuja

² Bolyai, Janos Geómetra húngaro, procurou construir o que chamou *«ciência absoluta do espaço»* contribuindo para a criação de uma geometria não-euclidiana. Publicou as suas reflexões num apêndice ao tratado *«Tentamen»* publicado por seu pai; Farkas Bolyai em 1829.

³ Riemann, Georg Friedrich Bernhard (1826-1866). Matemático alemão exercendo grande influência na geometria e teoria das funções. Filho de um pastor de Hannover estudou de 1846 a 1851 nas universidades de Göttingen e Berlim. Entre os seus trabalhos refira-se a dissertação de doutoramento *«Fundamentos para uma teoria Geral da Função de uma variável complexa»* (1851) e *«Sobre a hipótese constituinte dos Fundamentos da Geometria»* (1854), este último em apoio da geometria euclidiana.

passagem guarda qualquer traço, uma parte não chega a aparecer diante dessa espécie de visão interna, que se chama «consciência»; outra parte, ao contrário, passa por diante desta visão, e forma, o que chamamos «estados de consciência». São estes *estados de consciência* a matéria prima de toda a vida intelectual do homem. É da sua comparação e combinação, que, pouco a pouco, têm saído as mais altas concepções, aquelas que constituem o orgulho dos seres humanos.

Como? De uma maneira aparentemente muito simples, conquanto de uma infinita complexidade nas suas aplicações.

Essa nossa visão interna, a que chamámos «a consciência», não se ocupa apenas em *ver*, isto é, em *sentir*, os diferentes estados, que lhe vão resultando das sucessivas impressões externas ou internas, que vão afectando. Faz mais do que isso: compara estes estados uns aos outros: diz-nos que o estado(A) é igual ao estado (B), e que este é diferente do estado (C); que o estado (D) apareceu depois do estado (E) ou ao mesmo tempo que ele. Numa palavra, a consciência *relaciona* entre si os diversos estados de consciência. E à representação mental que resulta do trabalho interno do estabelecimento destas relações, à comparação, numa palavra, dos estados de consciência, chama-se «percepção» (muitos chamam-lhe «ideia», outros «apercepção»...etc. O nome é indifferente).

Quando afirmo, por exemplo: «tenho diante de mim um livro», comparo, em primeiro lugar, o estado de consciência, que me resulta das impressões visuais e tácteis (se forem precisas para confirmar as visuais), que me são produzidas por um determinado objecto que tenho diante, estado este bastante complexo e que é a síntese das várias impressões de côr, forma, dimensões, e outros atributos do objecto que me fere a vista, com o estado de consciência *representativo* e *abstracto*, que me resulta da minha experiência passada, e que eu costumo traduzir, quando dele me ocupo, pela palavra *livro*. Quer dizer: a minha afirmação, traduzindo a minha «percepção», «ideia», ou como queiram chamar-lhe, é o resultado de uma comparação interna entre dois estados de consciência, um presente, outro representativo, e da verificação da sua conformidade ou semelhança. Mas no exemplo que dêmos: «tenho diante de mim um livro». Quando digo: «tenho diante de mim um livro», não me limito a constatar que um certo objecto é um livro; reconheço também, e afirmo, que esse objecto está diante de mim, isto é, afirmo uma relação de coexistência entre o objecto que estou vendo e a minha própria pessoa. Esta afirmação é o resultado de uma comparação interna entre o estado de consciência complexo, que me é produzido pelo objecto que tenho diante de mim, e o estado de consciência ainda mais complexo que alguns psicólogos chamaram «a consciência do eu», e que é afinal a consciência da nossa própria existência, como ser distinto dos outros, e da verificação de que entre ambos esses estados se dá uma relação de coexistên-

cia no tempo. A minha afirmativa «tenho diante de mim um livro», implica, pois, duas ideias ou percepções distintas, cada uma das quais não é senão a resultante da comparação entre dois estados de consciência: a percepção de que um determinado objecto é um livro, resultando da comparação interna, sob o ponto de vista da semelhança ou diferença, entre o estado de consciência que me é produzido por esse objecto, e o estado de consciência que traduzo pela palavra «livro»; e a percepção de que esse objecto está diante de mim, o que resulta da comparação interna, sob o ponto de vista da coexistência ou da sequência, entre o estado de consciência que me é produzido pelo objecto, e o estado de consciência que me resulta da sensação da própria existência.

Mas a nossa vida intelectual não assenta toda apenas no estabelecimento de relações entre estados de consciência; abrange também o estabelecimento de relações entre estas relações, e doutras entre aquelas, subindo assim gradualmente, até atingir as mais altas generalizações da ciência, que não são mais do que relações entre outras relações já de uma enorme generalidade.

§ 61.º — Neste trabalho de comparação de relações, dois podem ser os caminhos seguidos: a *comparação directa* e a *comparação indirecta*. Quando comparamos directamente duas relações entre estados de consciência, não saímos, em rigor, do campo da percepção, porque sendo esta a comparação entre dois estados de consciência, e sendo uma relação entre dois estados de consciência, um novo estado de consciência, comparar duas relações é, em rigor, comparar dois estados de consciência, isto é, a percepção deve abranger todas as operações mentais em que *directamente* se comparam e relacionam estados de consciência ou relações entre eles.

Mas quando deixamos a comparação directa para entrar na indirecta, abandonamos a simples *percepção*, e entramos no campo do *raciocínio*. Por meio deste o espírito humano compara e relaciona estados de consciência e relações entre eles, que directamente não eram comparáveis. Podemos portanto defini-lo: «o *estabelecimento indirecto de uma relação definida entre duas coisas*». Por que processo se consegue este resultado? De uma só maneira possível. Se uma relação entre duas coisas ou entre duas relações, não pode estabelecer-se directamente, a única forma de a determinar é por meio de relações directamente conhecíveis ou já conhecidas. Se o estado de consciência ou relação entre dois estados de consciência, a que chamaremos (A), não pode directamente comparar-se com o estado de consciência ou relação, a que chamaremos (B), mas existe um terceiro estado de consciência ou relação (C), com a qual (A) e (B) são directamente comparáveis, podemos achar a relação entre (A) e (B), por meio das duas relações conhecidas entre (A) e (C) e entre (B) e (C). Por exemplo: queremos conhecer a relação entre (A) e (B), e vemos que não podemos directa-

mente relacionar, na nossa consciência, os dois estados ou as duas relações entre estados, que essas letras representam. Mas ao mesmo tempo vemos que nos é fácil relacionar (B) com (C) e (A) com (C). Vemos, por exemplo que:

$$B = C$$

$$A = C$$

Daqui concluímos logo que:

$$A = B$$

É evidente que esta conclusão supõe a existência previa no nosso espírito do axioma: «duas coisas iguais a uma terceira são iguais entre si». Não trataremos neste momento de averiguar a origem deste axioma, a que muitos chamam *intuição* do nosso espírito.

Basta-nos assentar em que, no processo mental que vimos de indicar, estabelecemos, de facto, *indirectamente*, uma relação de igualdade entre os dois estados ou relações (A) e (B), mercê de duas comparações prévias entre (A) e (C) e entre (B) e (C). Da mesma forma, e pelo mesmo processo, teríamos chegado a esta outra relação entre (A) e (B)

$$A > C$$

$$C > B$$

Portanto:

$$A > B$$

A isto se chama um raciocínio.

Ainda podia fazer-se por outra forma geral, que vamos indicar, sem descer a minúcias que nos afastariam muito do nosso objecto.

Se não houvesse um terceiro estado ou relação (C) com a qual (A) e (B) fossem directamente comparáveis, mas houvesse dois outros estados ou relações (C) e (D), com cada uma das quais fossem respectivamente comparáveis (A) e (B), sendo a relação entre (C) e (D) conhecida, era também possível, pelo seguinte processo, determinar a relação entre (A) e (B).

Suponhamos, por exemplo, que

$$A = C$$

$$B = D$$

$$C = D$$

Concluiríamos:

$$A = B$$

Suponhamos que

$$A > B$$

$$B < C$$

$$C > D$$

Concluimos:

$$A > D$$

Seja este exemplo concreto: pretendo determinar qual de duas montanhas afastadas é a mais alta. Não posso, evidentemente, no estado actual dos nossos meios de acção, arrancar uma das montanhas para a pôr ao pé da outra, e em seguida ver qual é a mais alta.

Nem que pudesse consegui-lo me valeria a pena fazê-lo, porque tenho um processo indirecto muito simples para comparar essas alturas. Escolho um ponto de referência comum, tanto quanto possível igual para as duas montanhas — o nível do mar, por exemplo. Em seguida, meço directamente a altura da 1.^a montanha, quer dizer, relaciono *directamente* o cume da montanha com o nível do mar, e encontro, por exemplo:

$$A = 2.000 \text{ metros}$$

Em seguida faço o mesmo para a outra montanha, e encontro:

$$B = 1.800 \text{ metros}$$

Resta-me comparar directamente os 2000 metros com os 1800 metros, e como vejo que a primeira quantidade de metros é maior, concluo que

$$A > B$$

isto é, que a primeira montanha é mais alta.

Estas noções gerais devem bastar-nos para compreender em que consiste essencialmente o processo mental que chamamos *raciocínio*.

§ 62.^o — Vejamos a que espécie de raciocínios se chama *raciocínios matemáticos*.

As relações objectivas entre as coisas são de muitas espécies: certas coisas têm a mesma grandeza que outras, ou uma grandeza maior ou

menor que elas, isto é, ocupam o mesmo espaço ou um espaço maior ou menor; quer dizer, entre certas coisas podem existir relações que chamaremos de «*coextensão*» ou de «*não coextensão*». Outras coisas existem ao mesmo tempo, ou existiram antes, ou vêm a existir depois de outras; entre estas coisas há relações de «*coexistência*» ou de «*não coexistência*». Outras coisas são, ou não são iguais; entre elas há relações de «*identidade de natureza*» ou de «*não identidade de natureza*». Outras coisas são finalmente apenas parecidas ou não parecidas; entre elas há relações de «*semelhança*» ou de «*diferença*».

São estas as diferentes espécies de relações objectivas entre as coisas. Como os nossos estados de consciência são um reflexo dessas coisas, as relações entre eles devem acompanhar diferentes espécies de relações entre as coisas. E de facto as relações entre os nossos estados de consciência são precisamente das espécies que acabamos de indicar, como existindo objectivamente entre as coisas. Há apenas uma outra espécie de relações entre os nossos estados de consciência, que, em rigor, não é mais do que uma espécie das relações de «*semelhança*» e de «*diferença*», mas cuja natureza é mais subjectiva do que a das relações que indicámos, e que por isso é conveniente lembrar à parte. São as relações de «*cointensidade*» ou de «*não cointensidade*» entre os estados de consciência e as suas relações. Se dermos uma pequena pancada sobre um tambor, e logo a seguir outra com toda a força, *sentimos* que a segunda impressão que recebemos é mais intensa do que a primeira; entre esses dois estados de consciência estabelecemos internamente uma relação de «*não cointensidade*». Se ao lado de uma mancha de tinta violeta, pusermos uma outra, de um tom igualmente violeta, mas um pouco menos carregado, *sentimos* que a relação de diferença entre os dois estados de consciência que nos produz a visão alternada das duas manchas de tinta, é menos *intensa* do que a relação de diferença entre uma mancha de tinta preta e outra branca ou vermelha. Entre as duas relações de diferença, há portanto uma relação de «*não cointensidade*». O contrário *sentimos*, respirando duas vezes o mesmo perfume, ou ferindo duas vezes, com a mesma força, a mesma tecla de um piano; entre esses estados de consciência estabelecemos relações de «*cointensidade*».

Esta espécie de relações é mais subjectiva do que as outras que indicámos, por isso que não é senão a tradução, na consciência, da intensidade comparada dos nossos estados internos, e das relações entre eles, conquanto evidentemente a maior ou menor intensidade desses estados ou relações dependa, em última análise, da natureza e intensidade das excitações externas ou internas que os fizeram nascer.

§ 63.^o — Estas relações entre os estados de consciência e entre as suas relações, são-nos revelados pela *intuição*, isto é, por um processo interno que não pode decompor-se em partes: dois estados de consciência ou duas relações entre eles, parecem-nos iguais, desi-

guais, semelhantes ou diferentes, mais intensos ou menos intensos, porque os sentimos como tais, e por nenhuma outra razão. É preciso no entanto não confundir a *intuição* que nos faz sentir as relações entre os estados de consciência, com a *percepção* que é o acto de classificar um certo estado ou relação num grupo de estados ou relações já conhecidos. Quando ouvimos dois sons diferentes ou vemos duas cores diferentes, o nosso primeiro acto mental é a sensação de uma diferença entre os sons e as cores, porque, se quiséssemos explicar essa sensação, nenhuma outra razão poderíamos dar, senão a de que «*tínhamos sentido essa diferença*». Mas logo a seguir a esta intuição, e tão a seguir e ela que é difícil separar, mesmo pela análise, os dois actos, deu-se no nosso espírito um processo de classificação, que nos faz conhecer que aquela relação *sentida*, é igual a uma outra espécie de relações, que já tínhamos anteriormente sentido, e a que tínhamos dado o nome de relações de diferença. Esta classificação leva-nos a afirmar ou a pensar que os dois sons são diferentes. É este acto de classificação de relações, esta assimilação de uma relação *sentida* neste instante, a uma outra já anteriormente conhecida, que nos permite afirmar que entre dois estados de consciência, ou entre duas coisas, existe uma dada relação. E é a isto que chamámos «*percepção*». Mas era-nos preciso lembrar que o acto de «*percepção*» é precedido, embora imediatamente, porque a classificação que ele supõe, é instantânea, pela *intuição* da relação presente entre dois estados de consciência.

Posto isto, estamos preparados para ver que diferença existe entre os raciocínios matemáticos e os raciocínios vulgares.

§ 64.º — As diversas relações entre as coisas a que nos referimos, não aparecem todas à consciência com a mesma precisão e o mesmo rigor. Assim, por exemplo, a relação de coextensão entre duas coisas é-nos dada por uma intuição de absoluto rigor: colocando duas linhas ao lado uma da outra, podemos ver com a maior precisão que elas são iguais (esta *precisão* é evidentemente relativa aos nossos aparelhos de visão), mas já não podemos, se uma das linhas for maior do que a outra, ver com precisão em quanto ela excede a outra. O único meio que temos para fazer esta determinação com rigor é o de dividir as duas linhas em pequenas partes iguais, e ver, em seguida, quantas partes contem a linha maior, e quantas contem a linha menor; voltamos assim à intuição de *coextensão* para poder atingir um resultado rigoroso. Da mesma forma, podemos saber com a maior precisão que duas coisas coexistem, mas já não podemos, quando uma coisa segue a outra, determinar com rigor, pela simples intuição directa, qual o intervalo que as separa. Da mesma forma, reconhecemos com uma precisão perfeita, a igualdade de natureza nas coisas, que são susceptíveis de uma comparação quantitativa: uma linha recta é igual a outra, uma superfície a outra superfície, e um cubo a outro cubo; podemos

comparar qualquer destas coisas com as da sua espécie, mas não podemos comparar a recta com o cubo; da mesma forma percebemos que um tempo se não pode comparar com um peso, ou com um metro. As intuições de *·identidade de natureza·* são, pois, tão rigorosas e precisas como as de *·coextensão·* e as de *·coexistência·*. Mas fora destas, não temos nenhuma outra que seja perfeitamente definida; as nossas intuições e percepções de intensidade e de qualidade dos sons, das cores, dos sabores, dos cheiros, das quantidades de peso e calor, da duração relativa, etc., são imprecisas e sem rigor. Por conseguinte aqueles raciocínios, em que só tenhamos de servir-nos das intuições e percepções de coextensão, de coexistência, e de identidade de natureza, terão, por força, uma precisão e um rigor, que nunca poderão ter aqueles que assentem em qualquer das outras espécies de instruções.

Ora precisamente, os raciocínios matemáticos servem-se apenas daquelas três espécies de intuições, ou directa ou indirectamente. Se tomarmos, por exemplo, a mais simples expressão matemática, a afirmação da igualdade de duas grandezas:

$$A = B$$

vemos que esta afirmação implica três coisas: em primeiro lugar, que A e B são coexistentes, aliás não poderiam estar presentes à consciência, de maneira a ser possível verificar que entre essas duas grandezas se dá a igualdade — em segundo lugar, que são grandezas da mesma espécie, isto é, de natureza idêntica ou homogênea, porque se uma fosse uma extensão, e a outra uma superfície, não seria possível estabelecer, entre ambas, qualquer relação quantitativa — em terceiro lugar, que estas grandezas não são *quaisquer* grandezas, homogêneas, mas grandezas de extensão linear, porque só estas são susceptíveis da justaposição perfeita, que permite determinar a igualdade precisa, porque só estas têm entre si uma igualdade, que pode ser verificada, vendo se elas podem fundir-se numa identidade, como duas linhas matemáticas iguais colocadas uma sobre outra. Assim, a ideia quantitativa primordial reúne, nas suas formas mais perfeitas, as intuições de *·coextensão·*, de *·coexistência·* e de *·identidade de natureza·*. E nenhuma outra intuição está nela implicada. Em todas as proposições matemáticas, da mais simples à mais complexa, encontramos, a cada passo, estas três intuições. Na geometria é evidente que temos sempre diante dos olhos as noções de *coextensão*, de *coexistência* e de *·identidade de natureza·*: a todo o instante afirmamos a coextensão ou não coextensão de duas ou mais coisas da mesma natureza, que coexistem, ou a coexistência ou não coexistência de coisas da mesma natureza, coextensas ou não coextensas.

65.º — Vamos mostrá-lo num exemplo dos mais simples.

Consideremos o teorema seguinte: «Duas rectas que interceptam segmentos proporcionais de duas outras convergentes, são paralelas».

Tomo duas rectas convergentes AC e BC.

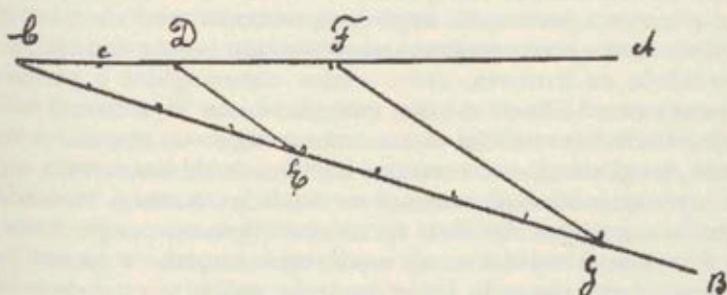


FIG. 0

Escolho uma extensão qualquer Cc , que marco sobre CA , e que tomo para unidade. Tomo, em seguida, duas unidades a partir do ponto C , e sobre a recta CA , determino o ponto D . Tomando quatro unidades sobre a mesma recta, determino o ponto F . Em seguida, tomando sucessivamente 3 e 6 unidades sobre a recta CB , determino os pontos E e G . Os pontos D, F, E, G , limitam segmentos das rectas convergentes, que contêm, a partir do ponto C , respectivamente 2, 4, 3 e 6 unidades de extensão linear.

Por uma série de raciocínios, que não precisamos expor neste momento, demonstra-se que se, na figura anterior, os segmentos das duas rectas convergentes são proporcionais, isto é, se:

$$2+4 = 3+6$$

as duas rectas DE e FG são paralelas. Notemos, porém, o seguinte facto: uma vez feita a demonstração de que, na figura anterior, com a relação de proporcionalidade dos segmentos, *coexiste* a relação de paralelismo das rectas, que os interceptam, imediatamente julgamos o caso demonstrado para *todas as outras figuras semelhante*, isto é, concluímos que *sempre* se dará a mesma relação de *coexistência* entre o paralelismo das rectas e a proporcionalidade dos segmentos. Donde nos vem esta certeza? Vem-nos do facto de sabermos que, na nossa demonstração, apenas nos servimos daquelas intuições do nosso espírito, que se nos

apresentam como sendo as únicas cujo rigor absoluto não conseguimos negar. Uma dessas intuições foi a de identidade de natureza entre as *coisas* cujas relações determinámos. Que coisas foram essas? Foram as unidades de extensão, Cc , que tomámos para ponto de partida. A nossa intuição de que estas unidades são todas da mesma natureza, e que da mesma natureza serão todas as outras unidades de extensão, de que, de futuro, viermos a servir-nos, impõe-se-nos como tendo o carácter de *necessária*. Assim como sentimos que entre um peso e um cheiro, não há identidade de natureza, assim somos constringidos a pensar que entre uma extensão linear e outra extensão linear há, e haverá sempre, essa identidade. Mas não foi esta a única intuição de que nos servimos na nossa demonstração; servimo-nos também da de *coextensão*, em primeiro lugar quando determinámos as unidades contidas em cada um dos quatro segmentos das duas rectas convergentes, porque essas unidades foram determinadas como tendo rigorosamente a mesma extensão linear, e em segundo lugar, quando vimos que as duas rectas passando pelos pontos D, E, F, G , eram paralelas, isto é, estavam colocadas uma em relação à outra de forma tal, que entre elas se mantinha sempre a mesma distância, isto é, que todas as perpendiculares tiradas de uma para outra, tinham entre si relações de *coextensão*. Além destas duas intuições, servimo-nos também da de *coexistência*, quando verificámos que, com a relação de proporcionalidade entre os segmentos, *coexistia* o paralelismo das duas rectas que os interceptavam.

Assim, as únicas *intuições*, ou *relações entre estados de consciência*, *conhecidas por um acto interno insusceptível de decomposição*, que foram implicadas na nossa demonstração geométrica, foram as de *coextensão*, *coexistência* e *identidade de natureza*. E foi por nos termos apenas servido destas três intuições, únicas que à nossa consciência aparecem como rigorosas, que concluímos naturalmente que a relação de coexistência encontrada, uma vez, entre duas relações geométricas ou de espaço, (a proporcionalidade dos segmentos, e o paralelismo das rectas), se verificará sempre que sejam *idênticas* as unidades que tomemos (isto é que sejam também unidades de extensão linear).

Devemos lembrar que na análise, que vimos de fazer, nos não ocupámos da série de actos mentais, por meio dos quais verificámos, na figura dada, que o paralelismo das rectas e a proporcionalidade dos segmentos coexistem. Apenas quisemos frisar que esses actos mentais, fossem eles quais fossem, apenas implicavam intuições de coextensão, de coexistência e de identidade de natureza. E é porque estas intuições são as únicas que à nossa consciência aparecem como rigorosas, que a conclusão, que uma vez atingimos, nos aparece como devendo ser a mesma, sempre que forem idênticos os dados do problema, isto é, que nos aparece como *necessária*.

§ 66.^o — Quando as proposições são numéricas, e quando, como acontece frequentemente no cálculo, a *duração* é um dos elementos

que entram no problema, parece que a *coexistência* não pode ser implicada nele, como parece não o poder ser a *coextensão*, quando a *força* ou o *valor* (este último caso diz-nos especialmente respeito), fazem parte dos elementos cujas relações buscamos indirectamente determinar por intermédio dos raciocínios matemáticos. Parece, por isto, que podemos formular raciocínios matemáticos sem empregarmos as intuições de *coexistência* e de *coextensão*, e servindo-nos apenas da simples intuição de *identidade de natureza* entre os elementos comparados.

Não é assim. O que se dá são simples ilusões, que resultam do carácter abstracto dos sinais numéricos ou algébricos. Estes sinais representam apenas unidades iguais, e grupos de unidades iguais, de qualquer ordem e natureza, e parecem assim ser absolutamente independentes do espaço e do tempo. Na realidade não o são. Se formos estudá-las na sua origem, vemos que as unidades de tempo, de força, de valor, e de velocidades, que podem ser, e são indistintamente substituídas pelos sinais algébricos nos problemas de natureza matemática, a que as suas relações dão origem, foram primeiro medidas e calculadas por meio de unidades iguais de espaço.

A igualdade dos tempos conhece-se, ou verificando a igualdade dos espaços percorridos por um móvel que caminha a uma velocidade constante, ou pela queda de quantidades iguais de areia ou água, isto é, pela transformação do espaço cheio em espaço vazio. As unidades iguais de peso foram conhecidas por meio de uma alavanca de braços iguais (balança). Os problemas de estática e de dinâmica não foram primitivamente resolvidos, senão por meio da substituição de quantidades de forças por extensões de linhas. Os valores comerciais são expressos por meio de unidades que eram e são, na realidade, pesos definidos de metal; são, portanto, assim como as unidades de peso, redutíveis a unidades de extensão linear. A temperatura é medida por meio de extensões iguais tomadas sobre a coluna mercurial. Desta forma, e abstraindo do sentido que actualmente ligamos aos sinais algébricos, é evidente que as unidades do cálculo, aplicadas a não importa que espécies de grandezas, substituem, na realidade, unidades de extensão linear, e a ideia de *coextensão* encontra-se, assim, no fundo de todos os raciocínios matemáticos.

O mesmo podemos dizer da ideia de *coexistência*. Os sinais algébricos, e mesmo numéricos, são puramente representativos, e podemos portanto considerá-los como tendo uma existência fictícia, absolutamente independente de qualquer noção de *coexistência*, que supõe forçosamente a existência real e simultânea de, pelo menos, duas coisas. Mas a isto pode responder-se o seguinte: uma de duas: no momento de fazermos qualquer raciocínio matemático ou nos reportarmos conscientemente às coisas representadas pelos sinais algébricos, que empregamos, e nesse caso as igualdades ou desigualdades afirma-

das são aquelas, ou iguais àquelas, que foram precedentemente observadas entre coisas coexistentes, ou deixamos de pensar nas coisas representadas e nos limitamos a considerar as relações entre os sinais que empregamos, e neste caso estes sinais têm de coexistir perante a nossa consciência, para que possamos determinar-lhes as relações mutuas. De facto, os fenómenos de movimento e de sucessão não podem ser tratados quantitativamente, senão pela substituição de grandezas coexistentes a grandezas que não o são. As grandezas relativas de dois tempos, não sendo directamente comparáveis, têm de ser indirectamente determinadas comparando os espaços que atravessa um ponteiro, durante os dois tempos, isto é, comparando grandezas coexistentes.

Por conseguinte, e abstractamente, podemos considerar o cálculo em geral, como um meio de comparar e de relacionar indirectamente grandezas que não coexistem, ou não são homogêneas, ou em que se dão estas duas coisas ao mesmo tempo, substituindo-as, em primeiro lugar, por outras grandezas que coexistem e que são homogêneas, e passando em seguida destas últimas para as grandezas originais.

§ 67.^o — Sem estendermos esta análise, que nos levaria muito longe, basta-nos fixar que os raciocínios matemáticos, usando e encadeando apenas as três únicas intuições que a nossa organização mental nos mostra terem um carácter de rigorosa precisão quantitativa, e não se servindo nunca de outras percepções e intuições, em volta das quais gira, de resto, a maior parte da nossa actividade mental diária, mas cuja imprecisão *quantitativa*, e muitas vezes mesmo *qualitativa*, somos os primeiros a conhecer, são os únicos que nos levam a conclusões, cuja rigorosa encadeação com as premissas postas, o nosso espírito não chega sequer a poder negar.

O ideal da ciência em geral, e de cada ciência em especial, deveria ser, por isto, o de conseguir dar a todas as suas proposições a forma matemática. Só então, se os pontos de partida de cada raciocínio fossem rigorosamente verificados, as conclusões da ciência poderiam atingir aquela precisão, que permitiu a Leverrier⁴, partindo da simples observação de certas perturbações na órbita de *Urano*, descobrir, no seu gabinete, que o sistema solar devia conter ainda um novo planeta, cuja massa, velocidade e passagem num momento determinado, por um ponto determinado da via láctea, pode anunciar com absoluto rigor.

⁴ Leverrier, Urbain Jean Joseph (1811-1877). Astrónomo francês que previu a existência do planeta Neptuno. Nasceu na Normandia e estudou na École Polytechnique interessando-se pela química e pela astronomia tornando-se professor desta matéria naquela Escola em 1937 e foi director do Observatório Astronómico de Paris de 1854 a 1870 e posteriormente de 1872 até à sua morte. As suas teorias e tábuas foram publicadas nos volumes I-IV e X-XIV dos *Annales de l'Observatoire de Paris*.

§ 68.^o — Os tratados modernos de economia matemática não empregam apenas o método matemático; servem-se muitas vezes do método histórico, quando precisam prolongar no passado as experiências do presente, do método indutivo em geral, do método estatístico, do método dedutivo vulgar. Só empregam o método matemático, quando o julgam indispensável. A escola matemática não se *opõe*, pois, às outras escolas, nem o método matemático *exclui* os outros métodos; *acrescenta-se* a eles e nada mais⁵.

As obras de economia matemática não se ocupam, de resto, apenas de economia pura; inserem estudos de economia aplicada, e a análise matemática possível, e até indispensável, no campo abstracto da economia pura, torna-se de uma aplicação cada vez mais difícil à medida que nos vamos aproximando do aspecto concreto dos fenómenos. Desenvolveremos mais tarde esta ideia. Por agora, desejamos apenas fixar que a escola matemática, levando a sua análise do fenómeno económico, no seu aspecto abstracto, a um ponto que não poderia atingir-se sem os poderosos recursos da análise algébrica, não abandona por forma alguma os outros métodos de investigação científica, antes os emprega continuamente, a lado do método matemático. O próprio Walras, cujo tratado de economia pura é quase inteiramente ocupado pela teoria matemática do equilíbrio económico no caso da livre concorrência absoluta, com preços e coeficientes de fabricação constantes, estuda nesse mesmo tratado, vários pontos que não podem considerar-se como pertencendo à economia pura.

Pareto, no seu *Cours* publicado em 1896, dedica uma pequena parte do seu livro ao estudo da economia pura, e todo o resto a estudos de economia aplicada (capitais, pessoas, moeda, capitais territoriais, produção, comércio, crises, etc.). No seu *Manual*, publicado há um ano, o último e o mais objectivo dos tratados de economia matemática, dedica a maior parte ao estudo da economia pura, como teoria abstracta da ofelividade na troca e na produção, mas ainda assim não abandona de todo a economia aplicada, dando-nos um estudo sobre a *população*, em que combina a matéria dos dois capítulos do livro 3.^o do seu *Cours*, com bastantes desenvolvimentos e alguns cortes, apresentando o problema por uma forma nova e original, um estudo sobre os capitais territoriais e mobiliários, terminando por um estudo sobre o fenómeno económico concreto, em que a chamada questão social é posta com relevo e vigor. No apêndice do seu *Manual*, Pareto dá-nos a demonstração matemática da sua teoria da ofelividade, mas não nos dá, nem podia dar, sob forma matemática, a sua teoria da população, a

⁵ Observe-se o tom moderado e conciliador com que A. Osório se refere aos métodos não-matemáticos, admitindo a complementaridade metodológica. Este capítulo sobre a necessidade do método matemático constitui indiscutivelmente uma das suas mais interessantes contribuições nesta obra.

sua teoria sobre os capitais territoriais e mobiliários, e as suas conclusões sobre o fenómeno económico concreto. Quer dizer que todos estes estudos foram por ele feitos e seguidos, sem o auxílio da análise matemática, que aliás, no estado actual da ciência, não pode ainda aplicar-se-lhes a não ser num ou noutro ponto de detalhe, e apenas com o auxílio dos processos lógicos correntes, indutivos e dedutivos.

§ 69.º — É no campo da economia pura que o método matemático encontra a causa e a possibilidade actual da sua aplicação.

Vamos ver porquê.

No capítulo anterior vimos que a economia pura, como ciência abstracta da ofelividade, poderá e deverá abranger um dia o estudo de todas as acções humanas, sob o ponto de vista das suas causas subjectivas, mas que, no estado actual da ciência, esse estudo tinha de limitar-se aos actos chamados de *troca* e de *produção*.

A economia pura é pois, por enquanto, a teoria abstracta da troca e da produção consideradas sob o ponto de vista mais geral, como simples manifestações da ofelividade. Mas por ser uma ciência abstracta, a economia pura não deixa de ser uma ciência experimental. É à realidade que vai buscar as suas premissas, e os princípios gerais de que parte, e sobre os quais assenta todas as suas deduções, são simples generalizações dos factos reais, embora reduzidos pela abstracção aos seus elementos mais simples. Não é a observação que nos fornece o tipo abstracto dos fenómenos da troca e da produção, porque o mundo dos factos reais não é feito de abstracções. Esses fenómenos aparecem-nos, praticamente, enredados e embrulhados com muitos outros das mais variadas espécies, e só pelo processo mental que nos permite desagregar de um todo certas partes e estudá-las separadamente, podemos chegar a isolar os elementos essenciais desses dois fenómenos, para em seguida podermos procurar as suas relações e as uniformidades ou leis que essas relações apresentam.

Não é culpa do homem de ciência que essas relações sejam desta ou daquela natureza, nem na sua mão está o alterá-las para lhes facilitar o estudo. Se o tipo dessas relações torna o seu estudo muito difícil, a ciência pode lamentá-lo, porque melhor seria que esse estudo não apresentasse dificuldades, mas não tem outra coisa a fazer senão tratar de vencê-las em vez de procurar ocultá-las. Se, para as vencer, tiver de empregar processos e métodos de difícil manejo, se tiver mesmo de recorrer a esse monstro do Apocalipse que se chama a matemática, não tem outra coisa a fazer senão aceitar os factos como eles são, e estudar o monstro antes de emitir voto sobre os fenómenos que deseja conhecer; para fazer vinho de uvas é preciso ter uvas, o que não impede que se faça vinho com maçãs, pêras, e até...com água; simplesmente é preciso distinguir o primeiro dos segundos.

§ 70.º — Ora as relações entre os fenómenos económicos são do tipo geral das relações entre os fenómenos sociais, isto é, de mútua

dependência, e não apenas de causa e efeito. As pessoas, que não fizeram nunca o estudo das ciências naturais, têm dificuldade em conceber outras relações entre os fenómenos, que não sejam de causa e efeito. É natural que assim aconteça. A relação de causa e efeito *vê-se*: se entre os fenómenos A por um lado, e BCD por outro, existe essa relação, é fácil compreender que ela se traduz no facto de a existência de A fazer nascer BCD , e correlativamente, de o desaparecimento de BCD ser devido ao desaparecimento de A . Mas quando entre $ABCD$ existe uma relação de mutua dependência já não é fácil segui-la com o pensamento. Sabe-se que A *influi* em BC e D ; mas cada um deste fenómenos por seu turno *influi* em A , e em cada um dos outros; e como estes exercem por seu turno influência sobre os restantes, cada fenómeno vem a exercer influência sobre si mesmo. Tudo isto é vago, é impreciso e está muito longe da sedutora clareza das relações de causa e efeito. Isto influi também para que o espírito humano busque instintivamente criar entre os fenómenos relações de causa e efeito, que os tornam aparentemente claros e compreensíveis, conquanto nos dêem deles noções erradas, que se afastam da realidade. Só o estudo das ciências naturais ensina que é preciso acautelar-se contra certas tentações: olhemos, por exemplo, uma estrela dupla; é formada por duas estrelas que se movem em torno de um centro de gravidade comum; o movimento de cada estrela está rigorosamente em relação com o da outra; mas não pode dizer-se (pelo menos com o sentido habitual) que o movimento da primeira estrela é a *causa* do movimento da segunda, ou que o movimento desta é a *causa* do movimento da primeira; entre os dois movimentos existe uma relação de mutua dependência. A biologia oferece-nos um grande número de observações semelhantes: os centros nervosos trabalham *porque* o coração lhes envia sangue a cada pulsação, mas estas pulsações são por seu turno devidas à acção de certos centros nervosos; os pulmões trabalham *porque* todos os outros órgãos trabalham, mas nenhum destes trabalharia se os pulmões deixassem de trabalhar.

§ 71.^o — Onde melhor se vê esta espécie de relações é entre os fenómenos sociais. Quer comparemos as sociedades aos organismos vivos, como faz Spencer⁶, quer a sistemas de pontos materiais, como propõe Pareto, certo é que o *todo*, que se chama uma sociedade, excede todos os outros em complexidade. As suas *partes* são inumeráveis, apresentam umas com as outras as mais variadas relações, e influen-

⁶ Spencer, Herbert (1820-1903). Filósofo e cientista inglês, nascido no Midlands, exerceu notável influência no desenvolvimento de múltiplas áreas do conhecimento científico durante o séc. XIX, designadamente na biologia, psicologia, sociologia e antropologia defendendo uma posição geral evolucionista. Trabalhou nos caminhos de ferro e tornou-se subeditor do Economist. Entre as suas obras destaca-se «*Social Statics*» (1850), «*Principles of Psychology*» (1855), «*First Principles*» (1862), «*Principles of Sociology*» (1876-1896).

ciam-se mutuamente por todas as formas possíveis. O progresso intelectual modifica pouco a pouco as ciências, as indústrias, a arte, a religião, os costumes, o direito e todas as mil formas da actividade social; por seu turno as sucessivas transformações de cada uma destas actividades, ao mesmo tempo que vão alterando cada uma das outras, vão reagindo sobre o progresso intelectual, que parecendo ser a sua *causa*, é simultaneamente a sua *consequência*. As modificações graduais dos sentimentos humanos, vão acompanhando sempre os sucessivos progressos da inteligência; ao mesmo tempo que exercem influência sobre ela, são influenciados por ela; os *efeitos* sociais das sucessivas transformações emocionais, são tão inumeráveis como os *efeitos* do desenvolvimento intelectual; mas cada um desses *efeitos* se torna a *causa* de uma nova transformação emocional, que por seu turno, gera um novo *efeito*, e assim sucessivamente. Entre as transformações económicas há igualmente uma estreita relação de mútua dependência.

§ 72.^o — Aproximemo-nos da realidade por meio de um exemplo concreto: consideremos o facto da abertura de um novo caminho de ferro. Se em primeiro lugar, quiséssemos seguir os antecedentes afastados do facto, ver-nos-íamos imensamente embaraçados: os progressos intelectuais sucessivos que levaram à aplicação da força do vapor às locomotivas e à construção dos caminhos de ferro, desafiam qualquer enumeração. Examinemos alguns dos seus antecedentes próximos: devemos colocar, em primeiro lugar, as riquezas de toda a espécie, da região que o novo caminho de ferro vai servir, e portanto todas as causas que deram origem a essas riquezas. Se quiséssemos desfiar, uma a uma, todas estas causas, já não teríamos pequeno trabalho; todos os factores económicos locais teriam de ser encarados: a população, as riquezas naturais, o desenvolvimento das indústrias, os costumes, os capitais de toda a espécie, etc... Além disso, cada um destes factores teria de ser olhado, não apenas em si, mas nas suas relações com os factores económicos do mundo inteiro: se uma determinada região não poder produzir senão borracha, a empresa que se proponha construir um caminho de ferro para servir essa região, olhará, não apenas as condições locais, mas também a situação geral da borracha nos mercados de todo o mundo, as suas aplicações actuais e o possível desenvolvimento e aumento de cada uma delas, e as suas possíveis aplicações futuras. Por aqui será levada a estudar muitos aspectos do problema económico universal, e cada um destes aspectos deverá assim colocar-se entre os antecedentes (causas na linguagem vulgar) da construção do caminho de ferro, visto que dependerá em parte deles a construção do novo caminho de ferro. Mas não dependerá apenas deles.

A maior ou menor disponibilidade de capitais exercerá também influência, o que significa que a exercerão todos os factores, e não são poucos, que têm influência no desenvolvimento ou na diminuição da capitalização. As causas que influem na taxa média do juro entrarão

também em linha de conta: é evidente que, se os capitais encontrarem fácil colocação, rendendo 6%, nenhuma empresa irá empregá-los num caminho de ferro, de que se esperam apenas 5%; mas se a taxa média de juro não exceder 4%, a construção do caminho de ferro, que se calcula render 5%, torna-se já uma empresa tentadora. Entre os antecedentes da construção devemos ainda colocar o carácter mais ou menos empreendedor e aventureiro dos homens que tentam a empresa; muita gente prefere colocar as suas economias em fundos do Estado ou papéis de grande garantia e pequeno juro, a empregá-los em acções de empresas industriais de garantia inferior, mas podendo dar um juro muito alto; outras pessoas preferem o contrário. A empresa de construção do caminho de ferro terá tantas mais probabilidades de ir avante quanto mais elevado for o número de indivíduos da 2.^a espécie, o que quer dizer que entre os seus antecedentes ou causas, devemos também mencionar o carácter de certos indivíduos. O maior ou menor desenvolvimento local e mundial de todas as industrias acessórias — fabricação de rails, travessas endurecidas, de máquinas, de tenders, de vagões, e de tijolos, exploração das carreiras de pedra, das minas de carvão, e de ferro, — as facilidades ou dificuldades na importação e no transporte de todos estes materiais, a maior ou menor oferta, e portanto o custo, do trabalho, tudo deverá ser pesado e medido, fazendo portanto parte dos antecedentes da construção. Supúnhamos esta decidida, e começada.

Vejamos os fenómenos a que dá origem.

O aumento na importação das madeiras de construção, ou na exploração das matas, a exploração das carreiras de pedra, das minas de carvão e de ferro ou sua importação, serão a primeira consequência; estes factos fazem nascer uma grande quantidade de empresas especiais e formam novas classes de operários — condutores, chauffeurs, colocadores de rails...etc.; por aqui influem na distribuição do trabalho e no custo dos salários, vindo assim a construção do caminho de ferro a alterar e modificar os factores, que tínhamos visto fazerem parte das suas causas. Acabada a construção os fenómenos, a que ela dá causa, tornam-se mais numerosos e complicados: a organização de todos os negócios é mais ou menos alterada: a facilidade de comunicações permite a cada um fazer por si, o que dantes era feito por procuração; estabeleceram-se agências onde anteriormente não realizariam nenhum lucro; fazem-se vir as mercadorias das grandes casas produtoras afastadas, em lugar de as comprar nas casas de retalho próximas, e certos produtos consomem-se a distâncias que, dantes, nunca poderiam vencer. A rapidez e a barateza dos transportes tendem a especializar, mais do que nunca, as diversas industrias locais, e a restringir cada centro de produção aos produtos que mais facilmente aí são produzidos. A rapidez da circulação tende a igualar os preços, e, em média, a abaixá-los; põe os diversos artigos ao alcance daqueles, que, anterior-

mente, não chegariam a poder comprá-los; por aqui aumenta o bem estar geral. Ao mesmo tempo, viaja-se mais; pessoas que dantes, não sairiam da sua terra, percorrem o mundo, alargam os seus conhecimentos, desenvolvem a sua inteligência, e modificam a sua maneira de sentir. As cartas e as notícias chegam mais depressa; o pulso da nação bate mais rápido.

A literatura barata das livrarias dos caminhos de ferro, os anúncios nos carros, encontram novos meios de difusão; ambas facilitam novos progressos. O organismo social tornou-se mais heterogéneo em consequência de profissões novas que nele aparecem, e muitas das antigas ocupações especializaram-se e definiram-se; os preços mudaram por toda a parte; os que *compram* e os que *vendem*, alteraram mais ou menos a forma dos seus negócios, isto é, *todos* sofreram qualquer influência nas suas acções, nos seus pensamentos ou nas suas emoções.

Numa palavra: a construção do caminho de ferro, alterou as condições económicas e sociais do país inteiro, e por seu intermédio, de todo o mundo; o trabalho, as indústrias, a capitalização, a taxa de juro, o carácter e desenvolvimento do povo, tudo o que tinha sido a sua *causa*, é por seu turno modificado pela sua reacção. Entre todos estes fenómenos estabelece-se assim, por seu intermédio, uma relação de mútua dependência em que não é possível destrinçar as *causas*, nem determinar os *efeitos*. Sabe-se que entre um grupo imenso de fenómenos existe uma relação tal que cada um deles depende de todos, e todos dependem de cada um. Daqui se conclui que uma modificação, trazida a qualquer dos elementos deste sistema, que Pareto compara a um sistema de pontos materiais, deve repercutir-se sobre todos os outros, e, por seu intermédio, causar em si mesmo uma modificação derivada, que de novo se repercute, e assim sucessivamente. Entre os fenómenos assim associados, dá-se uma relação de mútua dependência.

§ 73.^o — A relação de mútua dependência entre um grupo de fenómenos A, B, C, D...pode ser *quantitativa*, *qualitativa* ou, em parte da 1.^a, e em parte da 2.^a espécie. É *quantitativa* quando a influência mútua dos fenómenos se traduz por modificações na sua grandeza ou quantidade; é *qualitativa* sempre que as acções e reacções mútuas afectam a natureza dos fenómenos, sem que essa influência possa reduzir-se a uma alteração quantitativa. No exemplo que demos, pode considerar-se quantitativa a mútua influência que entre si exercem o barateamento e a rapidez do tráfego, e o desenvolvimento da importação e da exportação das localidades servidas pela linha férrea; mas não é possível, no estado actual da ciência, ligar por meio de uma relação *quantitativa*, a mútua influência que liga o barateamento dos transportes com várias modificações no carácter, nos hábitos, e no desenvolvimento intelectual do povo; sabe-se que essa mútua influência existe: o gosto pelas viagens desenvolver-se-á e trará consigo muitas consequências, mas não é possível, por enquanto, ligá-las entre si e com o barateamento.

mento das passagens por meio de relações *quantitativas*. Desta forma, algumas das relações, que unem entre si todos os fenómenos ligados pela construção do caminho de ferro, são *quantitativas*, e como tais, susceptíveis de *medida*, e outras são simplesmente *qualitativas*.

É o predomínio desta última espécie de relações nos fenómenos sociais, junto com a sua imensa complexidade, que torna impossível, por enquanto, a aplicação do cálculo algébrico ao estudo dessas relações. Poderão algum dia as relações *qualitativas* reduzir-se a simples influência *quantitativas*, tornando assim possível o estudo rigoroso de todos os problemas sociológicos? É problema difícil de resolver no estado actual da ciência.

A noção da mútua dependência vai permitir-nos precisar a noção do *equilíbrio*, a que já fizemos referência no capítulo anterior, preparando-nos para, em seguida, vermos por que motivo é indispensável o emprego do cálculo no estudo dos equilíbrio económicos.

§ 74.º — No capítulo anterior definimos o equilíbrio: «o estado que se manteria indefinitivamente, se não houvesse nenhuma mudança nas suas condições». E dêmos, a seguir, dois exemplos concretos dos casos mais simples do equilíbrio económico. Por meio das noções que vimos de desenvolver, podemos precisar esta ideia. Suponhamos que os fenómenos unidos entre si por uma relação de mutua dependência são *A, B, C, D, E...* Como, por definição, cada um destes fenómenos exerce influência, directa ou indirectamente, quantitativa ou qualitativa, sobre cada um dos outros, que por seu turno a exercem sobre ele, podemos comparar o conjunto a um sistema de pontos materiais, influenciando-se mutuamente. Cada um destes pontos é o centro de uma *força*; quando, da sua acção e reacção mútua, resulta a imobilidade do sistema, diz-se de uma maneira geral que este está em equilíbrio. Da mesma forma definiremos um estado de equilíbrio social ou económico aquele em que os fenómenos conjugados *A, B, C, D, E...* exercem entre si uma acção e reacção tais, que dessa mutua influência resulta a imobilização do fenómeno total, isto é, resulta um estado que continuará indefinitivamente o mesmo, enquanto não houver qualquer mudança nas condições ou forças que o determinaram.

Há uma forma de equilíbrio, a que os matemáticos franceses chamaram *equilíbrio móvel*, e em que a imobilidade do agregado coexiste com o movimento das suas partes. O exemplo mais simples é o do peão; no momento em que cai no solo, animam-no três movimentos distintos; o primeiro a desaparecer é o movimento horizontal sobre o solo; o segundo é o movimento que se chama expressivamente o *bai-lado*; depois destes dois movimentos terem desaparecidos, o peão parece imóvel, e no entanto anima-o um movimento de rotação bastante rápido; o *todo* não tem movimento em relação às coisas que o rodeiam, mas as suas partes conservam esse movimento. A este estado chama-se um estado de *equilíbrio móvel*.

Os equilíbrios económicos e sociais são deste tipo. Os fenómenos entre si ligados por uma relação de mútua dependência, podem conservar o seu movimento e a sua oscilação; basta, para que consideremos o equilíbrio atingido, que esses movimentos e essas oscilações se contrabalancem, de forma a que o fenómeno total mantenha indefinidamente um certo estado.

§ 75.º — Reportemo-nos ao exemplo que dêmos no § 38.º do capítulo anterior. É o caso mais simples da troca: dois indivíduos e duas mercadorias. Vimos, nesse exemplo, que cada indivíduo atinge o equilíbrio quando os seus *gostos* ou *desejos* são exactamente contrabalançados pelos *obstáculos* que se lhe opõem, de forma a que o indivíduo se encontra num estado tal, que ele não procurará sair enquanto não mudar qualquer das condições do problema. O equilíbrio de cada indivíduo é pois a consequência de uma relação entre os seus gostos ou desejos *A*, e os obstáculos *B*. Até aqui a mútua dependência é pouco visível; nada nos diz que os *desejos* influam nos *obstáculos*, ou estes nos primeiros. Mas onde começa a aparecer, é quando olhamos, não apenas o equilíbrio isolado de cada um dos indivíduos, mas o equilíbrio simultâneo dos dois, isto é, o equilíbrio na troca que eles realizam. Aparece então, com a maior evidência, a mútua influência entre os dois equilíbrios individuais. Ao seguir os debates sucessivos dos preços e das quantidades trocadas, vimos que cada um dos indivíduos podia encontrar o equilíbrio em várias posições, mas vimos também que, enquanto qualquer dessas posições não fosse simultaneamente de equilíbrio para o outro indivíduo, este não permitia que o 1.º se fixasse nela. Começámos, por exemplo, por ver que ao preço de 1 litro de trigo por 1 de vinho, o 1.º indivíduo atingia o equilíbrio se conseguisse trocar 50 dos seus litros de vinho, mas o 2.º, a este preço, atingia o equilíbrio cedendo apenas 30 e não 50 litros do seu trigo. Quer dizer que ao preço de 1 litro de vinho por 1 de trigo, a *procura* do trigo era superior à *oferta*. O 1.º indivíduo via-se obrigado a fazer a *alta* do trigo, isto é a *modificar* o seu equilíbrio, contentando-se com menos algum trigo, e resignando-se a ceder proporcionalmente maior quantidade de vinho. Qual a *causa* desta sua mudança? Foi o facto do 2.º indivíduo não querer fazer-lhe a vontade, isto é, foi porque o equilíbrio do 2.º indivíduo se não harmonizava com o seu. O equilíbrio do 2.º indivíduo *causou* pois uma modificação no equilíbrio do 1.º. Mas esta modificação tornou-se logo, por seu turno, a *causa* de uma outra modificação no equilíbrio do 2.º indivíduo. Vimos que, quando o 1.º indivíduo faz a *alta* do trigo, isto é, se resigna a comprá-lo mais caro, o 2.º indivíduo, visto que as condições mudam, muda também o seu ponto de equilíbrio. Ao preço de 1 por 1, não cedia mais do que 30 litros do seu trigo. Mas quando o 1.º indivíduo oferece comprar-lho ao preço de 12 decilitros de vinho por 1 litro de trigo, já lhe convém ceder 35 litros.

Quer dizer: o seu ponto de equilíbrio foi reflexamente modificado pela alteração que ele próprio tinha *causado* no equilíbrio do 1.º indivíduo. A *consequência* tornou-se *causa*.

Mas a reacção continua. O 1.º indivíduo ao modificar o seu equilíbrio, esperava conseguir que a alteração produzida no equilíbrio do 2.º fosse bastante para lhe permitir obter, ao novo preço, 45 litros de trigo, o que o contentaria, isto é, estabeleceria um novo equilíbrio entre os seus gostos e os obstáculos. Mas vê que, muito embora tivesse modificado o equilíbrio do 2.º indivíduo, este não vai além da cedência de 35 litros de trigo. Transige por isso novamente, e faz ainda a *alta* do trigo, resignando-se, portanto, a um novo estado de equilíbrio. Oferece comprar o trigo, ao preço de 15 decilitros de vinho por 1 litro de trigo, e *pede* para conseguir o equilíbrio a esse preço, 40 litros de trigo. Quer dizer: o 2.º indivíduo, que tinha sido *causado* pela primeira modificação feita pelo 1.º indivíduo, tornou-se ainda a *causa* de uma nova modificação introduzida pelo 1.º indivíduo no seu estado de equilíbrio. Ao novo preço, o 2.º indivíduo oferece 45 litros de trigo, em vez de 40 que lhe pedem. O seu novo ponto de equilíbrio torna a oferta superior à procura. Isso obriga-o a fazer a *baixa* do trigo, isto é, a modificar ainda uma vez o estado de equilíbrio do 1.º indivíduo, que por seu turno, reagirá sobre ele, e assim sucessivamente. Entre o equilíbrio dos dois indivíduos dá-se pois uma acção e reacção mútuas, que pouco a pouco, no caso da livre concorrência, conduzem ao equilíbrio do sistema, isto é, ao equilíbrio na troca que eles realizam. Há, numa palavra, entre esses dois equilíbrios uma relação nítida de mútua dependência.

É por uma série de acções e reacções mútuas que o equilíbrio total é atingido. Este último persiste enquanto os dois equilíbrios individuais continuam; mas qualquer alteração em um dos elementos destes, repercute-se imediatamente, por uma série de acções e reacções mútuas, e vem assim a alterar o equilíbrio total do sistema.

§ 76.º — O caso de dois indivíduos trocando entre si duas únicas mercadorias, é evidentemente um caso ideal, sem a mais pequena realidade concreta. As pessoas que trocam entre si mercadorias, são inumeráveis; como inumeráveis são as mercadorias trocadas. O equilíbrio de cada indivíduo tem pois de estabelecer-se, não apenas pela comparação interna de duas ofelimidades, mas sim pela de muitas: cada homem precisa de alimento, e de muitas espécies de alimentos, de vestuário, de habitação...etc. Por outro lado, o equilíbrio geral na troca depende do equilíbrio simultâneo de todos aqueles que trocam. E como as condições, que determinam o equilíbrio de cada indivíduo, influem pelo mecanismo que indicámos, no equilíbrio de todos os outros, que por seu turno lhe retribuem essa influência, numa série de acções e reacções mútuas, vemos que o equilíbrio geral na troca, é, ao mesmo tempo, a *causa* e a *consequência* dos diversos equilíbrios individuais, isto é, liga-se a eles por uma relação de mútua dependência.

§ 77.º — Não é tudo ainda. Entre as coisas que se trocam, uma parte pode ser usada mais de uma vez sem ser destruída: são os *capitais* compreendendo, segundo a classificação de Walras aceite por Pareto, as *terras*, as *pessoas*, e os *capitais propriamente ditos*; outra parte é destruída com o primeiro uso, e compreende os *objectos de consumo* e as *matérias primas*, que são coisas materiais, e os serviços ou usos dos capitais, que são quase sempre coisas imateriais, e que podem ser de duas espécies: *serviços consumíveis*, quando são usados directamente, e *serviços produtores*, quando são usados para produzir outras coisas. Por exemplo: um lavrador tem terras bastantes mas faltam-lhe máquinas para as lavrar; *troca* mil metros quadrados da sua terra por uma charrua, que lhe permite lavrar o resto; trocou um capital por outro capital. Em seguida faz uma plantação de trigo. No fim da colheita reserva para si parte do trigo que lhe parece indispensável para seu sustento até à colheita seguinte, e vê que lhe sobram por exemplo, 10000 litros.

Troca dois mil por duas charruas e correspondentes juntas de bois: trocou um objecto de consumo — o trigo — por um capital. Outra parte do seu trigo troca-a por adubos com que espera fertilizar a sua terra: trocou um objecto de consumo por uma matéria prima — o adubo. Com outra parte do seu trigo compra o direito de abrir um caminho através a propriedade de um vizinho: trocou um objecto de consumo, pelo *serviço consumível* da terra do vizinho. Com outra parte do seu trigo paga vários trabalhadores que vêm, no ano seguinte, ajudá-lo na lavoura; trocou um objecto de consumo pelo *serviço produtor* dessas pessoas. Finalmente com a parte, que ainda lhe resta, compra durante o ano, a carne, o leite, o vestuário e o calçado: trocou um objecto de consumo por outros objectos de consumo. Numa palavra: todas as mercadorias, em geral, compreendendo os capitais, os seus serviços produtores, os seus serviços consumíveis, as matérias primas, e os objectos de consumo, são continuamente permutados entre si. (Este serviço faz-se em geral por meio da moeda, da qual, por enquanto, queremos abstrair).

Estas noções levam-nos a estudar o nosso lavrador sob um aspecto novo para nós. O nosso homem troca o seu trigo por muitas coisas muito diferentes; parte delas consome-as ele próprio: (alimentos, vestuário, tabaco, serviço de criados, direito de passagem pela terra do vizinho, etc.); mas uma outra parte emprega-a na continuação ou no desenvolvimento da sua produção (serviço das charruas que comprou, dos trabalhadores a quem paga, adubos, sementes...etc.). São estas últimas coisas, dentre as que ele compra, que, combinadas com outras que ele próprio possuía (serviço das suas terras, seu próprio trabalho...etc.), lhe permitem a continuação da sua industria. O lavrador não é pois apenas um *consumidor*; exerce também a função económica de combinar os serviços de certos capitais de natureza varia, com certas maté-

rias-primas, obtendo por essa combinação um produto qualquer, que no nosso exemplo é trigo. Aos que desempenham esta função, chamam Walras e Pareto *empresários*; o lavrador é um empresário agrícola, como há outros empresários de comércio, empresários fabris...etc. O que nos importa fixar é que o nosso lavrador não consome tudo quanto compra; parte das coisas que adquire emprega-as na sua produção. É portanto, ao mesmo tempo, um *consumidor* de certas coisas, e um *produtor* de outras.

Como consumidor, já desenvolvemos, no capítulo anterior, a maneira como ele raciocina no acto da troca: supondo que tem na mão uma qualquer mercadoria, e que dela vai dando porções sucessivas, em troca de outras porções sucessivas de outra mercadoria que vai recebendo, convém-lhe continuar a troca enquanto um *novo bocadinho* da mercadoria que recebe (exprimiremos isto por meio de um diferencial) valer para ele mais do que o *bocadinho* da sua, que é obrigado a ceder em troca. Mas como a mercadoria que ele recebe, se lhe vai tomando cada vez menos preciosa, à medida que maior é a quantidade dela que já possui, o que torna cada vez menor a ofelividade dos novos *bocadinhos* sucessivos que vai recebendo, e, por outro lado, como cada vez mais preciosa se lhe vai tornando a sua, à medida que diminui a quantidade que dela possui, o que torna cada vez maior o sacrificio que lhe custa a cedência de novos bocadinhos, chega um momento em que o que o individuo ganha em ofelividade, obtendo uma nova pequena porção da mercadoria que recebe, é exactamente igual ao que perde em ofelividade pela cedência da porção da sua mercadoria que tem de dar em troca. Nesse ponto o consumidor pára, porque, se continuasse a troca, começaria a perder, visto que a ofelividade que ia buscar passava a ser menos intensa do que aquela que tinha de ceder.

Este é o seu ponto de equilibrio, em que os seus *gostos*, satisfeitos pela ofelividade que ele ganha, são exactamente contrabalançados pelos *obstáculos*, que são a causa da ofelividade que ele perde.

O consumidor, no acto da troca, compara portanto apenas ofelividades, isto é, tendo na sua frente uma balança em cujos pratos coloca dois desejos diferentes, mas entre si relacionados de forma que, quando um aumenta, o outro diminui, vai tirando de um prato e pondo no outro, até que o fiel da balança esteja ao centro. Aí pára, e enquanto as condições não mudarem, nenhum desejo sente de mudar. Está em equilibrio.

§ 78.º — Até aqui temos aproximadamente andando em volta destas noções. Mas temos agora de estender a nossa análise.

Como consumidor, o nosso lavrador é-nos já conhecido. Mas como *produtor de trigo*, isto é, como *empresário agrícola*, que raciocínios serão os seus, ao ter de ceder uma parte do seu produto? Certamente que na balança da troca, continuará a pôr no prato dos gostos os acréscimos de ofelividade, isto é, de prazer, que lhe resultarão da aquisição

das coisas que recebe em troca do seu trigo; mas no prato dos obstáculos não põe decerto os sacrifícios que lhe vai custando a cedência de sucessivas porções de trigo, visto que, por hipótese, supusemos que ele tinha posto de lado todo o trigo que lhe era preciso para seu consumo até à colheita seguinte, o que quer dizer que o resto lhe não é preciso para coisa alguma, isto é, nenhum sacrifício faz deixando de o possuir. Se applicássemos ao produtor os princípios que regulam a conduta do simples consumidor, não tendo para ele nenhuma ofelividade toda ou parte da mercadoria que produz, nada perderia cedendo-a, e portanto nada deveria exigir em troca: o produtor devia *dar* os seus produtos. Mas como a realidade nos mostra que assim não acontece, e as ciências, mesmo abstractas, devem ser tiradas da realidade, temos de procurar por outro lado os princípios a que obedece o produtor, e em que condições se estabelece o seu equilíbrio.

§ 79.^o — Notemos, em primeiro lugar, que o nosso lavrador, para obter a sua colheita de trigo gastou o serviço das suas terras, o serviço dos seus capitais mobiliários, e o serviço de várias pessoas, incluindo a sua; e empregou várias matérias primas como sementes, adubos...etc.

Cada uma destas coisas, que ele *gastou* na produção, representa um sacrifício de ofelividade sem parte directa, quando as coisas ou os serviços empregados eram directamente consumíveis, e em parte indirecto, quando essas coisas ou serviços não eram directamente consumíveis, mas podiam servir para obter ofelividades directas. É claro portanto que o nosso lavrador, ao trocar o seu trigo, não se resignará a obter por ele menos ofelividades do que aquelas a que renunciou, por tê-lo produzido. Se a isso se vir obrigado, por não encontrar quem lho tome em tais condições, restringirá no ano seguinte a sua produção, e reduzi-la-á, sendo preciso, à quantidade indispensável para seu próprio consumo, empregando nesse caso as matérias primas e serviços de que pode dispor, em qualquer outra espécie de produção. Há portanto um limite para aquém do qual, o produtor não poderá nunca encontrar o equilíbrio; esse limite é determinado pelo que chamaremos «o custo de produção em ofelividades».

É evidente que o produtor tentará por todas as formas obrigar os consumidores a segui-los para além desse ponto, isto é, procurará obter, em troca dos seus produtos, o maior número possível de ofelividades, ou seja o máximo lucro. O êxito das suas tentativas dependerá do estado económico em que ele viver. Se esse estado for de livre concorrência, o produtor não conseguirá nunca afastar-se muito do ponto limite de equilíbrio, em que o custo de produção iguala o preço da venda; se por acaso o consegue, vê imediatamente que outros produtores começam empregando no fabrico do seu produto, os serviços produtores que tinham disponíveis ou applicados em qualquer outra empresa menos lucrativa. Essa affluência de concorrentes não pode deixar de determinar, pelo excesso da oferta, a baixa do preço do pro-

duto, que, muitas vezes, vai mesmo além do ponto limite de equilíbrio, em que esse preço iguala o custo da produção. Mas, quando isto acontece, muitos produtores, que não podem perder, desaparecem; outros desviam para outro lado os serviços produtores de que dispõe; desta forma a oferta diminui, o preço sobe, e dá-se uma nova oscilação compensadora. Assim, no estado de livre concorrência, o equilíbrio do produtor oscila continuamente em torno do ponto determinado pela igualdade do custo de produção e do preço de venda, ou termos nossos conhecido, do ponto em que o produtor recebe, em troca do seu produto, a mesma soma de ofelividade que nele empregou. Se em vez do estado de livre concorrência, o produtor gozar um monopólio qualquer, já o seu procedimento será outro. O seu fim será ainda e sempre, a obtenção da maior soma de ofelividades, traduzida no ganho da maior quantidade possível de numerário (padrão de valor); mas os meios que empregará serão diferentes.

Podendo, dentro de certos limites, impor ao mercado a sua vontade, sem perigo de se ver imitado por outros, só se considerará em equilíbrio no ponto em que, dadas todas as outras condições que podem influir no problema, o seu lucro for o maior possível; é claro que para isto não bastará elevar às cegas o preço do seu produto. Se o fizesse, arriscar-se-ia a que ninguém lho comprasse, o que reduziria os seus lucros a coisa alguma; o seu trabalho consistirá em combinar o preço e as quantidades produzidas, de forma a conseguir para si, em última análise, o máximo lucro traduzido na maior soma de numerário ganho. Será esta a *condição* que determinará o seu estado de equilíbrio, como produtor.

Quer, em todo o caso, o produtor viva num estado de livre concorrência, quer usufrua qualquer monopólio, certo é que as *condições* determinantes do seu equilíbrio, como *produtor* ou *empresário*, se não confundem com as que determinam o equilíbrio do simples *consumidor*, que dá uma coisa em troca de outra, e que encontra o equilíbrio no ponto, em que a ofelividade que perde, iguala a ofelividade que ganha.

§ 80.^o — Ora o nosso lavrador, era, como vimos, por um lado *consumidor* de certos serviços consumíveis, e de certos objectos de consumo, e por outro, *produtor* de um objecto de consumo — o trigo.

O seu desejo será, evidentemente, o de se satisfazer o mais possível, tanto como *consumidor*, como na sua qualidade de *produtor*. Mas como as condições, a que obedece a satisfação de consumidor, são diferentes das que regulam a sua satisfação como produtor, o nosso homem procurará, tanto quanto possível, satisfazê-las todas *simultaneamente*.

Notará porém que, muito embora distintas, as condições do seu equilíbrio, como consumidor e como produtor, não são independentes umas das outras. Nota, por exemplo (e para isso não precisa possuir

um cérebro de Newton) que quanto maior for o seu lucro final como produtor, tanto maiores serão as suas satisfações como consumidor; se no fim da colheita lhe tiverem sobejado 10000 litros de trigo, o nosso lavrador fumará tabaco bom e tanto quanto lhe apeteça; vestir-se-á com boas fazendas e terá ótimo calçado; mas se no ano seguinte obtiver apenas 5000 litros de trigo, e não tiver mudado o preço deste, nem o dos outros artigos, o nosso homem passará a fumar menos e pior, não terá tão bons fatos, e mudará de sapateiro. Ora como o lucro da sua produção dependerá evidentemente de todas as condições que determinam o equilíbrio por ele atingido como produtor (estado económico de livre concorrência ou de monopólio, preço de venda do seu produto, preço e quantidades dos serviços de todas as espécies empregadas na produção, quantidades produzidas...etc.), é evidente que estas condições exercem influência sobre as suas satisfações de consumidor, isto é, contribuem para determinar o ponto de equilíbrio em que, nesta qualidade, se deterá. Mas, por outro lado, as satisfações que o nosso homem experimentará, como consumidor, isto é, as condições que determinam o seu equilíbrio de consumidor, não deixarão de exercer influência sobre as condições da sua produção; quanto melhor ele se alimentar, vestir, e tratar, isto é, quanto maior o número de certas ofelidades consumir, tanto maior é a sua capacidade de trabalho produtor; mas também é certo que quanto maior quantidade consumir, para seu uso próprio, dos serviços de todas as espécies de que pode dispor, tanto menor desenvolvimento poderá dar à sua produção: se uma parte das suas terras as aplicar em jardim de recreio, de parte dos seus trabalhadores fizer criados e jardineiros, a sua produção ressentir-se-á fatalmente; se, em vez de comprar charruas, comprar automóveis, pode ver a sua produção de todo paralisada. Desta forma, o nosso lavrador reconhece que, se o produtor exerce influência sobre o consumidor, este lhe paga na mesma moeda, e que para conseguir a maior soma de bem estar compatível com as suas circunstâncias, isto é, um máximo de ofelidade, tem de pôr o problema da sua maneira de viver (em termos económicos: do seu equilíbrio geral) de forma a atender simultaneamente, conciliando-as e combinando-as entre si, numa relação de mútua dependência, todas as condições que determinam o seu equilíbrio de consumidor e o seu equilíbrio de produtor ou empresário.

§ 81.º — Quer isto dizer: mesmo que consideremos, por abstracção, um indivíduo isolado de todos os outros, não é possível resolver o problema económico da sua existência, sem entre si, combinar e ligar numa relação de mútua dependência, condições e fenómenos muito numerosos e variados: ofelidade de todas as mercadorias consumidas por esse indivíduo, quer como proprietário, trabalhador ou capitalista, quer como empresário, quantidade, natureza e preço de todos os serviços produtores empregados por esse indivíduo, quando seja um empresário...etc. Como muitos destes factores são, por seu turno, a consequência de

outros, o número de elementos que teríamos de combinar, para obter uma imagem do equilíbrio de um só indivíduo, seria tão grande que a própria linguagem vulgar é a primeira a não poder dar-nos dela uma representação exacta.

Deixando o nosso exemplo de um indivíduo isolado, tentemos dar uma ideia, embora vaga e incompleta, porque outra não é possível dar com a linguagem vulgar, das condições que determinam o equilíbrio económico geral na troca e na produção.

§ 82.º — Suponhamos um grande mercado, onde se comprem e se vendem, isto é, se trocam entre si, por meio da moeda, todas aquelas ofelidades, que vimos no capítulo anterior, poderem dar origem aos fenómenos da troca e da produção, únicas de que nos ocuparemos no presente trabalho.

Começemos por separar em grupos e definir com clareza as coisas que se apresentarão neste mercado. É-nos indispensável fazê-lo para boa compreensão, não só deste, como dos capítulos seguintes. Adoptaremos a classificação de Walras, aceite por Pareto.

As coisas que se apresentam no mercado chamamos *capitais* e *rendimentos*; capitais são todas as coisas ofelimas que *duram*, todas as espécies de riqueza que se não consomem, ou se consomem apenas depois de um grande uso, numa palavra, *que servem mais de uma vez*; uma casa, um móvel, etc.; os rendimentos são os bens que não sobrevivem ao primeiro uso que deles se faz: o pão, a carne, etc. Os capitais são de três espécies: terras, pessoas, e capitais mobiliários.

As terras e as pessoas definem-se pela sua simples indicação; os capitais mobiliários são todos os que não estão incluídos em qualquer das outras classes: as casas, os móveis, as máquinas, etc. Os *rendimentos* são de 3 espécies também: os *objectos de consumo* (alimentos, tecidos, objectos de vestuário), as *matérias primas* da agricultura e da indústria (sementes, matérias têxteis,...) e os *serviços dos capitais*, designando por esta expressão o uso de qualquer desses capitais; estes serviços podem ser ainda de duas espécies: uns são absorvidos, tais quais os capitais lhes dão origem, quer pelo consumo privado, quer público; são os *serviços consumíveis*: (abrigo de uma casa, consultas de um advogado ou de um médico, uso dos móveis e do vestuário, uso dos parques e jardins...); outros são transformados pela agricultura, pelo comércio, ou pela indústria, em rendimentos ou em capitais; são os *serviços produtores* (a fecundidade da terra, o trabalho dos operários, o uso das máquinas, instrumentos, aparelhos...etc.).

É bom ver que, se há coisas que são por força capitais, e outras que são por força rendimentos, há muitas que são ou capitais ou rendimentos, conforme o uso, que dela fizermos: as árvores que são capitais quando são abatidas para queimar; os animais que são capitais quando trabalham, dão leite ou ovos, e rendimentos quando são mortos para comer: um galo é um capital como pai de pintainhos, ou como objecto

de vista; é um rendimento quando é servido no fim do jantar. Isto não destrói, porém, a distinção entre capitais e rendimentos: os primeiros são as coisas que, *ou por sua própria natureza, ou pelo destino que lhes damos*, servem mais de uma vez; os segundos são as coisas que, por um ou por outro motivo, não sobreviveram ao uso que delas fazemos. Aos serviços das terras chama Walras *renda* (rente), ao das pessoas *trabalho*, e ao dos capitais mobiliários *proveito* (profit).

Estas são as coisas ofelimas que se apresentam no nosso grande mercado. Precisamos agora dar nomes aos indivíduos que as trazem ao mercado.

Walras chama *proprietário de terras* (propriétaire foncier) ao detentor das terras; *trabalhador* (travailleur) ao detentor das faculdades pessoais; e *capitalista* (capitaliste) ao detentor dos capitais mobiliários; designa pelo seu nome de *empresário* (entrepreneur) um quarto personagem, de que já demos um exemplo, e cuja função especial é de alugar a terra do proprietário, as faculdades pessoais do trabalhador, e o capital do capitalista para, em seguida, associar na agricultura, na indústria, ou no comércio, os respectivos serviços produtores. É certo que, na realidade das coisas, uma mesma pessoa física pode acumular duas ou três destas funções, ou mesmo as quatro; mas nesse caso é inegável que acumulará vários papéis distintos. Sob o ponto de vista exclusivamente científico, Walras separa assim esses papéis uns dos outros, evitando o erro de certos economistas ingleses que identificam o empresário e o capitalista, ou o de certos economistas franceses que fazem do empresário um simples trabalhador, encarregado da direcção da empresa.

§ 83.^o — Postas estas bases, e conhecidas não só as espécies de mercadorias que afluirão ao nosso grande mercado ideal, mas também as espécies de indivíduos que aí trarão essas mercadorias, podemos entrar no estudo do funcionamento desse mercado. Para isso, sempre segundo Walras, devemos dividir o nosso grande mercado em duas secções distintas. Uma delas é o *mercado dos serviços*. Nela encontramos os proprietários de terras, os trabalhadores, e os capitalistas, como *vendedores* dos serviços que respectivamente possuem (renda, trabalho e proveito), e como *compradores*, os empresários, e os mesmos proprietário, trabalhadores e capitalistas, que os procurem como serviços consumíveis.

A outra secção é o *mercado dos produtos*. Nela encontramos como *vendedores* os empresários, e como *compradores*: os proprietários de terra, os trabalhadores e os capitalistas, que procuram produtos para seu consumo, e os mesmos empresários que procuram matérias primas para as suas empresas.

Façamos agora uma hipótese sobre as condições de funcionamento do nosso grande mercado: suponhamos que nele existe a livre concorrência absoluta, tanto para os serviços como para os produtos. Esta

hipótese, digamo-lo desde já, não corresponde à realidade concreta. De facto a livre concorrência absoluta não existe, nem pode existir no comércio internacional. Mas seguindo sempre o princípio das aproximações sucessivas, que desenvolvemos no capítulo anterior, o nosso fim é dar primeiro uma ideia abstracta e geral do fenómeno do equilíbrio económico, para em seguida introduzir os elementos perturbadores que desprezamos na primeira aproximação, e irmo-nos assim sucessivamente aproximando da realidade concreta. De resto, no próprio campo abstracto da economia pura, podemos também estudar o caso de, quer no mercado dos serviços quer no dos produtos, o regime ser, em parte de livre concorrência, e em parte de monopólio. Cournot foi o primeiro a estudar este último caso, que Walras também tratou, e que Pareto integrou definitivamente nas teorias gerais do equilíbrio. Mas é conveniente proceder metodicamente, e antes de introduzir os elementos perturbadores que provêm da existência dos monopólios naturais e legais, estudar o equilíbrio económico num grande mercado, em que supomos reinar a livre concorrência absoluta.

Suponhamos nesse grande mercado, cujos elementos e actores já definimos, todo o movimento parado, quer na secção que chamámos o *mercado dos serviços*, quer naquela a que chamámos *mercado dos produtos*. Os actores estão imóveis nos seus postos. Vamos pô-los em movimento como um maestro põe em movimento a orquestra que dirige.

§ 84.º — Suponhamos que o movimento começa na secção de produtos. Nessa secção vendem-se produtos, compreendendo *matérias primas e objectos de consumo*. Quem vende são apenas os empresários; as matérias primas são compradas pelos mesmos empresários para poderem continuar as suas empresas; os objectos de consumo são comprados pelos proprietários de terras, trabalhadores e capitalistas, constituindo o grupo de *consumidores*. Vejamos o que se passa com uma qualquer das mercadorias que vêm a esse mercado. Tomemos o trigo. O trigo está, por exemplo, a 24 francos o hectolitro. Este preço pode ser, por exemplo, o do encerramento do mercado anterior, ou qualquer outro; seja ele qual for, o raciocínio que vai seguir-se é sempre o mesmo. Basta-nos admitir que, ao ser posto em movimento o mercado, um certo número de empresários agrícolas, produtores de trigo, *oferecem* uma certa quantidade de hectolitros de trigo a um dado preço. Seja esse preço o de 24 francos o hectolitro. Chama-se *oferta efectiva* à oferta assim feita de uma quantidade determinada de qualquer mercadoria, a um preço determinado. A esta oferta responde um certo número de proprietários de terras, de trabalhadores e de capitalistas, *pedindo* uma dada quantidade de hectolitros de trigo a esse mesmo preço. Chama-se *procura efectiva*, a esta quantidade pedida a um preço determinado.

Três hipóteses podem dar-se, conforme a procura for *igual, superior* ou *inferior* à oferta.

Primeira hipótese: Ao preço de 24 francos o hectolitro, a quantidade pedida pelos consumidores é exactamente igual à oferecida pelos empresários. Todos os vendedores e todos os compradores encontram exactamente a sua *contra-partida* em outros compradores e vendedores. A troca realiza-se. Nenhum vendedor fica por satisfazer, e todos os compradores satisfazem os seus desejos. Ninguém tem pois motivo para alterar o que está. O preço de 24 francos mantém-se; o mercado estaciona, *está em equilíbrio*.

Segunda hipótese: Os consumidores, que precisam comprar trigo, não encontram a quantidade suficiente para satisfazer todos os seus desejos, o que prova que a *procura*, ao preço de 24 francos, é superior à *oferta* a esse preço. Os que mais necessidade têm deste produto, resignam-se a obtê-lo por um preço mais elevado. Oferecem em voz alta comprar trigo a 25 francos o hectolitro. Fazem a *alta* deste produto.

Esta alta produz um duplo resultado: 1.^o os compradores que ainda desejavam mais trigo a 24 francos, mas que não estão dispostos a pagá-lo a 25, retiram do mercado; 2.^o certos empresários vendedores, que ao preço de 24 francos, não tinham oferecido o seu trigo, porque não estavam dispostos a vendê-lo a esse preço, aparecem e oferecem-no a 25. Desta forma, por um duplo motivo, reduz-se a diferença que havia entre a procura e a oferta do trigo. Se a igualdade se restabelece, a alta pára aí. No caso contrário, a alta continua, e o trigo passa a ser comprado a 26, a 27, a 28 francos o hectolitro, até que apareça a igualdade da procura e da oferta. Nesse momento dá-se o estado estacionário ou equilíbrio do mercado.

Terceira hipótese: Nem todos os empresários vendedores conseguem vender o seu trigo, ou não conseguem vendê-lo todo, a 24 francos, o que prova que a oferta é superior à procura. Aqueles que podem vendê-lo a 23 francos, ou que têm maior necessidade de o vender, oferecem-no a este preço. Fazem a *baixa* do preço do trigo. O resultado é também duplo: por um lado, a esse preço, uma parte dos que ofereciam a 24 francos, retiram do mercado, porque não estão dispostos a vender a 23, e dessa forma contribuem para diminuir a oferta; por outro lado, consumidores que a 24 francos não compravam ou compravam pouco trigo, passam a pedir ou a pedir mais, quando o preço desce para 23, e aumentam assim a procura. Por um duplo motivo tende pois a desaparecer a diferença entre a oferta e a procura. Se a igualdade entre ambas aparece, o movimento da *baixa* pára. Senão, continua até que essa igualdade se dê. Nesse momento o mercado estaciona, *está em equilíbrio*.

Esta operação dá-se simultaneamente sobre o milho, sobre a aveia, sobre os tecidos, sobre as matérias primas da indústria e da agricultura, numa palavra, sobre todos os artigos que aparecem no mercado dos produtos. O estado de equilíbrio deste mercado seria aquele em que

para todas as mercadorias que nele se trocam, se estabelecessem ao mesmo tempo preços correntes de equilíbrio. Nesse caso todas as operações findariam, e o mercado fecharia em estado de equilíbrio absoluto. Veremos que este estado é teoricamente concebível, mas praticamente irrealizável.

§ 85.^o — Entremos agora na secção dos serviços.

Encontramos nela os proprietários de terras, os trabalhadores, e os capitalistas, como vendedores, e os empresários como compradores de serviços produtores, isto é *renda* (serviço de capital terra), de *trabalho* (serviço do capital pessoal), e de *proveito* (serviço dos capitais mobiliários).

Ao lado dos empresários que compram a renda, o trabalho, e o proveito, como serviços produtores, encontramos também, no mercado dos serviços, proprietários de terra, trabalhadores, e capitalistas que compram a renda, o trabalho, e o proveito como serviços consumíveis.

O mecanismo do mercado dos serviços, é exactamente igual ao do mercado dos produtos. A um preço qualquer *gritado* ao acaso (este termo é tirado do que se faz nas Bolsas que são o tipo de mercados de livre concorrência), a procura efectiva de cada um dos serviços, à venda no mercado, pode ser superior, igual ou inferior à oferta efectiva dos mesmos serviços. Quando é superior, os compradores, por um mecanismo exactamente igual ao que detalhámos, ao tratar do mercado dos produtos, fazem a alta dos preços dos serviços: quando é inferior, são os proprietários, trabalhadores e capitalistas, vendedores, que fazem a baixa do mesmo preço. O equilíbrio dá-se, quando, para cada serviço, a procura iguala a oferta, e o preço nesse momento é preço corrente de equilíbrio.

Ao preço em numerário do serviço das terras, ou renda, assim fixado, chama Walras *aluguer* (*fermage*). Ao preço em numerário do serviço das pessoas, ou trabalho, chama *salário* (*salaire*).

Ao preço em numerário do serviço dos capitais mobiliários ou proveito, chama *juro* (*interêt*).

Graças à distinção entre capitais e rendimentos e à concepção de empresário, temos assim uma oferta e uma procura determinando um preço corrente dos *produtos*, e uma oferta e uma procura determinando um preço corrente dos *serviços*.

§ 86.^o — Depois de termos assim separado em duas secções o nosso mercado, vejamos que ligações há entre ambas.

Em primeiro lugar vemos que tanto os empresários como os consumidores (proprietários de terras, trabalhadores e capitalistas), andam continuamente passando de uma secção para outra. Os empresários vão à secção dos produtos e compram lá novas matérias primas a outros empresários, para continuarem na sua produção. Mas uma vez desembaraçados dos seus produtos, e possuindo já matérias primas para recommençarem a sua laboração, precisam vir ao mercado dos serviços

comprar os serviços produtores, que precisam combinar com as matérias primas para obterem novos produtos. Por outro lado, os consumidores (proprietários, trabalhadores e capitalistas) compram no mercado dos produtos, os produtos do empresário. Mas precisam logo vir ao mercado dos serviços, não só para aí comprarem os serviços consumíveis, que precisam juntar aos produtos que compraram, para a sua satisfação de consumidores, mas também para aí venderem os serviços que possuem, sem o que não poderiam voltar a comprar novos produtos e novos serviços consumíveis. Entre as duas secções do nosso mercado há, pois, um vai-e-vem contínuo dos mesmos indivíduos. Neste vai-e-vem contínuo, todos os indivíduos são impulsionados, como de resto em todos os mais actos da sua vida, pelo desejo de obterem a maior soma possível de ofelidades. Mas este fim único e último conseguem-no os consumidores por uma forma, e os empresários por outra. Daqui vem que o fim *imediato* de uns e de outros é muito diferente, e por isso todo o movimento do nosso mercado é impulsionado por duas espécies de desejos muito diversos, conforme olhemos os consumidores ou os empresários. Os consumidores regulam a sua procura de produtos e serviços consumíveis e a sua oferta de serviços consumíveis e produtores, a um preço dado, pela simples comparação entre as ofelidades que perdem e as ofelidades que ganham. Continuam a procura e a oferta, isto é, a compra e a venda, enquanto, pelo processo que já temos descrito, julgam que o seu lucro, obtendo uma nova pequena quantidade da mercadoria que recebem, excede o prejuízo que lhes resulta da cedência da quantidade equivalente (ao preço dado) da mercadoria que dão em troca. É por isto que os consumidores, quando são detentores de serviços produtores ou consumíveis, que, para eles, não têm ofelidade, oferecem esses serviços a todo o preço, isto é, estão prontos a cedê-los mesmo em troca de poucas ofelidades.

Mas a entidade empresário não lê pela mesma cartilha. Compra serviços produtores e matérias primas, associa-os entre si, e em seguida vai vender os seus produtos. Não compara, nem pode comparar ofelidades, porque, na maioria dos casos, nem os serviços produtores, nem as matérias primas, nem os produtos da sua empresa, são directamente ofelimos para ele, ou, se o são, não é toda a quantidade que deles possui. O que o empresário compara é a sua despesa com a sua receita, é o custo dos serviços produtores e das matérias primas que comprou, com o dos produtos que vai vender. E o seu fim é unicamente o maior ganho possível *em numerário*. É claro que a posse deste numerário se traduzirá mais tarde, para ele, na aquisição de várias ofelidades directas. Mas com isso nada temos que ver. O empresário acabou no momento em que realizou a venda dos seus produtos. Quando em seguida vai empregar todo ou parte do produto dessa venda na compra de ofelidades directas, para seu consumo, já não é o empresário que temos diante. É um consumidor como outro qualquer.

Os fins imediatos do consumidor e do empresário produtor são pois muito diversos. O primeiro compara ofelimidades, isto é, põe em confronto as representações de duas sensações, entre as quais tem de escolher, e inclina-se no sentido da mais desejável, da mais ofelima. É ele próprio que voluntariamente se aproxima do seu ponto de equilíbrio, como consumidor, visto que lhe convém continuar a troca de uma mercadoria por outra, enquanto a ofelimidade que recebe é mais intensa do que aquela que deve ceder em troca; só pára, quando começaria perdendo se continuasse, isto é, no ponto preciso em que são iguais os acréscimos de ofelimidade ganhos e perdidos com a troca da última porção de mercadoria. É esse o ponto de equilíbrio. O empresário não compara sensações, compara quantidades de numerário; põe de um lado o que lhe custou em numerário o seu produto, e do outro o preço ao qual o vende. Busca unicamente estabelecer entre ambas essas quantidades a maior diferença possível.

Mas o mecanismo da livre concorrência atira-o continuamente, bem contra sua vontade, para o ponto limite do seu equilíbrio de produtor, em que o custo de produção iguala o preço de venda dos seus produtos. Quando, tendo em conta os preços estabelecidos pela forma que indicámos, tanto no mercado dos serviços como no mercado dos produtos, uma qualquer empresa dá lucro, novos empresários afluem imediatamente a essa espécie de produção, e sucede, dessa forma, que os serviços produtores e as matérias-primas nela empregados, aumentam de preço, visto o aumento da procura, o que faz aumentar o custo de produção, e, por outro lado, o preço de venda do produto diminui, em consequência do aumento da sua oferta no mercado dos produtos. Desta forma, por uma dupla causa, tende a desaparecer a diferença que separava o custo de produção do preço de venda. Se o movimento causado pela afluência de novos empresários, passa além do ponto limite, em que o custo de produção iguala o preço da venda, e as empresas daquela espécie começam dando prejuízo, uma parte dos empresários, ou por não poder, ou por não querer, deixa de comprar aquela espécie de serviços produtores e de matérias-primas, e de fabricar aquela espécie de produtos, o que faz, por um lado, diminuir a procura de tais serviços produtores, e portanto baixar o seu preço, e por outro, aumentar o preço de venda dos produtos, pela diminuição da sua oferta. Desta forma, o movimento de afluência dos empresários, que tinha determinado um movimento no sentido de igualar o preço de custo ao preço de venda, movimento que supusemos passar além do ponto limite, em que ambos esses preços são iguais, é seguido de uma reacção que novamente tende a aproximar os empresários desse ponto. O mecanismo da livre concorrência obriga, pois, o produtor a oscilar continuamente em torno desse ponto limite. Podemos assim considerá-lo como o ponto de equilíbrio do empresário produtor num regime de livre concorrência.

§ 87.^o — Conhecidas as espécies de mercadorias que se apresentam no nosso mercado, as classes de indivíduos que vêm a esse mercado, o que compram e o que vendem nas suas duas secções, os motivos determinantes das suas acções, e as condições que determinam o seu equilíbrio, resta-nos ver a mútua influência que exercem uns sobre os outros, para concluirmos que o problema do equilíbrio do mercado tem de pôr-se de forma que simultaneamente se atenda a todas as condições que determinam o equilíbrio de todos, e de cada um dos indivíduos, consumidores e produtores, que se apresentam nele.

Esta mútua influência é indiscutível, e basta olhar os factos, para dela não poder duvidar.

Todas as trocas, vendas e compras, a que nos temos referido, se fazem por intermédio do serviço da moeda. Introduzimo-lo neste instante, apenas para facilitar a compreensão do que vamos dizer.

É com a moeda, que os proprietários, trabalhadores e capitalistas recebem no mercado dos serviços, pela venda dos seus serviços produtores e consumíveis, que eles compram outros serviços consumíveis no mesmo mercado, e vão ao mercado dos produtos comprar estes aos empresários; e é com a moeda que os empresários recebem no mercado dos produtos pela venda dos seus produtos, que eles compram, no mesmo mercado, as matérias primas a outros empresários, e que vão, em seguida, ao mercado dos serviços, comprar aos proprietários, trabalhadores e capitalistas, os serviços produtores de que precisam. Desta forma é evidente que os consumidores dependem dos empresários, e estes dos primeiros. A mútua influência entre todas as condições, que determinam o equilíbrio do mercado, é indiscutível.

Um exemplo: supondo o mercado em equilíbrio, tanto na secção dos produtos como na dos serviços, suponhamos que um determinado produto se torna mais ofelimo do que era; por exemplo, por se lhe ter descoberto uma aplicação nova. A procura deste produto aumenta imediatamente, o que, pelo mecanismo que descrevemos, faz subir o preço. Daqui resulta imediatamente um perturbação geral no equilíbrio de todos os consumidores desse produto. Cada um deles terá de reformar as suas condições de equilíbrio (é claro que nos referimos a estados de equilíbrio sucessivos, que aliás é indiferente supor separados por intervalos de uma hora ou de um ano), — visto que, ao desejarem voltar a comprar o referido produto, já o não encontrarão ao preço antigo, e terão assim, ou de se resignar a consumir menor quantidade desse produto, ou a fazer maiores sacrifícios para a obter, isto é, a sacrificarem um maior número das suas outras ofelimidades. Em geral, adoptarão uma solução intermédia, conforme já indicámos no exemplo dos dois possuidores de trigo e vinho, que demos no capítulo anterior; diminuirão, por um lado, a quantidade que pedem da mercadoria encarecida, mas não tanto que só dela passem a consumir menos, e de todas as outras continuem a consumir as mesmas quanti-

dades; em geral diminuirão um pouco nos seus outros consumos, de forma a poderem empregar na compra da mercadoria encarecida, uma maior quantia. Numa palavra: modificarão as quantidades que consomem dos outros produtos, duma parte dos quais, pelo menos, passarão a consumir menor quantidade. Daqui resultarão logo mil consequências. Em primeiro lugar, os empresários produtores do produto, cuja procura aumentou, terão um lucro, e os empresários produtores dos outros produtos, cuja procura correlativamente diminui, terão um prejuízo; os primeiros pensarão em desenvolver o seu fabrico, e os segundos em restringi-lo, e alguns deles, em abandoná-lo ou substituí-lo por outro. O mercado dos serviços ressentir-se-á. Os serviços produtores, empregados no fabrico do produto encarecido, terão maior procura, e tê-la-ão menor os empregados no fabrico dos produtos depreciados.

Os primeiros aumentarão de preço, e os segundos baixarão. Os empresários terão portanto de reformar, por seu turno, as suas equações de fabrico, visto terem-se modificado os preços dos serviços que têm de comprar. Virão de novo ao mercado dos produtos, trazendo quantidades diferentes de produtos, e procurando vendê-las a outros preços. O mecanismo da livre concorrência irá, pouco a pouco, restabelecendo um novo equilíbrio. Se o supusermos atingido, veremos que todas as suas condições são diferentes do que eram no equilíbrio anterior. As equações do equilíbrio dos consumidores são outras, e outras são as equações do equilíbrio dos empresários. Uns e outros se encontram em situação diferente daquela em que estavam, e tudo foi devido a um simples aumento na ofelividade, e portanto na procura de um produto.

Poderíamos multiplicar os exemplos, e fazer ver que toda a perturbação em uma qualquer das condições que determinam o equilíbrio geral do mercado, se repercute sobre todas as outras, numa série de acções e reacções mútuas donde tende a resultar um novo estado de equilíbrio diferente do primeiro.

Se quisermos, por isto, pôr o problema do equilíbrio do mercado, teremos de atender simultaneamente a todas as condições que influem nos movimentos e determinam o equilíbrio de todos os indivíduos, tanto produtores como consumidores, que vêm a esse mercado. E teremos de atender, ao mesmo tempo, à mútua influência que essas condições exercem umas sobre as outras.

§ 88.^o — Temos falado até aqui de um mercado, regido pela livre concorrência. Mas a conclusão a que vimos chegar, seria exactamente a mesma se considerássemos um mercado em parte regido pela livre concorrência, e em parte sujeito ao regime de monopólio, individual ou colectivo. O equilíbrio final é sempre uma resultante da mútua dependência de todas as condições que determinam os vários equilíbrios individuais, tanto dos produtores como dos consumidores.

Se em vez de um regime de livre concorrência, estudarmos um regime misto, de livre concorrência para certos produtos, e de monopólio para outros, teremos de substituir algumas das condições a que nos referimos, por outras, que definam e traduzam os actos e os movimentos dos monopolistas, que evidentemente não procederão como os produtores sujeitos à livre concorrência. Mas pára aqui a diferença. O equilíbrio final será sempre determinado por todas as condições simultâneas dos diversos equilíbrios individuais, e pela sua mútua influência. Se quisermos, por isto, determinar aquele estado, teremos de atender *simultaneamente* a todas as suas condições determinantes, e à sua recíproca influência e dependência.

§ 89.º — É isto que só a lógica e a linguagem matemáticas podem conseguir. A lógica vulgar não pode acompanhar e seguir relações de mútua dependência, nem determinar o estado final, delas resultante. Mesmo que essas relações sejam das mais simples, o espírito humano, desacompanhado dos meios que a análise matemática põe ao seu dispor, pode apenas limitar-se a constatar a existência da mútua dependência, sem poder acompanhá-la nos movimentos e fenómenos, que essa mútua dependência determina. A causa disto deve residir na própria constituição do nosso espírito, que nos não permite ter simultaneamente presentes, no campo da consciência, mais do que uma impressão ou uma relação entre impressões. Para seguir mentalmente relações de mútua dependência, e poder formar a representação do fenómeno geral delas resultante, sem auxílio de processo diferentes dos que fornece o raciocínio vulgar, seria preciso que a consciência pudesse *simultaneamente* pensar e ter presentes, muitas relações e fenómenos distintos, e ao mesmo tempo se ocupasse do efeito resultante das suas acções e reacções mútuas e simultâneas.

As leis lógicas do entendimento não o permitem. É por isto que o homem, que se vê obrigado a empregar o microscópio, o telescópio e o telefone para alargar a esfera de acção dos seus sentidos, se vê forçado a usar processos indirectos para alargar os seus meios de dedução, conseguindo assim chegar a conclusões e representações que, pelos meios lógicos vulgares, nunca conseguiria atingir,

Por isso criou as matemáticas puras, e por isso a elas tem de recorrer em tantos casos; por isso tem de as empregar se quiser obter uma representação mental exacta e precisa dos fenómenos do equilíbrio económico e social. Simplesmente, no estado actual da ciência, a lógica matemática permite-nos chegar a muitas conclusões importantes no que respeita ao equilíbrio económico, ao passo que a sua aplicação aos equilíbrios sociais não pode, até hoje, fazer-se, pelos motivos que vamos expôr. Reportamo-nos ao *Cours*, de Pareto.

1.º Podemos saber apenas que a mútua dependência existe: que a presença e as variações de *A* influem sobre *B*, *C*, *D*, etc.; que a presença e as variações de *B* influem sobre *A*, *C*, *D*, etc.

2.^o Podemos, além disso, ter uma ideia das ligações e relações que existem entre A, B, C, D ; saber, por exemplo, que quando A cresce, B decresce, C cresce, etc. Noutras termos: podemos conhecer o sentido das variações de B, C, D , provocadas por uma variação determinada de A .

3.^o Podemos, enfim, não só conhecer o sentido das variações dos elementos de um sistema, mas calcular-lhe exactamente a grandeza. Chegados a este ponto, temos da mútua dependência dos fenómenos A, B, C, D , e do fenómeno geral dela resultante, um conhecimento completo e perfeito.

A astronomia, para os movimentos do sistema solar, chegou a este terceiro estado. Para um grande número de estrelas múltiplas está, por enquanto, no 2.^o, esperando que novas observações permitam traduzir em cifras, as equações do movimento desses astros. Em mecânica, para um sistema material, chegamos em geral, se os dados numéricos são suficientes, ao terceiro estado. À falta de dados numéricos, atingimos, pelo menos, o segundo.

A economia política, antes da descoberta das doutrinas da escola matemática, tinha chegado ao primeiro estado, o que já representava um grande progresso. Hoje mesmo, um grande número de economistas tem ainda uma ideia muito imperfeita da mútua dependência dos fenómenos económicos, que o panfleto de Bastiat⁷, «*Ce qu'on voit et qu'on ne voit pas*», tem precisamente por fim pôr em evidência.

As novas doutrinas levaram a economia política ao segundo grau de conhecimento. O sistema completo das equações do equilíbrio, que adiante daremos, não se limita a elucidar-nos sobre a mutua dependência dos fenómenos económicos; instrui-nos sobre o sentido das variações de outros. Mais ainda: segundo Pareto nos afirma no seu *Cours*, estas equações mostram-nos o caminho que poderá levar-nos, quando a estatística poder fornecer os dados numéricos necessários, ao terceiro grau de conhecimento, isto é, ao conhecimento completo e perfeito dos fenómenos do equilíbrio económico.

Mas para a ciência social, não passámos ainda além do primeiro grau, no nosso conhecimento. Sabemos que os fenómenos reagem uns sobre os outros, e que o estado geral do agregado é a resultante final de todas essas acções e reacções mútuas. Mas, ao passo que no campo puramente económico, chegámos já a determinar a natureza e sentido de certas variações mutuamente relacionadas, o que nos permite chegar a certas conclusões importantes, a infinita multiplicidade e variedade das relações sociais, que, por vezes, podem reduzir-se a relações quantitativas, mas que, na grande maioria dos casos, se apresentam como

⁷ Bastiat, Claude Frédériciz (1801-1850) Economista francês, nascido em Bayonne foi um jornalista económico de mérito e um militante firme contra o estado intervencionista. Escreveu «*Les Harmonies Économiques*» (1850).

simples relações qualitativas, o que torna impossível a sua sujeição ao cálculo, tem até hoje impedido as aplicações da matemática ao estudo dos fenômenos sociais.

§ 91.^a — Quanto aos fenômenos do equilíbrio económico, a aplicação da lógica matemática faz-se da maneira seguinte. Vimos que o equilíbrio era o estado resultante da mutua influência de um grande número de condições muito diferentes. Pois muito bem: cada uma destas condições é traduzida numa equação, e temos assim, no sistema de equações simultâneas resultante, a solução do problema. O valor das variáveis que satisfaça este sistema, satisfará ao mesmo tempo, todas as condições que têm de ser atendidas.

No exemplo, que demos, de um mercado regido pela livre concorrência, as condições que *simultaneamente* deviam ser satisfeitas para que o mercado atingisse o equilíbrio, isto é «um estado tal que continuaria indefinidamente o mesmo, enquanto não houvesse alteração nessas condições», seriam de duas espécies.

1.^a Certas condições, por virtude das quais todos os consumidores, isto é, todos os proprietários, trabalhadores, e capitalistas, se sentissem satisfeitos, isto é, atingissem realmente nas trocas que fizessem, o ponto que desejariam atingir. É claro que seria este o estado em que eles desejariam continuar sempre, enquanto não mudassem as condições que não estava na sua mão modificar, isto é, enquanto subsistissem os mesmos *dados* do problema. (preços, quantidades existentes...etc.).

2.^a Certas condições que traduzissem a situação a que a quarta entidade do nosso mercado — o empresário — seria arrastada pelo mecanismo de livre concorrência. Se esta situação é a que deve resultar, em última análise, do jogo das forças da livre concorrência, é claro que será ela a situação, «em que os empresários continuarão indefinidamente enquanto não houver perturbação nas forças que lhe deram origem», isto é, serão essas condições que determinarão o equilíbrio dos empresários.

Pondo simultaneamente as condições que definem o estado, em que os consumidores desejarão indefinidamente continuar, e aquelas que definirão o estado em que os empresários serão também indefinidamente forçados a permanecer, e não esquecendo que entre as primeiras e as segundas existe uma relação de mútua dependência, que nos obriga a resolvê-las *simultaneamente*, teremos definido e condicionado o estado geral que continuará indefinidamente o mesmo, enquanto não mudarem as suas condições determinantes.

Teremos, numa palavra, fixado, por um sistema de equações simultâneas, o estado do equilíbrio simultâneo da troca e da produção, num regime de livre concorrência.

O caminho será exactamente o mesmo, se em vez do equilíbrio económico na livre concorrência, quiser, os determiná-lo no regime dos monopólios, individuais ou colectivos, ou nos regimes mistos. Só as condições a pôr, variarão de caso para caso.

O equilíbrio final será sempre determinado pela resolução simultânea de todas essas condições.

Só matematicamente se podem pôr problemas desta espécie, e só matematicamente se pode ver quando são ou não determinados, e, quando o não sejam, qual a forma de os tornar determinados.

É esta a principal razão que força a recorrer ao cálculo.

§ 92.^o — É preciso fixar-se bem que o estado, que chamámos de equilíbrio, e cujas condições determinaremos matematicamente, é apenas um estado limite, que tende sempre a estabelecer-se sob as acções e reacções mútuas dos gostos humanos e seus obstáculos, seja qual for o regime económico, mas que não chega nunca a ser atingido. Podemos compará-lo ao estado de equilíbrio das moléculas de água de um lago, sobre o qual, a cada instante, deixássemos cair uma pequena pedra. Antes de deixarmos cair a primeira, a água do lago oferece-nos uma superfície lisa como a de um espelho. As moléculas de água estão em equilíbrio. Quando a primeira pedra cai sobre a superfície da água, formam-se nela uma série de vagas concêntricas, que pouco a pouco se vão transformando em pequenas rugas, até desaparecerem de todo, e a água voltar à sua aquietação primitiva. Aparentemente nenhuma diferença há entre a nova posição de equilíbrio, e a primeira. Na realidade, uma parte, pelo menos, das moléculas da água não ocupa já a sua posição relativa anterior; foram deslocadas e fizeram, por seu turno, deslocar outras. O novo estado de equilíbrio é consequência desta série de acções e reacções mútuas. Mas se antes de se ter dissipado a agitação causada pela queda da primeira pedra, deixarmos cair uma segunda, depois uma terceira, e assim sucessivamente, cada uma delas em pontos diferentes da superfície, imprimiremos à tona da água uma agitação constante, em que as diversas ondas e rugas concêntricas causadas na superfície, ora se combinam, ora porão obstáculo umas às outras, conjugando-se ou anulando-se, tendendo cada uma delas a desaparecer, mas sendo antes disso, substituídas por outra, e assim sucessivamente, sem que o equilíbrio da superfície do lago volte a poder restabelecer-se. Sem que pensemos em identificar os equilíbrios económicos com o da superfície do lago, porque as diferenças entre os primeiros e o segundo, são múltiplas e profundas, podemos sob este simples ponto de vista, encontrar entre eles analogia. O equilíbrio económico é também um estado limite, que tenderia a estabelecer-se sob a influência das acções e reacções mutuas das condições económicas (como o equilíbrio da água sob a acção da gravidade) se, a todo o instante, não se dessem continuas perturbações nas suas condições determinantes, o que vai sempre impedindo o seu restabelecimento. Essas perturbações, por isso mesmo que são repetidas, (como repetidas supussemos serem as pedras que caíam na superfície do lago), sobrevêm sempre, quando ainda o efeito das anteriores se não apagou, isto é, quando ainda o equilíbrio se não tinha chegado a estabelecer. Combi-

nam assim a sua acção, com o efeito das perturbações anteriores, e continuam a série de acções e reacções mútuas, que tendem sempre para o restabelecimento do equilíbrio, sem aliás nunca chegarem a atingi-lo.

O equilíbrio económico é, pois, um estado limite, em si mesmo mutável, em volta do qual oscilam continuamente os fenómenos concretos. É por isso que, no capítulo anterior, vimos que Pareto considera o seu estudo como uma primeira aproximação do fenómeno económico, e fazendo dele o objecto da economia pura, reserva o estudo das oscilações em torno desse ponto e das perturbações que lhe dão causa, para a economia aplicada.

A determinação matemática das condições do equilíbrio⁸, e o estudo das suas acções e reacções mutuas, não nos daria, pois, ainda que pudéssemos traduzir numericamente e resolver em seguida as respectivas equações, a solução prática dos problemas económicos, porque o equilíbrio é um estado limite, e não um estado concreto. Mas só pelo estudo desse estado limite poderemos chegar a conhecer os diversos estados concretos dos fenómenos económicos.

Vê-lo-emos claramente depois de postas as equações do equilíbrio, e de estudadas as mútuas influências dos factores que elas traduzem.

⁸ Para uma apresentação e discussão deste problema, designadamente sobre a sua existência, estabilidade e determinação, ver o trabalho de Manuel Jacinto Nunes «*Subsídios para a História do Equilíbrio Geral*» (1988).

CAPÍTULO V

CURVA DA UTILIDADE OU NECESSIDADE
TEOREMA DA SATISFAÇÃO MÁXIMA
TEORIA DA RARIDADE

Teoria de Walras

§ 93.º — A teoria matemática da riqueza social, de Walras, assenta inteiramente numa fórmula que ele chamou «condição de satisfação máxima», e que é idêntica à que Jevons quase simultaneamente apresentou, e a que chamou «equação da troca»¹. Como já frisámos, este encontro dos dois sábios, que por completo ignoravam os trabalhos um do outro, e que, quase ao mesmo tempo formularam a mesma proposição, da qual se deduz todo o corpo das doutrinas matemáticas em economia, é um dos casos mais interessantes da história da ciência.

A fórmula de Jevons e Walras, que vamos estudar, é de uma verdade indiscutível, por ser uma verdade matemática. Todos os economistas matemáticos se têm servido dela, e só nos últimos tempos, Vilfredo Pareto começou seguindo um caminho novo no estudo da economia pura. Este novo caminho, que o professor Pareto segue, e que Edgeworth tinha entrevisto, permite chegar às equações fundamentais do equilíbrio económico, sem ter necessidade de recorrer à fórmula clássica de Jevons e Walras, e evitando talvez a única objecção, a que esta fórmula pode dar origem. Esta objecção digamo-lo desde já, não ataca a fórmula no seu rigor intrínseco, e consiste apenas em lembrar que a fórmula de Walras supõe que o prazer é uma quantidade, sem o demonstrar. Foi o professor americano Irving Fischer quem a apresentou. A nosso ver, esta objecção vale pouco, pelos motivos que exporemos. É certo no entanto, que Vilfredo Pareto, no seu *Manual*, não segue já o processo de Walras para a dedução das equações fundamentais, dispensando assim a «condição de satisfação máxima», em que no seu «*Cours*», publicado em 1896, tinha ainda assente todas as suas deduções. É interessante notar que o novo método de Pareto leva a resultados fundamentalmente idênticos aos de Walras, o que pode servir para demonstrar o rigor das deduções dos dois sábios, que por caminhos inteiramente dife-

¹ A primeira designação é mais clara uma vez que pode ser estabelecida para cada agente tomado individualmente exprimindo a racionalidade do consumidor individual na escolha entre as quantidades desejadas dos bens (A) e (B) aos preços correntes e com as quantidades dadas inicialmente, sem qualquer referência à troca, a um segundo agente ou ao processo de ajustamento.

rentes, chegam exactamente às mesmas conclusões. Entre o antigo método de Walras e o novo de Pareto, há a mesma diferença que é possível encontrar entre o método que deriva a teoria da mecânica pura partindo da *força* como causa do movimento, e aquele que chega exactamente às mesmas conclusões fundamentais, dispensando a *força* e partindo do estudo do *movimento* em si. Walras partiu da *força*. Pareto deixou a *força*, e estudou apenas o *movimento*. Ambos devem ter visto a verdade, porque ambos chegam enfim ao mesmo ponto.

Começaremos pela concepção de Walras generalizada pelo próprio Pareto no seu «Cours». E fazemo-lo, porque essa concepção é mais compreensível, e preparar-nos-á para melhor abranger o novo método de Pareto. Começaremos por estudar, no presente capítulo, «*curva da utilidade*», de Walras, e o seu teorema fundamental que ele denominou «*condição de satisfação máxima*».

§ 94.º — Em linguagem ordinária dizemos, todos os dias, que a necessidade que temos das coisas, ou a utilidade que as coisas têm para nós, diminui à medida que delas fazemos um maior consumo. Quanto mais comemos, menos fome temos; quanto mais bebemos, menos sede temos, pelo menos em geral, e salvas excepções mórbidas; quanto maior é a quantidade que possuímos de chapéus e de botas, menor é a nossa necessidade de um novo chapéu ou de um novo par de botas; quantos mais cavalos temos na cocheira, tanto menos entusiasmo sentimos com a ideia de comprar um cavalo novo.

Temos aqui uma lei experimental, dentro da qual podem parecer não entrar certos casos particulares (certos doentes, certos coleccionadores, os avarentos, etc.), mas que, *em geral*, traduz rigorosamente um dos aspectos da dinâmica dos desejos humanos. Dos casos particulares pode e deve a teoria geral fazer abstracção, o que não impede que esses casos devam ser tomados em conta sempre que se trate da resolução de qualquer problema concreto.

Pretendeu-se deduzir a lei, que vimos de referir, da de *Fechner*², segundo a qual a excitação deve crescer segundo uma proporção geométrica, para que a sensação possa crescer segundo uma proporção aritmética. Na realidade, conforme observa Pareto, entre as duas leis há apenas uma relação de analogia, e não de identidade. De resto, a lei (?) de Fechner afigura-se-nos de uma grande falta de rigor, com a sua pretensão de ser exactamente rigorosa, conquanto assente no mesmo facto experimental de que Walras deduz a sua curva de utilidade.

² Fechner, Gustav Theodor (1801-1887). Cientista e filósofo Alemão, pioneiro nos estudos de psicofísica nasceu em Gross-Särehen, licenciou-se em biologia pela Universidade de Leipzig em 1822, tornando-se professor de física em 1834. Escreveu os «*elementos de psicofísica*» (1860) sendo especialmente conhecido pela Lei, que têm o seu nome e segundo a qual a intensidade de uma sensação é proporcional ao logaritmo da intensidade do estímulo.

A lei do decrescimento das necessidades pode, em termos matemáticos, formular-se da seguinte maneira: *a intensidade da última necessidade satisfeita é uma função decrescente da quantidade da mercadoria consumida*. São estas funções que Walras representa geometricamente por meio de curvas, a que chama *curvas de utilidade ou da necessidade*³.

Procede da maneira seguinte: (fig. 1)

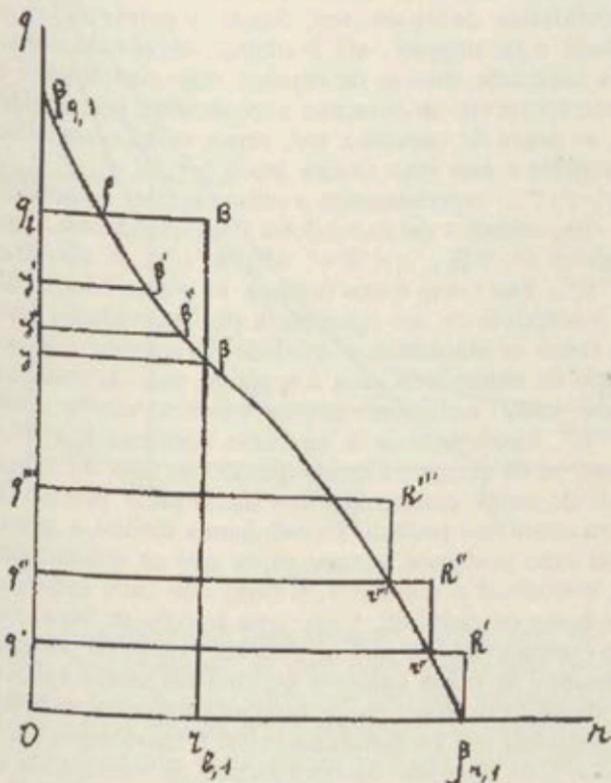


FIG. 1

Sejam dois eixos de coordenadas, um eixo vertical Oq , e um horizontal Or . Sobre o primeiro Oq , tomo, a partir do ponto O , um certo número e extensões sucessivas, Oq' , $q'q''$, $q''q'''$..., representando as sucessivas unidades de uma qualquer mercadoria (B), que o indivíduo designado pelo número (1), consumiria, numa certa unidade de tempo, se as tivesse à sua disposição. Chamaremos, por isto, ao eixo Oq *eixo das quantidades*.

³ A partir de Jevons é conhecida por curva de utilidade marginal.

As diversas extensões, Oq' , $q'q''$, $q''q'''$..., que marcámos sobre esse eixo, são em número limitado, por isso que não há mercadoria, de que o homem possa consumir, numa dada unidade de tempo, número ilimitado de unidades; depois de consumir um certo número delas, produz-se a saciedade, e o homem cessa o consumo, que se lhe tornaria doloroso, em vez de agradável.

Antes, porém, de atingir a saciedade, é certo que todas as sucessivas unidades consumidas da mercadoria (B) vão tendo para o indivíduo (1) utilidades decrescentes, desde a primeira, que satisfaz a necessidade mais urgente, até à última, depois de cujo consumo se produz a saciedade; trata-se de exprimir matematicamente este facto.

Se a mercadoria (B) se consome naturalmente por unidades, como os móveis, as peças de vestuário, etc., tomo, sobre o segundo eixo Ox , e sobre paralelas a este eixo tiradas pelos pontos q' , q'' , ..., extensões $O\beta_{r,1}$, q' , r'' , $q''r'''$..., representando a utilidade para o indivíduo (1), de cada uma das unidades de mercadoria correspondentes. Formo assim os rectângulos $Oq'R\beta_{r,1}$, $q'q''R'r''$, $q''q'''R''r'''$..., e obtenho a curva $\beta_{r,1}R'R''R'''R''''$... Esta curva é descontínua. Se a mercadoria (B) fosse, ao contrário, susceptível de ser consumida por quantidades infinitamente pequenas, como os alimentos, a utilidade decresceria, não somente de uma unidade de mercadoria para a seguinte, mas da primeira à última fracção de cada unidade. Neste caso a curva descontínua $\beta_{r,1}R'R''R'''R''''$, transformar-se-ia na curva contínua $\beta_{r,1}r''r'''$... Suporemos que isto se dá sempre. Mesmo quando se trata de mercadorias só susceptíveis de serem consumidas por unidades, é preciso não esquecer que, em economia política, só estudamos médias e grandes números, e neste caso podemos sempre supor que as quantidades crescem por graus insensíveis e contínuos. É certo que cada indivíduo compra um par de botas de cada vez, e não uma fracção de bota. Mas quando se trate do consumo de um país, é evidente que tanto podemos afirmar que o consumo de botas aumenta ou diminui insensivelmente, como podemos afirmá-lo do trigo ou de qualquer outra mercadoria susceptível de se consumir por pequenas parcelas. A curva contínua $\beta_{r,1}r''r'''$ $\beta_{q,1}$ é pois a curva da utilidade ou necessidade da mercadoria (B) para o indivíduo (1).

Pelo mesmo processo construiremos a curva $\alpha_{r,1}\alpha'\alpha''\alpha_{q,1}$ (fig. 2) que seria a curva de utilidade ou necessidade da mercadoria (A) para o mesmo indivíduo (1). Propositadamente lhe demos uma forma um pouco diferente da da curva de utilidade da mercadoria (B), unicamente para lembrar que as curvas de utilidade variam para cada mercadoria e para cada indivíduo, conquanto a sua forma geral seja análoga, por isso que todas elas são apenas a tradução geométrica deste facto experimental: que as intensidades da utilidade são decrescentes, desde a utilidade da primeira unidade ou fracção de unidade, até à utilidade da última unidade ou fracção de unidade consumidas.

se tratar da curva descontínua $\beta_{r,1}R'r''R'''R''''$. Suponhamos que, de facto, o indivíduo (1) tinha consumido as três unidades de (B) Oq' , $q'q''$, $q''q'''$. O rectângulo $Oq'R'\beta_{r,1}$ representava a utilidade efectiva que lhe tinha resultado do consumo da primeira unidade de mercadoria, visto ser igual ao produto dessa unidade pela utilidade resultante do seu consumo. O rectângulo $q'q''R''r''$ representava a mesma utilidade efectiva para a segunda unidade consumida, e o rectângulo $q''q'''R'''r'''$ para a terceira. A soma dos três, dava de facto a soma total das utilidades resultantes para o indivíduo (1) do consumo de Oq''' de (B).

Passando novamente para o caso da curva contínua $\beta_{r,1}\beta_{q,1}$, vemos que a área $Oq_b\rho\beta_{r,1}$ é a soma de um número infinitamente grande de rectângulos infinitamente pequenos, cada um dos quais tem por lados, sobre o eixo vertical os acréscimos infinitamente pequenos de mercadoria consumida, isto é, os sucessivos *incrementos* de mercadoria (B) que o indivíduo (1) foi consumindo sucessivamente desde o ponto O até q_b , e sobre as paralelas tiradas por cada um desses pontos ao eixo horizontal, as intensidades das utilidades correspondentes. A estas intensidades chama Walras *raridades*. A área $Oq_b\rho\beta_{r,1}$, representando a utilidade efectiva resultante do consumo de Oq_b , é pois a soma de um número infinitamente grande de rectângulos infinitamente pequenos, cada um dos quais tem por um dos lados um acréscimo diferencial da quantidade consumida, e por outro a raridade correspondente a esse acréscimo, isto é., a intensidade da utilidade proveniente do seu consumo.

Analicamente, sendo dadas as utilidades efectivas em função das quantidades consumidas pelas equações :

$$u_{a,1} = \Phi_{a,1}(q) \tag{1}$$

$$u_{b,1} = \Phi_{b,1}(q)$$

as raridades sê-lo-iam pelas derivadas

$$r_{a,1} = \Phi'_{a,1}(q)$$

$$r_{b,1} = \Phi'_{b,1}(q)$$

ou, ao contrário, sendo dadas as raridades em função das quantidades consumidas pelas equações

$$r_{a,1} = \varphi_{a,1}(q) \tag{2}$$

$$r_{b,1} = \varphi_{b,1}(q)$$

as utilidades efectivas sê-lo-ia pelos integrais definidos de o a q

$$u_{a,1} = \int_0^q \varphi_{a,1}(q) dq$$

$$u_{b,1} = \int_0^q \varphi_{b,1}(q) dq$$
(3)

Teríamos assim, em geral, para a utilidade e para a raridade, as expressões equivalentes:

$$u = \Phi(q) = \int_0^q \varphi(q) dq$$

$$r = \Phi'(q) = \varphi(q)$$

Desta a forma das curvas $\beta_{r,1}\beta_{q,1}$ e $\alpha_{r,1}\alpha_{q,1}$ (fig. 1 e 2) dão, ou as utilidades efectivas representadas pelas áreas, ou as raridades representadas pelas abcissas, umas ou outras em função das quantidades consumidas representadas pelas ordenadas. Por isso Walras lhes chama indiferentemente *curvas da utilidade efectiva em função da quantidade consumida*, ou *curvas da raridade em função da quantidade consumida*.

No caso do consumo de Oq_b , a utilidade efectiva era dada pela área $Oq_b\rho\beta_{r,1}$; a raridade era dada pela extensão $q_b\rho$.

§ 96.º — Posto isto, vamos ver como Walras tira do estudo das curvas da utilidade, o seu teorema que ele denomina *condição de satisfação máxima* e em que assenta toda a sua teoria da troca, e pode por isso dizer-se, toda a sua economia pura.

Suponhamos que as duas curvas $\beta_{r,1}\beta_{q,1}$ e $\alpha_{r,1}\alpha_{q,1}$ são as curvas da raridade das duas mercadorias (B) e (A), para o indivíduo (1).

Essas duas curvas exprimem-se analiticamente, como dissemos, pelas duas equações:

$$r_a = \varphi_{a,1}(q)$$

$$r_b = \varphi_{b,1}(q)$$

Suponhamos agora que o nosso indivíduo, possuindo a quantidade Oq_b da mercadoria (B), e não possuindo a mercadoria (A), vem ao mercado para trocar uma parte da que possui por uma certa quantidade da outra. Vejamos que quantidade pedirá de (A), supondo dado um preço qualquer da mercadoria (A) na mercadoria (B), isto é, fixado o número de unidades de (B) que correntemente se trocam no mercado por uma unidade de (A).

Dada a forma das curvas de utilidade e as propriedades que lhes reconhecemos, ao construí-las, se o nosso homem guardasse as suas q_b unidades de (B) para as consumir todas, satisfaria uma soma total de necessidades representadas pela área $Oq_b\rho\beta_{r,1}$ (fig. 1). Não é isto que fará o nosso indivíduo, porque, em geral, poderá satisfazer uma soma total superior de necessidades, não consumindo senão uma parte da

sua mercadoria, e trocando o resto por uma certa quantidade da mercadoria (A), ao preço corrente. Se, por exemplo, ao preço de p_a de (A) em (B) guarda apenas y unidades de (B), representadas pela extensão Oy (fig. 1) e troca o resto, a que chamaremos a sua oferta de (B):

$$O_b = q_b - y$$

e que é representada pela extensão yq_b (fig. 1), por d_a , que chamaremos a sua procura de (A) e que representaremos pela extensão Od_a (fig. 2), conseguirá satisfazer uma soma total de necessidades representada pelas duas áreas $Oy\beta\beta_{r,1}$ e $Od_a\alpha\alpha_{r,1}$, soma que pode ser superior à área $Oq_b\rho\beta_{r,1}$ (fig. 1). Supondo que ele opera a troca, de forma a satisfazer o maior número possível de necessidades, é certo que, sendo o preço p_a , a sua procura de (A) d_a será determinada pela condição de ser máxima a soma das duas superficies $Oy\beta\beta_{r,1}$ e $Od_a\alpha\alpha_{r,1}$. Quando esta soma for o maior possível, o indivíduo (1) teria obtido, pela troca, a maior soma possível de utilidade, terá em suma, atingido a «satisfação máxima», compatível com os dados do problema que são as curvas de utilidade das duas mercadorias, o preço de (A) em (B), e a quantidade possuía por ele da mercadoria (B).

Esta condição verifica-se, demonstra-o Walras, quando a relação entre as raridades $r_{a,1}$ e $r_{b,1}$ das duas últimas parcelas de mercadoria, que ficam em poder do indivíduo depois da troca, é igual ao preço p_a da mercadoria que ele procura.

É esta a «condição de satisfação máxima» de Walras, a que Jevons chamou «equação de troca». Todas as conclusões da escola matemática até há pouco tempo, dependiam deste teorema. Só agora começa a entrever-se um novo caminho que leva ao mesmo fim, sem ser necessário partir dele, o que aliás não exclui que se siga o caminho antigo.

§ 97.^o — Vamos dar a demonstração que Walras apresenta do seu teorema. Mas para isso precisamos previamente fixar certas relações simples entre a procura, a oferta, e o preço de qualquer mercadoria, relações que ainda nos não são conhecidas, e que nos são precisas para demonstrar o teorema da satisfação máxima.

Figuremos um mercado no qual se apresentam, de um lado, indivíduos que possuem a mercadoria (A), e que estão dispostos a ceder dela uma parte para obter a mercadoria (B), e, por outro lado, indivíduos que possuem a mercadoria (B) e que estão dispostos a ceder dela uma parte, para obter a mercadoria (A). Como é preciso uma base qualquer sobre a qual comecem a efectuar-se as trocas, suporemos que um indivíduo qualquer oferece ceder n unidades de (B) por m unidades de (A), conforme, por exemplo, o curso do mercado anterior.

Chama-se *preço* de (B) em (A), ao número de unidades de (A) dadas em troca de uma unidade de (B), ou mais geralmente, à relação

inversa das quantidades de mercadoria trocadas. Se n unidades de (B) se trocam contra m unidades de (A), o preço de (B) é:

$$p_b = \frac{m}{n} \quad (4)$$

Tanto faz definir o preço pela primeira, como pela segunda forma que indicámos. Realmente, se m unidades de (A) se trocam contra n de (B), $\frac{m}{n}$ unidades de (A) trocam-se contra uma unidade de (B). Portanto a fórmula (4) define o preço de (B) como sendo o número de unidades de (A) dadas em troca de uma unidade de (B). Mas, ao mesmo tempo, essa fórmula mostra que o preço de (B) em (A) é igual à relação entre o número de unidades de (A) e o número de unidades de (B) trocadas entre si, isto é, à relação inversa das quantidades das mercadorias trocadas. As duas definições são pois uma só, e só diferem pelas palavras que empregam.

Pelas mesmas razões, temos que o preço do (A) em (B) é:

$$p_a = \frac{n}{m} \quad (5)$$

Combinando (4) e (5) vemos que:

$$p_a = \frac{1}{p_b} \quad (6)$$

Portanto:

Os preços de duas mercadorias uma na outra são recíprocos entre si.

Se (A) fosse a aveia e (B) o trigo, e se um indivíduo trocasse 5 litros de trigo por 10 litros de aveia, o preço do trigo em aveia seria 2, e preço da aveia em trigo seria $\frac{1}{2}$.

Em toda a troca há uma dupla venda, uma dupla compra, e um duplo preço.

Supondo fixados os preços p_a e p_b chamemos o_a ao número de unidades de (A) efectivamente oferecidas por um portador dessa mercadoria, contra d_b , número de unidades de (B) por ele efectivamente pedidas em troca. Por virtude da definição que demos de preços:

$$p_b = \frac{o_a}{d_b}$$

ou seja

$$o_a = d_b p_b \quad (7)$$

Com efeito dizer que um portador de aveia *pede* 100 litros de trigo, ao preço de 2 litros de trigo por 1 de aveia, é o mesmo que dizer que *oferece* 200 litros da sua aveia.

Pelo mesmo raciocínio, e designando por o_b a oferta efectiva de (B) feita por um portador dessa mercadoria, e por d_a a sua procura de (A), temos

$$o_b = d_a p_a \quad (8)$$

Da mesma forma dizer que um indivíduo oferece uma quantidade de (A) o_a , ao preço de p_a , é dizer que pede em troca uma quantidade de (B) d_b igual a $o_a p_a$. Por exemplo, dizer que um indivíduo *oferece* 150 litros de aveia ao preço de $\frac{1}{2}$ em trigo é o mesmo que dizer que *pede*, em troca, 75 litros de trigo. Portanto:

$$o_a p_a = d_b \quad (9)$$

E pela mesma razão,

$$o_b p_b = d_a \quad (10)$$

Daqui se conclui que:

•A procura ou a oferta efectivas de uma mercadoria contra outra são iguais à oferta ou à procura efectivas desta outra, multiplicadas pelo seu preço na primeira.

Finalmente, multiplicando as duas equações (9) e (10) temos:

$$d_a d_b = o_a p_a o_b p_b$$

E como, por serem recíprocos os preços:

$$p_a p_b = 1$$

temos:

$$\frac{d_a}{o_a} = \frac{o_b}{d_b} \quad (11)$$

Assim: duas mercadorias sendo dadas, a relação entre a procura e a oferta efectivas de uma delas, é igual à relação entre a oferta e a procura efectivas da outra.

Eram estas as relações que precisávamos fixar entre a oferta, a procura, e os preços de duas mercadorias entre si, antes de podermos seguir a demonstração que Walras nos dá do seu teorema de satisfação máxima.

§ 98.º — Esse teorema pode, como vimos, formular-se assim:

•Sendo dadas duas mercadorias sobre um mercado, a satisfação máxima das necessidades, ou o máximo de utilidade efectiva, tem lugar para cada portador, quando a relação entre as intensidades das últimas necessidades satisfeitas, ou a relação das raridades, é igual ao preço. Enquanto esta igualdade não é atingida, há vantagem para o portador

em vender da mercadoria cuja raridade é mais pequena do que o produto do seu preço pela raridade da outra, para comprar desta outra cuja raridade é maior que o produto do seu preço pela raridade da primeira.

Este teorema parece muito confuso, e é na realidade muito simples como vamos ver.

Em termos algébricos, a condição de satisfação máxima traduz-se apenas nesta equação:

$$p_a = \frac{r_{a,1}}{r_{b,1}} \quad (12)$$

sendo $r_{a,1}$ e $r_{b,1}$ as raridades das duas últimas parcelas de mercadoria, com que fica o indivíduo (1) depois da troca. Walras demonstra assim o seu teorema:

Suponhamos que a condição (12) se verifica. Temos nesse caso:

$$r_{a,1} = p_a r_{b,1}$$

Por outro lado sabemos pela equação (8) que:

$$o_b = d_a p_a$$

Donde tiramos, eliminando p_a .

$$d_a r_{a,1} = o_b r_{b,1} \quad (13)$$

Substituímos d_a , o_b , $r_{a,1}$, $r_{b,1}$, pelas extensões Od_a , $q_b y$, $d_a \alpha$, $y\beta$, que as representam nas figuras 1 e 2.

Obtemos,

$$Od_a \times d_a \alpha = q_b y \times y\beta$$

Assim as superfícies dos dois rectângulos $Od_a \alpha r_{a,1}$ e $yq_b B\beta$ são iguais. Mas em virtude da natureza das curvas $\alpha_{r,1} \alpha_{q,1}$ e $\beta_{r,1} \beta_{q,1}$ temos, por um lado:

$$\text{Superfície } Od_a \alpha \alpha_{r,1} > Od_a \times d_a \alpha$$

e por outro:

$$q_b y \times y\beta > \text{superfície } yq_b \rho\beta$$

Portanto,

$$\text{superfície } Od_a \alpha \alpha_{r,1} > \text{superfície } yq_b \rho\beta$$

Assim, a troca de uma quantidade o_b de (B) contra uma quantidade d_a de (A), é vantajosa para o nosso indivíduo pois que a superfície de

satisfação que ele obtém, é superior à superfície de satisfação a que ele renuncia. Mas isto não basta, e é preciso provar que esta mesma troca é mais vantajosa do que o seria qualquer outra troca de uma quantidade de (B) maior ou menor do que o_b , contra uma quantidade de (A) maior ou menor do que d_a .

Para isto consideremos a troca total, que foi feita de o_b de (B) contra d_a de (A) como tendo sido composta por s trocas parciais, iguais e sucessivas, sendo s um número inteiro qualquer. Vendendo sucessivamente s vezes $\frac{d_a}{s}$ de (A), segundo a equação (8),

$$\frac{o_b}{s} = \frac{d_a}{s} p_a \quad (14)$$

o nosso indivíduo diminui a raridade de (A), e aumentou a raridade de (B) *para ele*. É fácil vê-lo nas próprias figuras (1) e (2), lembrando que a raridade das duas mercadoria é dada pelas ordenadas $q_b p$, $y' \beta$, $y \beta \dots d_a \alpha$, $d_a \alpha'$, $d_a' \alpha' \dots$

É claro que quando o nosso indivíduo deixou de possuir Oq_b de (B) para ficar possuindo oy , a raridade de (B) passou para ele de $q_b p$ a $y \beta$, isto é, aumentou, e vice-versa, quando o nosso indivíduo adquiriu od_a de (A) a raridade desta mercadoria passou *para ele* de $o \alpha_{r_a}$ a $d_a \alpha$, isto é., diminui. Foi, desta forma, pela diminuição da raridade de (A) e aumento da de (B), que a relação entre ambas, superior ao preço p_a da primeira no momento em que a troca se iniciou pela cessão de $\frac{o_b}{s}$ de (B) contra $\frac{d_a}{s}$ de (A), foi pouco a pouco diminuindo, até se tornar igual a este preço.

Posto isto, podemos em primeiro lugar, afirmar que todas as trocas parciais foram vantajosas, conquanto cada vez menos vantajosas, desde a primeira até à ordem s .

Sejam, com efeito, od'_a e $q_b y'$ duas extensões tomadas sobre Od_a e $q_b y$, a primeira acima do ponto o , e a segunda abaixo do ponto q_b , representado aquela a quantidade $\frac{d_a}{s}$ de (A), e esta a quantidade $\frac{o_b}{s}$ de (B), trocadas na primeira troca parcial. Depois de feita esta primeira troca, a relação das raridades, já diminuída, é, no entanto ainda, por hipótese, superior ao preço (visto que só depois de finda a última troca, essa relação iguala o preço), e temos, por isso, chamando r_a e r_b essas raridades:

$$r_a > p_a r_b \quad (15)$$

multiplicando, membro a membro, esta desigualdade e a equação (14), obtemos, eliminando p_a :

$$\frac{d_a}{s} r_a > \frac{O_b}{s} r_b \quad (16)$$

e, substituindo $\frac{d_a}{s}$, $\frac{O_b}{s}$, r_a , r_b , pelas extensões Od'_a , $q_b y'$, $d'_a \alpha'$, $y' \beta'$, que os representam (sempre nas fig. 1 e 2), temos,

$$Od'_a \times d'_a \alpha' > q_b y' \times y' \beta'$$

Mas em virtude da forma das curvas da utilidade, temos, por um lado:

$$\text{superfície } Od'_a \alpha' \alpha_{r,1} > Od'_a \times d'_a \alpha'$$

e por outro:

$$q_b y' \times y' \beta' > \text{superfície } y' q_b \rho \beta'$$

Portanto,

$$\text{Superfície } Od'_a \alpha' \alpha_{r,1} > \text{superfície } y' q_b \rho \beta'$$

Portanto, a primeira troca de $\frac{O_b}{s}$ de (B) contra $\frac{d_a}{s}$ de (A) foi vantajosa.

Demonstra-se, da mesma forma, que as $s - 2$ trocas seguintes, sucessivamente efectuadas, e em seguida a cada uma das quais a relação das raridades, cada vez mais diminuída, era ainda, por hipótese, superior ao preço, foram vantajosas. É de resto evidente que a vantagem ia diminuindo com a sucessiva diminuição da relação das raridades.

Sejam agora $d_a d''_a$ e yy'' , duas extensões tomadas sobre Od_a e $q_b y$, uma abaixo do ponto d_a , outra acima do ponto y , representando ainda a primeira a quantidade $\frac{d_a}{s}$, e a segunda a quantidade $\frac{O_b}{s}$, trocadas entre si na última troca parcial. Feita esta última troca, a relação das raridades tornou-se, por hipótese, igual ao preço, o que dá:

$$r_{a,1} = P_a r_{b,1}$$

Multiplicando membro a membro, esta equação e a (14) obtemos, eliminando p_a :

$$\frac{d_a}{s} r_{a,1} = \frac{O_b}{s} r_{b,1} \quad (16)$$

Substituindo $\frac{d_a}{s}$, $\frac{o_b}{s}$, $r_{a,1}$, $r_{b,1}$, pelas extensões $d_a d''_a$, yy'' , $d_a \alpha$, $y\beta$, que as representam temos,

$$d_a d''_a \times d_a \alpha = yy'' \times y\beta$$

Mas em virtude da forma das curvas de utilidade, temos por um lado:

$$\text{superfície } d_a d''_a \alpha \alpha'' > d_a d''_a \times d_a \alpha$$

e por outro:

$$yy'' \times y\beta > \text{superfície } y'' \beta'' y\beta$$

A fortiori:

$$\text{superfície } d_a d''_a \alpha \alpha'' > \text{superfície } y'' \beta'' y\beta$$

E como estas duas superfícies são as representações geométricas das utilidades respectivamente ganha e perdida pelo nosso indivíduo, na última troca parcial que realiza, concluímos que, ainda nela, esse indivíduo teve um ganho de utilidade.

Como podemos supor s tão grande quanto quisermos, e portanto cada uma das trocas parciais tão pequenas quanto nos aprouver, é evidente, pelo exposto, que todas as trocas parciais, sem exceção, compreendendo a última, por pequena que ela seja, foram vantajosas conquanto cada vez menos vantajosas desde a primeira até à de ordem s . Por conseguinte mal andaria o nosso indivíduo se oferecesse uma quantidade menor do que o_b , ou pedisse uma quantidade menor do que d_a .

Poderíamos demonstrar, da mesma maneira, que mal andaria o nosso indivíduo se oferecesse uma quantidade de (B) superior a o_b , ou pedisse uma quantidade de (A) superior a d_a , pela razão de que todas as trocas parciais, sem exceção, compreendendo a primeira por pequena que fosse, efectuadas para além desse limite seriam desvantajosas para ele, e cada vez mais desvantajosas. Mas esta demonstração nem é precisa porque entra rigorosamente na que vimos de dar. Com efeito, continuando a diminuir a raridade de (A), e a aumentar a de (B), em virtude de uma nova troca de uma quantidade qualquer de (B) por outra de (A), depois de ter sido atingida a igualdade entre a relação das raridades e o preço, p_a , chegaríamos à desigualdade:

$$r_a < p_a r_b$$

À qual podemos dar a forma

$$r_b > p_b r_a$$

visto sabermos pela equação (6) que os preços são sempre recíprocos, isto é que

$$p_a p_b = 1$$

Ora nestas condições, acabámos de demonstrar que seria vantajoso trocar uma pequena porção de (B) por outra equivalente de (A), de forma a atingir a condição de satisfação máxima:

$$r_b = p_b r_a$$

Quer dizer: nestas condições, seria vantajoso ao indivíduo que tivesse ido além do ponto limite definido por esta última equação, voltar para trás e tornar a pedir a quantidade de (B) que tivesse oferecido a mais, restituindo em troca a quantidade de (A) que tivesse pedido também a mais.

o_b e d_a serão portanto exactamente as quantidades de (B) e (A) que oferecerá e pedirá o portador (1) de (B), ao preço p_a de (A) em (B) correspondente ao preço p_b de (B) em (A), se estas quantidades forem aquelas, para as quais se verifique a relação (12)

$$r_{a,1} = p_a r_{b,1}$$

onde resultará, em virtude da reciprocidade do preços, a relação equivalente

$$r_{b,1} = p_b r_{a,1} \quad (17)$$

É esta, com pequenos acrescentamentos, a demonstração que Walras nos dá do seu princípio ou teorema da satisfação máxima.

§ 99.^o — É uma demonstração longa, mas tem a vantagem de dar uma representação geométrica, isto é visual, do princípio básico da economia matemática. Isto permite gravá-lo nitidamente na memória aos que não conhecem a análise infinitesimal. De resto, basta possuir as mais simples noções de cálculo para poder fixar a seguinte demonstração incomparavelmente mais curta.

Seja d_a a quantidade pedida de (A) pelo portador (1). Seja o_b a quantidade do seu (B), que ele oferece em troca conformemente à equação (8).

$$d_a p_a = o_b$$

Seja q_b a quantidade total de (B) possuída pelo nosso indivíduo. Se representarmos pelas equações (3)

$$u_a = \int_0^{q_b} \phi_{a,1}(q) dq$$

$$u_b = \int_0^q \varphi_{b,1}(q) dq$$

as utilidades efectivas das duas mercadorias (A) e (B) para o indivíduo (1) em função das quantidades consumidas representadas por q , a utilidade efectiva total que esse indivíduo recolherá depois de efectuada a venda do seu o_b e a compra de d_a , será dada pela equação:

$$u = \int_0^{d_a} \varphi_{a,1}(q) dq + \int_0^{q_b - o_b} \varphi_{b,1}(q) dq \quad (18)$$

É esta soma que se trata de tornar máxima.

Ora as funções derivadas $\varphi_{a,1}$, $\varphi_{b,1}$, representando as raridades das últimas parcelas das mercadorias em poder do indivíduo (1), são essencialmente decrescentes, isto é, diminuem com o aumento da quantidade possuída. O mesmo podemos dizer dos acréscimos diferenciais de qualquer das mercadorias. Estes acréscimos vão sendo cada vez menores para acréscimos constantes de mercadoria, à medida que aumenta a quantidade total dessa mercadoria em poder do indivíduo.

Mas no acto de trocar sucessivas parcelas de (B) por sucessivas parcelas de (A), dá-se o caso de ir diminuindo, cada vez mais, a quantidade de (B) e aumentando a quantidade de (A) em poder do indivíduo, e dá-se o caso de terem sinais contrários os acréscimos diferenciais de utilidade resultantes da aquisição de mais (A) e da perda de mais (B), porque é evidente que o indivíduo lucra com o (A) que recebe, mas perde com o (B) que tem de ceder em troca.

Enquanto o acréscimo diferencial de utilidade, resultante da aquisição de uma nova quantidade muito pequena de (A), exceder o acréscimo diferencial negativo de utilidade resultante da cessão de uma nova quantidade muito pequena de (B), o indivíduo lucra em fazer a troca. Mas à medida que o indivíduo vai possuindo mais (A) e menos (B), vão sendo menores os acréscimos positivos que lhe resultam de novas aquisições de (A), e maiores os acréscimos negativos que lhe resultam de novas perdas de (B). Há de chegar um momento em que o acréscimo positivo iguale o negativo. Ao realizar a troca, em que este facto se dá, o indivíduo não ganha nem perde. É aí que lhe convém parar. Não lhe convinha parar antes, porque, se os dois acréscimos só nesse momento se igualaram, é porque antes dele, o acréscimo positivo excedia o negativo; o indivíduo ainda ganhava, e portanto convinha-lhe a troca. Também lhe não convém passar além desse ponto, porque, continuando ao acréscimo positivo a diminuir, e a aumentar o acréscimo negativo, o indivíduo ia perder mais do que ganhava. Se lhe convém, portanto, ir até ao ponto em que os dois acréscimos são iguais, e lhe

convém não passar adiante desse ponto, é porque nele atinge a máxima utilidade que lhe é possível obter pela troca. Desta forma a condição de satisfação máxima traduz-se analiticamente pela equação:

$$\varphi_{a,1}(d_a)dd_a + \varphi_{b,1}(q_b - o_b)d(q_b - o_b) = 0 \quad (19)$$

Sabemos que dd_a e $d(q_b - o_b)$ são as duas últimas quantidades infinitamente pequenas das mercadorias (A) e (B) trocadas uma pela outra. São a *última procura* de (A) e a *última oferta* de (B), antes de ser atingido o ponto em que a troca cessa. Mas já sabemos, pela equação (8), que a oferta de (B) é sempre igual à procura de (A) multiplicando o preço desta mercadoria. Isto que é verdade de quantidades finitas, é-o igualmente quando se trata de acréscimos diferenciais. A equação (8) toma, na presente hipótese, a forma:

$$d(q_b - o_b) = dd_a p_a \quad (20)$$

Ou, visto que os dois acréscimos têm sinais contrários, quando se trata de um só indivíduo:

$$d(q_b - o_b) + dd_a p_a = 0 \quad (21)$$

Donde tiro:

$$\frac{d(q_b - o_b)}{d_a} = -p_a \quad (22)$$

Pondo este valor em (19), obtenho:

$$\varphi_{a,1}(d_a) = p_a \varphi_{b,1}(q_b - o_b) \quad (23)$$

Esta equação é precisamente a equação (12), visto já sabermos pelas equações (2) que:

$$r_{a,1} = \varphi_{a,1}(q)$$

$$r_{b,1} = \varphi_{b,1}(q)$$

§ 100.^o — Substituindo na equação (23), o_b por $d_a p_a$ (equação 8) podemos dar-lhe a forma, que Walras usa:

$$\varphi_{a,1}(d_a) = p_a \varphi_{b,1}(q_b - d_a p_a) \quad (24)$$

Esta equação dá-nos d_a em função de p_a , visto que q_b é uma constante. Se a supusermos resolvida em ordem a d_a , toma a forma

$$d_a = f_{a,1}(p_a) \quad (25)$$

que seria a equação da curva da procura de (A) pelo portador (1) de (B), em função do preço p_a . Esta equação seria pois matematicamente determinável, se as equações

$$\begin{aligned} r_{a,1} &= \varphi_{a,1}(q) \\ r_{b,1} &= \varphi_{b,1}(q) \end{aligned} \quad (26)$$

o fossem. Mas não o são, porque, se é legítimo considerar a intensidade da última necessidade satisfeita, ou a raridade, como uma quantidade, visto que essa intensidade é susceptível de aumentos e diminuições, é também certo que essa intensidade não é *medível*, ou, pelo menos, ainda até hoje se não encontrou a forma de a medir. Enquanto isso se não conseguir, as equações (26) não podem considerar-se determináveis, e a equação (25) cuja resolução depende dessa determinação só empiricamente pode pôr-se⁵. Se essa determinação poder fazer-se um dia, resolver-se-á com todo o rigor matemático o seguinte problema *prático*: «sendo dadas duas mercadorias (A) e (B), e as curvas de utilidade ou necessidades destas duas mercadorias para cada um dos seus portadores, ou as equações destas curvas, assim como a quantidade possuída por cada um desses portadores, determinar as curvas de procura ou as suas equações».

§ 101.^o — Poderíamos ainda demonstrar a condição de satisfação máxima por uma forma mais curta, facilmente compreensível para quem possua simples noções de cálculo.

Tomemos a equação (18)

$$u = \int_0^{d_a} \varphi_{a,1}(q) dq + \int_0^{q_b - d_a} \varphi_{b,1}(q) dq$$

Dando ao limite superior do segundo integral, outra forma, por virtude da equação (8), temos:

$$u = \int_0^{d_a} \varphi_{a,1}(q) dq + \int_0^{q_b - d_a p_a} \varphi_{b,1}(q) dq \quad (27)$$

Diferenciando em ordem a d_a e igualando a zero, obtemos a equação:

$$\varphi_{a,1}(d_a) - p_a \varphi_{b,1}(q_b - d_a p_a) = 0$$

⁵ Este duplo problema, da dedução do curva individual da procura a partir da teoria de utilidade e da mensurabilidade da utilidade voltará a ser tratada adiante. Por agora Osório sugere que Walras fracassa na primeira, admitida geralmente como uma importante contribuição deste autor, por impossibilidade da segunda.

ou (24)

$$\varphi_{a,1}(d_a) = p_a \varphi_{b,1}(q_b - d_a p_a)$$

Sabe-se que o valor de d_a que satisfaça esta igualdade, isto é, a raiz desta equação derivada, corresponde a um máximo ou a um mínimo para a equação (27), conforme o sinal da segunda derivada desta equação. Ora a segunda derivada de (27):

$$\varphi'_{a,1}(d_a) + p_a^2 \varphi'_{b,1}(q_b - d_a p_a)$$

é necessariamente negativa porque as funções $\varphi_{a,1}(q)$, $\varphi_{b,1}(q)$, que representam as raridades, são, como sabemos, essencialmente decrescentes. O valor de d_a , que satisfaz a equação (24), determina pois um máxima da equação (27), e como esta representa a utilidade efectiva total que resulta para o indivíduo da posse das duas quantidades d_a e $(q_b - p_a d_a)$ com que fica depois da troca, segue-se que aquela utilidade será máxima, quando se verifique a equação (24).

Fica assim demonstrado que é aquela a condição de satisfação máxima na troca.

Walras dá ainda uma demonstração análoga para o caso de serem descontínuas as curvas de utilidade. Não nos ocuparemos dela, porque, conforme explicámos, só estudaremos o caso da continuidade. Tratando-se de médias e de grandes números, o primeiro caso é redutível ao segundo. De resto toda a teoria do equilíbrio de Walras é deduzida para esse caso.

§ 102.^o — As conclusões que vimos de apresentar, têm um enorme alcance, e pode dizer-se que até à publicação feita há um ano do *Manual* de Pareto, todo o edifício da economia matemática assentava sobre elas.

Da curva de utilidade tirou Walras a sua teoria do valor conhecida pelo nome de «teoria da raridade ou da utilidade limite». Esta teoria era ensinada em Nápoles, nos meados do século XVIII, pelo abade Genovesi⁶, e Senior⁷ professava-a em Oxford em 1830. Augusto Walras, pai do fundador da escola matemática, desenvolveu-a largamente mas foi

⁶ Genovesi; António (1712-1769). Filósofo e economista nascido em Castiglione, Salerno. Tornou-se professor de matemática na Universidade de Nápoles em 1741 e de economia política a partir de 1754. Escreveu *Disciplinarium metaphysicarum elementa* (1743-52), *Discorso sopra alcuni trattati d'agricoltura...* (17553), *Meditazioni filosofiche sulla religione e sulla morale* (1758), *Lettere accademiche* (1764) e o mais importante *Delle Lezioni di commercio* (1765).

⁷ Senior, Nassan William (1790-1864). Economista inglês, nascido em Durnford no Wiltshire, educado em Eton e Oxford onde estudou direito, e se tornou o professor de economia política. Um conjunto de textos reunidos e publicados em *An outline of science of political economy em 1836*, estabeleceram a reputação de Senior como economista. As suas contribuições sobre aspectos e métodos da economia encontram-se em *Four Introductory Lectures on Political Economy* (1852).

seu filho quem chegou às suas últimas conclusões. A teoria da raridade, como *causa* do valor de troca pode, em resumo, formular-se assim: As coisas têm *valor de troca*, isto é preço, quando possuem simultaneamente duas propriedades aliás combinadas entre si nas mais variadas proporções; essas duas propriedades são a utilidade e a limitação na quantidade. A utilidade deve entender-se no sentido especial que levou Pareto, para evitar confusões, a substituí-la pela palavra *ofelimidade*, que definimos no capítulo III, § 36.^o De resto era este exactamente o sentido que Walras dava à sua palavra «utilidade», como claramente explica a pg. 21 da sua *Economia Pura*. Útil, no sentido económico desta palavra, é tudo quanto satisfaz uma necessidade, legítima ou ilegítima, favorável ou prejudicial ao desenvolvimento e bem estar do indivíduo ou da espécie. Em linguagem económica *útil* (Walras), *ofelimo* (Pareto), *desejável* (Irving Fisher), não se opõe a *prejudicial*, como na língua da física o frio se não opõe ao calor. Todo o corpo tem calor desde que possui uma temperatura qualquer. Toda a coisa é útil, ofelima, ou desejável, desde que satisfaz ou pode satisfazer um qualquer desejo ou necessidade.

Quanto à limitação na quantidade consiste ela em certas coisas não existirem em quantidade tal que cada um de nós possa encontrá-las à descrição, de forma a satisfazer inteiramente, e sempre que o deseje, a necessidade que delas tem. Há no mundo um certo número de ofelimidades que, quando não faltam totalmente, existem à nossa disposição em quantidade ilimitada. Assim, o ar atmosférico, a luz e o calor do sol, a água nas margens dos lagos, dos rios, e dos ribeiros, existem em tal quantidade que a ninguém podem faltar, podendo cada um de nós tomar dessas coisas tanta quantidade quanta lhe aprouver, e tendo a certeza de que lhe bastará desejar de novo essa coisa para logo tomar a obtê-la.

As coisas em que simultaneamente coexistem estas duas propriedades: a utilidade (ofelimidade) e a limitação na quantidade, chama (Walras) *raras*, e delas apenas se compõem, a seu ver, a riqueza social. A palavra *rara* tem pois para ele, não o sentido vulgar, mas um sentido científico que ele define expressamente pela forma que vimos de indicar, exactamente como as palavras *aceleração*, em mecânica, ou *calor* em física.

§ 103.^o — É a *raridade*, assim definida a causa, segundo Walras, do valor de troca das mercadorias. Observando os factos vemos realmente, que nem todas as coisas úteis têm valor. O ar, a luz, a água na margem de um rio...etc. são coisas *úteis*, que nada valem em circunstâncias normais. Também não são as coisas apenas limitadas na quantidade que têm valor. Se essas coisas não tiverem uma utilidade qualquer, se ninguém as desejar, é evidente que nenhum valor terão. Mas as coisas simultaneamente úteis (ofelimas) e limitadas em quantidade têm todas valor de troca. Há sempre quem as deseje, porque são úteis, e quem as deseja não pode obtê-las à descrição, visto que, por hipótese, a sua quantidade é limitada. Resignar-se-á, por isso, a satisfazer o seu desejo

à custa de qualquer sacrifício, desde que este seja menor do que o prazer que espera obter. Dará pela coisa *rara*, que deseja, uma outra coisa *rara* também, que o possuidor da primeira deseje por seu turno. Mas é claro que tanto um como outro indivíduo não darão das coisas, que respectivamente possuem, uma quantidade *qualquer*. Darão, ou estarão dispostos a dar, uma quantidade *determinada* de uma das mercadorias, por uma quantidade *determinada* da outra. É a relação inversa destas quantidades que se chama o *preço* de qualquer das mercadorias, na outra, conforme estabelecemos nas equações (4) e (5):

$$p_a = \frac{n}{m}$$

$$p_b = \frac{m}{n}$$

sendo m o número de unidades de (A) trocadas por n unidades de (B).

Só as coisas *raras*, portanto, têm preço ou valor de troca, e todas as coisas *raras* o têm. A raridade é, por isto, a *causa* do valor de troca.

Tal é a teoria da raridade.

§ 104.^o — Pode parecer que Walras nos dá da *raridade* duas noções diferentes. Ao estudar a curva de utilidade, define a raridade «a intensidade da última necessidade satisfeita». Ao desenvolver a sua teoria da raridade, designa por ela, a propriedade de certas coisas que são, ao mesmo tempo, úteis e limitadas em quantidade. Temos pois duas noções diferentes da mesma raridade? Não temos. São uma e a mesma, olhadas sob dois pontos de vista diferentes. Quando definimos a raridade chamando-lhe a propriedade de certas coisas que são, ao mesmo tempo, úteis (ofelimas) e limitadas em quantidade, observamo-la objectivamente, em si mesma, e, para a representar dessa forma, basta ter presentes no espírito a noção de *coisa*, em primeiro lugar, e, em segundo, a de que essa coisa possui duas qualidades, que são a de ser útil e a de ser limitada em quantidade. É certo que na noção de útil vai implicitamente contida a representação de um sujeito ou sujeitos que sentem essa utilidade, mas é em todo o caso certo que, definindo assim a raridade, só implicitamente temos necessidade de representar um sujeito *sentinte*, e podemos ficar, por assim dizer, presos às coisas sem pensar nas pessoas. Ao contrário definindo a raridade como sendo a intensidade da última necessidade satisfeita, olhamos apenas o seu aspecto subjectivo, vemos o sujeito *sentinte*, e só implicitamente precisamos ter presentes ao espírito os dois *factos*, da utilidade e da limitação na quantidade, de que depende essa intensidade da necessidade satisfeita, e de que ela não é mais do que a tradução no campo da consciência.

Conforme olhemos a raridade como um facto objectivo ou como um fenómeno subjectivo, assim a definimos como sendo a propriedade das coisas úteis e limitadas na quantidade, ou como sendo a intensi-

dade da última necessidade satisfeita por elas. É inútil dizer que só as coisas objectivamente *raras*, isto é úteis e limitadas na quantidade, podem dar origem ao fenómeno da raridade, subjectivamente considerada, isto é, podem produzir diferentes intensidades nas últimas necessidades satisfeitas por elas. Olhemos, por exemplo, a fig. 1: as raridades, subjectivamente consideradas são dadas pelas extensões $O\beta_{r,1}$, $q'r''$, $q''r'''$, $y\beta$,... etc. Ora estas extensões dependem simultaneamente da forma da curva $\beta_{r,1}\beta_{q,1}$, que é a curva de utilidade da mercadoria (B), e das extensões Oq' , Oq'' , Oy ,... que representam as quantidades dessa mercadoria já consumidas.

Se a curva $\beta_{r,1}\beta_{q,1}$ não existisse, isto é, se a mercadoria (B) não fosse útil, ou se, sendo-o, a quantidade consumida excedesse a extensão $O\beta_{r,1}$, que determina o ponto de saciedade, a raridade subjectiva não existia. Quer dizer: essa raridade só existe para as mercadorias que simultaneamente são *úteis*, e não existem em quantidade tal que seja possível consumir delas tanta quantidade quanta se queira. Isto é: o fenómeno da raridade, subjectivamente considerada, tal como o definimos, supõe a existência objectiva das coisas a que chamámos *raras*, e que são todas as coisas úteis e limitadas na quantidade. São estas coisas, e só elas, que podem dar origem àquele fenómeno.

As duas definições, que Walras nos dá da raridade, conquanto aparentemente distintas, não fazem, portanto, mais do que traduzir dois aspectos diferentes do mesmo fenómeno.

§ 105.º — É conveniente fixar ainda as seguintes noções.

Em primeiro lugar Walras emprega muitas vezes a palavra *valor* ou *valor de troca*, e outras a palavra *preço*, sem que se compreenda bem a utilidade da primeira destas noções.

Diz-nos, é certo, que, designando por v_a o *valor de troca* de uma unidade de (A), e por v_b o valor de troca de uma unidade de (B), se n unidades de (B) se trocam por m unidades de (A), é porque n vezes o *valor de troca* de uma unidade de (B) equivale a m vezes o valor de troca de uma unidade de (A), segundo a equação:

$$nv_b = mv_a$$

Donde

$$\frac{n}{m} = \frac{v_a}{v_b}$$

E como já sabemos (equação 5) que

$$\frac{n}{m} = p_a$$

temos,

$$P_a = \frac{v_a}{v_b}$$

O preço de uma mercadoria noutra é igual à relação directa dos valores de troca, como já vimos que era igual à relação inversa das quantidades das mercadorias trocadas.

A entidade *valor de troca*, ou simplesmente *valor*, mesmo assim definida, é, pelo menos, inútil. Não é para coisa alguma precisa nas doutrinas de Walras, e isso devia bastar para a pôr de lado. O professor Pareto diz-nos a este respeito a pg. 242 do seu Manual:

«Dans un livre publié récemment on dit que *le prix est la manifestation concrète de la valeur*. Nous avons les incarnations de Bouddha, voici que nous avons les incarnations de la *valeur*!»⁸

«Que peut bien être cette entité mystérieuse? C'est, paraît-il *la capacité qu'a un bien d'être échangé contre d'autres biens*. C'est définir une chose inconnue, par une autre encore moins connue; car, que peut bien être cette *capacité*? Et, ce qui est encore plus important, comment la mesure-t'on? De cette *capacité*, ou de son homonyme *la valeur*, nous ne connaissons que la *manifestation concrète*, qui est le prix; et vraiment il est alors inutile de nous embarrasser de ces entités métaphisiques, et nous pouvons nous en tenir aux prix».

Procuraremos, tanto quanto possível, abolir do presente trabalho a palavra *valor*. E quando a empregarmos, será sempre como sinónimo de preço.

§ 106.^o — Os preços são, como o peso dos corpos, factos *relativos*; as raridades (objectivamente consideradas) são, como a massa, factos *absolutos*. Se, das duas mercadorias em presença (A) e (B), uma se tornasse inútil, ou se, continuando a ser útil, se tornasse ilimitada na quantidade, deixaria de ser uma mercadoria *rara* e passaria a não ter preço. Neste caso, a outra deixaria também de ter preço, visto que ninguém estaria disposto a trocá-la pela primeira, mas não deixaria de ser uma coisa *rara*. É preciso ainda notar que a raridade, subjectivamente considerada, isto é, definida como sendo a intensidade da última necessidade satisfeita, é um facto *pessoal* que varia de indivíduo para indivíduo; coisa alguma existe que seja a *raridade* da mercadoria (A) ou a *raridade* da mercadoria (B) *em geral*; coisa alguma existe, portanto, que seja a relação entre a raridade de (A) e a de (B) ou vice-versa; o que existe são as *raridades* de (A) ou de (B) para os portadores (1), (2), (3),... destas mercadorias, e portanto, as relações entre a raridade

⁸ Esta observação refere-se à obra de Marx, mais precisamente à sua teoria do valor, fortemente criticada por Pareto.

de (A) e a de (B), ou vice-versa, para os mesmos portadores. É somente no que diz respeito a tal ou tal indivíduo, que é lícito, pela assimilação rigorosa da *raridade*, da *utilidade efectiva*, e da *quantidade possuída*, por um lado, com a *velocidade*, o *espaço percorrido*, e o *tempo empregado no percurso*, por outro, definir a raridade *«a derivada da utilidade efectiva em relação à quantidade possuída»*, exactamente como se define a velocidade *«a derivada do espaço percorrido, em relação ao tempo empregado no percurso»*. Se quiséssemos ter qualquer coisa que fosse a raridade da mercadoria (A) ou da mercadoria (B), seria preciso tomar a *raridade média*, que seria a média aritmética das raridades de cada uma destas mercadorias para cada um dos compradores e vendedores, depois de realizadas as compras e as vendas, concepção que nada teria de mais extraordinário, que a das estaturas médias, ou das vidas médias, num país dado, e que tem, em certos casos, muita utilidade. Estas raridades médias seriam, por seu turno, proporcionais aos preços médios.

CAPÍTULO VI

CURVAS DE PROCURA PARCIAL E TOTAL

CURVAS DA OFERTA

SOLUÇÃO DO PROBLEMA DA TROCA DE DUAS
MERCADORIAS ENTRE SI

DISCUSSÃO ANALÍTICA DAS CURVAS DE PROCURA
DEDUZIDAS DAS CURVAS DE UTILIDADE

CASO EM QUE O INDIVÍDUO (I) POSSUI AS QUANTIDADES
 $q_{a,i}$ DE (A) E $q_{b,i}$ DE (B)

CASO GERAL DE n INDIVÍDUOS E m MERCADORIAS.

Teoria de Walras

§ 107.^o — As bases que estudámos no capítulo anterior vão permitir-nos compreender a teoria matemática de Walras sobre o problema da troca de duas mercadorias entre si.

Dissemos, ao estudar a equação (24) que podíamos, resolvendo-a em ordem a d_x , dar-lhe a forma (25):

$$d_x = f_{x,1}(p_x)$$

dando-nos a procura de (A) pelo portador (1) de (B), em função do preço de (A) e (B).

Walras chamou-lhe a equação da *procura parcial* de (A) em (B), para a distinguir da equação de *procura total*¹ que se obteria adicionando todas as procuras parciais feitas pelos diversos portadores de (B).

Dissemos que esta equação era empírica, porque só seria matematicamente determinável se as duas equações (26) o fossem, o que não acontece. Isto não obsta a que seja possível discuti-la matematicamente sob a forma (24), deduzindo dessa discussão algumas das leis da oferta e da procura. Antes porém de o fazer, torna-se preciso estudar empiricamente as curvas da procura parcial e total, e da oferta. Esse estudo dar-nos-á certas noções que facilitarão depois a análise matemática.

§ 108.^o — Tomemos um portador de (B), e seja (B), por exemplo, o trigo. Este portador tem trigo, mas não possui aveia que representaremos por (A); deseja guardar uma porção do seu trigo para si, mas quer também adquirir uma porção de aveia para os seus cavalos.

Quanto às quantidades de trigo, que guardará e que cederá, dependerão do preço da aveia e da quantidade de aveia que, em virtude desse preço, resolver comprar.

Ao preço de zero (se for possível dar zero hectolitros de trigo para ter um hectolitro de aveia, isto é, se a aveia for gratuita), o nosso homem pedirá aveia à descrição, isto é, em quantidade suficiente para todos os cavalos que possui, e mesmo para todos os que resolver adquirir na hipótese de não custar coisa alguma o seu sustento.

¹ Estas duas categorias são desde A. Marshall denominadas procura individual e procura de mercado.

Não terá, de resto, que dar trigo algum em troca. Aos preços sucessivos de $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{2}$ (caso seja preciso dar $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{2}$

hectolitros de trigo para ter um hectolitro de aveia) reduzirá, cada vez mais, a sua procura de aveia. De resto, a quantidade de trigo por ele oferecida em troca, será sempre igual ao produto da quantidade de aveia por ele pedida, multiplicada pelo preço da aveia em trigo, conforme à equação (8):

$$o_b = d_a p_a$$

Enfim, a um certo preço mais ou menos elevado, ao preço de 100 por exemplo, (se é preciso dar 100 hectolitros de trigo para obter um hectolitro de aveia), o nosso homem não quererá comprar aveia, porque a tal preço não poderá, ou não quererá, sustentar um único cavalo. É claro que, nesse instante, cessará também a sua oferta de trigo.

Por meio deste exemplo, que poderíamos repetir para qualquer outra mercadoria, procurámos apenas fixar um ponto: e é que a procura de qualquer mercadoria feita por um indivíduo, diminui à medida que o seu preço aumenta; parte de uma certa quantidade, ao preço de zero, para chegar a zero a um certo preço. Sejam dois eixos de coordenadas (fig. 3) um *eixo dos preços*, horizontal, Op , e um *eixo das procuras*, vertical, Od .²

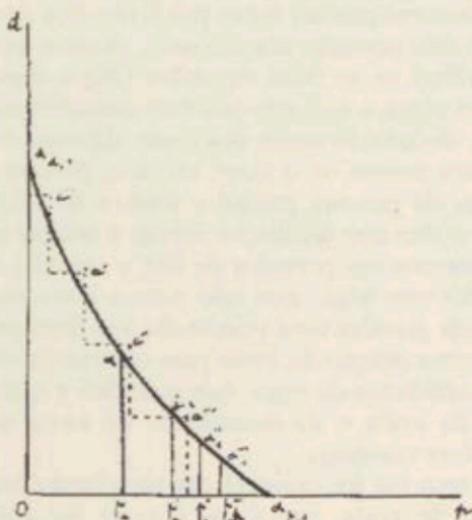


FIG. 3

² A escolha dos eixos é feita de acordo com a tradição cartesiana que coloca a variável independente no eixo horizontal e a variável dependente no eixo vertical. A representação moderna inverte sem justificação o significado dos eixos sem alterar a teoria, i.e. fazendo $q = q(p)$ para as funções e o ajustamento pelos preços. É claro, o sentido da representação cartesiana não se altera quando a inversão dos eixos se associa uma alteração do estatuto das variáveis com funções do tipo $p = p(q)$ e ajustamento pelas quantidades.

Sobre o primeiro, tomo, a partir da origem, extensões Op'_a, Op''_a, \dots correspondendo aos diversos preços possíveis da aveia em trigo, isto é, de (A) em (B). Sobre o segundo, tomo, a partir da mesma origem O, a extensão $O\alpha_{d,1}$ correspondendo à quantidade de aveia, isto é, de (A), que será pedida pelo nosso portador de trigo, isto é, de (B), ao preço de zero; e sobre paralelas ao eixo das procuras, tiradas pelos pontos p'_a, p''_a, \dots , tomo, a partir destes pontos, as extensões $p'_a\alpha''_1, p''_a\alpha''_1, \dots$ correspondentes às quantidades respectivas de aveia (A), que serão pedidas pelo nosso portador (1), aos preços, p'_a, p''_a, \dots . A extensão $O\alpha_{p,1}$ representará o preço ao qual o nosso indivíduo deixará de pedir aveia, isto é, em que a procura desta última se tornará nula.

A curva $\alpha_{d,1}\alpha_{p,1}$, representa pois, geometricamente, a procura de (A) pelo portador (1) da mercadoria (B). Algebricamente essa procura representa-se pela equação dessa curva:

$$d_a = f_{a,1}(p_a)$$

É a equação (25), que acabamos de determinar empiricamente. Da mesma forma determinaríamos as equações

$$d_a = f_{a,2}(p_a) \tag{28}$$

$$d_a = f_{a,3}(p_a)$$

que representariam as procuras de (A) pelos portadores (2) e (3) de (B) em função do preço p_a de (A) em (B), e que seriam representadas pelas curvas $\alpha_{d,2}\alpha_{p,2}$ e $\alpha_{d,3}\alpha_{p,3}$ (fig. 4 e 5).

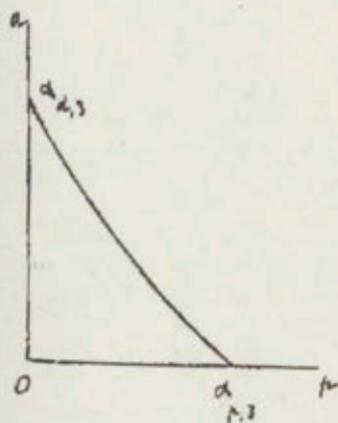


FIG. 4

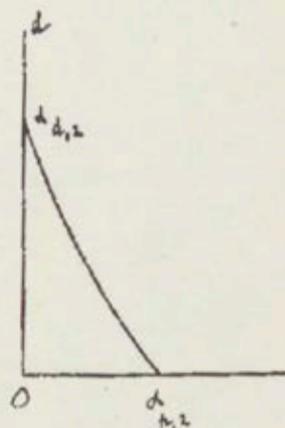


FIG. 5

Adicionando, por assim dizer, todas estas curvas parciais $\alpha_{d,1}\alpha_{p,1}$, $\alpha_{d,2}\alpha_{p,2}$, $\alpha_{d,3}\alpha_{p,3}$, umas às outras, isto é, adicionando todas as ordenadas correspondentes às mesmas abcissas, obteríamos uma nova curva A_dA_p (fig. 6) expressa algebricamente pela equação

$$D_a = f_{a,1}(p_a) + f_{a,2}(p_a) + f_{a,3}(p_a) = F_a(p_a) \quad (29)$$

e que seria a curva ou equação da procura total de (A) em função do preço de (A) em (B).

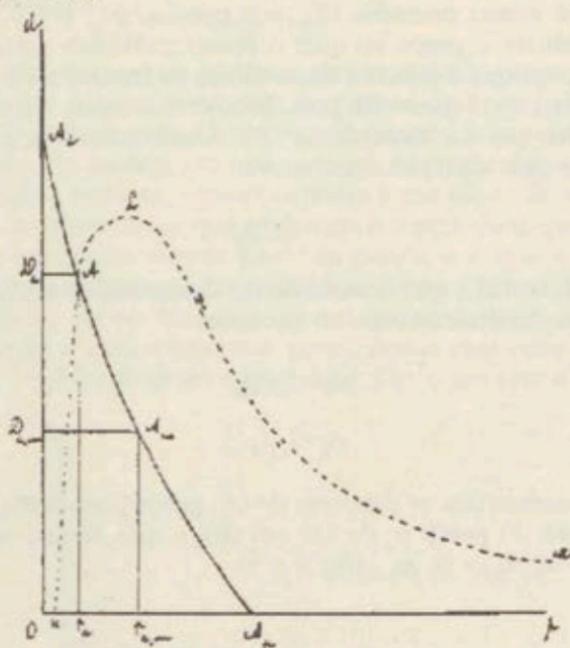


FIG. 6

§ 109.º — Coisa alguma indica que as curvas da procura parcial $\alpha_{d,1}\alpha_{p,1}$, $\alpha_{d,2}\alpha_{p,2}$, $\alpha_{d,3}\alpha_{p,3}$, sejam *contínuas*, isto é, que um aumento infinitamente pequena na procura de (A) por cada um dos indivíduos (1) (2) ou (3). Ao contrário, o mais provável é serem essas curvas descontínuas, e apresentarem a forma de uma escada indicada em pontilhado na fig. 3, a, a', a'', a'''. Cada um dos compradores de (A) irá baixando a sua procura bruscamente, e não por gradações insensíveis. Supondo que comprem a aveia para sustentar cavalos, diminuirão bruscamente todas as vezes que resolverem sustentar menos um cavalo.

Quanto à curva de procura total A_dA_p (fig. 6) podemos, em virtude da lei dos grandes números, considerá-la como sensivelmente contínua. A cada novo aumento do preço, *um pelo menos* dos compradores resolver-se-á a sustentar um cavalo a menos. Produzir-se-á assim uma pequena diminuição na procura total.

De resto, é bom lembrá-lo, nenhuma importância tem para o que vamos dizer, que as curvas de procura, quer parcial quer total, sejam contínuas ou descontínuas.

§ 110.º — A curva A_dA_p dá, pois, a procura efectiva total de (A) em função do preço p_a . Para um preço, por exemplo, representado pela abscissa $Op_{a,m}$, a procura total será dada pela ordenada $Od_{a,m}$ que será a soma das procuras dos diversos compradores (1) (2) (3)..., àquele preço.

Identicamente a procura total da mercadoria (B) em função do preço p_b de (B) em (A) seria dada algebricamente pela equação:

$$D_b = f_{b,1}(p_b) + f_{b,2}(p_a) + f_{b,3}(p_b) = F_b(p_b) \quad (30)$$

e geometricamente pela curva B_dB_p (fig. 7).

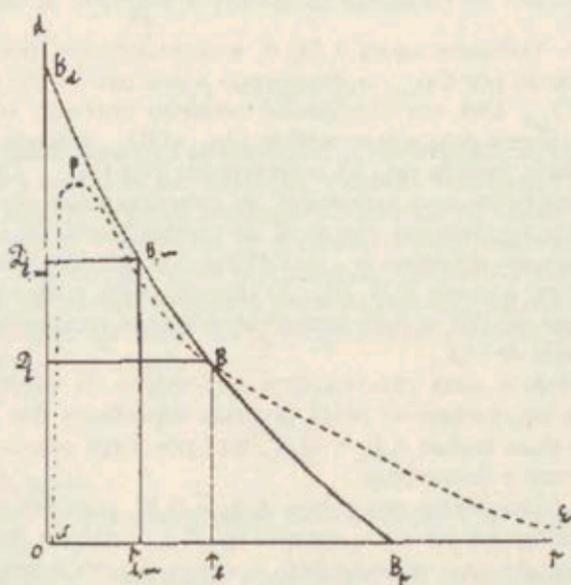


FIG. 7

A curva A_dA_p (fig. 6) não dá apenas a procura de (A) em função do preço p_a . Dá também a oferta de (B) em função do mesmo preço p_a . É fácil ver como. A equação (8) $ob = d_a p_a$ diz-nos que a procura de (A) feita por um indivíduo qualquer, multiplicada pelo preço de (A), é sempre igual à oferta de (B) feita pelo mesmo indivíduo. Esta equação não faz mais do que traduzir a definição que demos de *preço*, como sendo a relação inversa das quantidades de mercadoria trocadas. Visto que realmente ela é igual a

$$p_a = \frac{o_b}{d_a}$$

Se quiséssemos especializar o indivíduo que faz a troca, escreveríamos a equação anterior de qualquer das seguintes maneiras:

$$O_{b,1} = d_{a,1}P_a$$

$$O_{b,2} = d_{a,2}P_a$$

$$O_{b,m} = d_{a,m}P_a$$

Somando membro a membro, obtemos, designando por O_b a oferta total de (B) contra a procura total de (A) que designamos por D_a :

$$O_b = D_a P_a \quad (31)$$

A equação (8) é pois verdadeira quando aplicada à procura e oferta totais.

§ 111.º — Voltemos agora à fig. 6, e consideremos, por exemplo o valor de p_a dado por $Op_{a,m}$. A esse preço a procura de (A) é dada pela extensão $OD_{a,m}$. Ora em virtude da equação anterior, o rectângulo $OD_{a,m}A_mP_{a,m}$ dá-nos pela sua superfície $Op_{a,m} \times OD_{a,m}$ a oferta total de (B) pela quantidade pedida de (A) representada por $OD_{a,m}$. Quer dizer: a curva A_dA_p dá pelas suas ordenadas, as procuras totais de (A), e pela superfície dos rectângulos inscritos, as ofertas totais de (B), *umas e outras em função do preço p_a , de (A) em (B)*. Identicamente, e pelas mesmas razões, a curva B_dB_p (fig. 7) dá-nos, pelas suas ordenadas, as procuras totais de (B), e pela superfície dos seus rectângulos inscritos, as ofertas totais de (A).

Daqui tiramos uma característica importante da oferta. E é que, podendo ela representar-se pelas diversas superfícies dos rectângulos inscritos nas duas curvas A_dA_p e B_dB_p , tem por força que ser sucessivamente crescente e decrescente.

Basta de facto atentar nas curvas A_dA_p e B_dB_p , para ver que a superfície dos rectângulos inscritos, sempre igual ao produto do preço pela procura, parte de zero quando $p=0$, e chega a zero quando $d=0$. Por outro lado, como as curvas A_dA_p e B_dB_p são contínuas, e funções decrescentes dos preços, é forçoso que a superfície dos rectângulos inscritos que parte de zero, e chega a zero, passe por um máximo que marca o limite do crescimento e o começo do decrescimento. Quer dizer que tanto a oferta de (B) em função do preço de (A) definida algebricamente pela equação (31)

$$O_b = D_a P_a$$

e geometricamente pelas superfícies dos rectângulos inscritos na curva A_dA_p como a oferta de (A) em função do preço de (B) definida algebricamente pela equação:

$$O_a = D_b P_b \quad (32)$$

e geometricamente pelas superfícies dos rectângulos inscritos na curva $B_d B_p$, são funções sucessivamente crescentes e decrescentes, isto é, partem de zero, atingem um máximo, e voltam a zero.

§ 112.º — Esta consideração permite-nos imediatamente representar a oferta, não pelas superfícies dos rectângulos inscritos nas curvas de procura, e em função do preço da mercadoria pedida, mas pela sua curva própria, e em função do preço da própria mercadoria oferecida, isto é, a oferta de (A) em função de p_a , e a de (B) em função de p_b .

Tomemos a equação (31) e escrevamo-la, tendo em conta a equação (29):

$$O_b = F_a(p) p_a \quad (33)$$

e substituindo p_a por $\frac{1}{p_b}$ em virtude da condição de reciprocidade dos preços:

$$O_b = F_a\left(\frac{1}{p_b}\right) \frac{1}{p_b} \quad (34)$$

As ordenadas da curva representativa desta equação devem conter tantas vezes a unidade em *extensão*, quantas vezes essa unidade era contida *em superfície* pelos rectângulos inscritos na curva $A_d A_p$, e correspondentes aos valores de p_a recíprocos dos valores que formos dando a p_b . Assim, para $p_a=0$ o rectângulo inscrito na curva $A_d A_p$, era como vimos, de superfície igual a zero. A ordenada da curva dada pela equação (34) para um valor de p_b recíproco do de $p_a=0$, deve também ser igual a zero. Ora, como:

$$p_b = \frac{1}{p_a}$$

quando $p_a=0$, $p_b=\infty$.

Quer dizer que a curva dada pela equação (34) é assíntota ao eixo dos p_b (fig. 7).

Aumentando p_a , vimos que a superfície dos rectângulos inscritos na curva $A_d A_p$ ia crescendo até atingir um máximo, decrescendo em seguida até voltar a zero, para um valor de p_a ao qual fosse nula a procura D_a . Ora quando p_a aumenta, p_b diminui. As ordenadas da curva dada pela equação (34) irão, pois, aumentando, à medida que p_b for diminuindo, atingirão um máximo que corresponderá ao rectângulo de máxima superfície inscrito na curva $A_d A_p$, e começarão em seguida a diminuir até voltarem a zero para um valor de $p_a=OA_p$ (fig. 6), para o qual o rectângulo inscrito na curva $A_d A_p$ voltará a ter a superfície zero.

Assim determinaremos a curva QPN (fig. 7) que será a curva da oferta de (B) em função do preço.

Seguindo exactamente o mesmo raciocínio para a oferta de (A), determinaríamos, sobre a figura 6, a curva MLK, que representaria a

oferta de (A) em função do preço p_a , e seria algebricamente definida pela equação:

$$O_a = F_b \left(\frac{1}{p_a} \right) \frac{1}{p_a} \quad (35)$$

§ 113.^o — Voltemos às curvas de procura $A_d A_p$ e $B_d B_p$ e precisemos melhor uma das suas características, a respeito da qual, no primeiro estudo que fizemos dessas curvas, sacrificámos um pouco o rigor à clareza.

Essas curvas foram obtidas, adicionando, para os diferentes valores dos preços, as procuras *parciais* dos diferentes indivíduos (1) (2) (3), representadas pelas ordenadas das curvas de figuras 3, 4 e 5. Ora, ao estudar estas curvas, dissemos que elas cortavam os dois eixos e não fizemos a menor restrição a esta afirmativa, da qual resultou que as curvas totais $A_d A_p$ e $B_d B_p$ foram também indicadas como cortando forçosamente os dois eixos. É necessário voltar a este ponto e precisá-lo com rigor.

As curvas de procura cortam *geralmente* os eixos coordenados, e não lhes são assíptotas. Mas só em relação ao eixo vertical podemos afirmá-lo sem restrições. Com efeito, a quantidade de uma mercadoria pedida por um indivíduo, ao preço de zero, isto é, se a mercadoria é gratuita, é *por força* finita. Se a aveia fosse gratuita, certos indivíduos teriam talvez dezenas ou centenas de cavalos; mas não teriam um número infinito, e não pediriam, por isso, uma quantidade infinita de aveia. Ora sendo a procura total, ao preço de zero, uma soma de quantidades finitas, será ela mesma finita. A curva $A_d A_p$ encontra pois *forçosamente* o eixo vertical.

Deve também encontrar o eixo dos preços. Com efeito, podemos supor que o preço, ao qual uma mercadoria deixa de ser pedida, mesmo em quantidades infinitamente pequenas, é tão elevado quanto quisermos, mas não infinito. Foi o que fizemos, e por isso dêmos à curva $A_d A_p$ a forma de fig. 6, fazendo-a cortar o eixo dos preços no ponto A_p . Mas, em rigor, não é lícito afirmá-lo sem restrições. Veremos daqui a pouco, ao estudar analiticamente a curva da procura deduzida da curva da utilidade, a razão desta dúvida. Basta-nos, por agora, dar um exemplo que tornaria a curva $A_d A_p$ assíptota ao eixo dos preços e lhe daria, não a forma de fig. 6, mas sim a de fig. 8.

Suponhamos que todos ou alguns dos portadores de (B), que se apresentam no mercado, têm desta mercadoria à descrição, e de tal forma que, satisfeitas as suas necessidades dessa mercadoria, o resto não tem para eles ofelividade alguma. É claro que estes indivíduos não quererão trazer para casa o (B) de que não precisam, e oferecê-lo-ão *a todo o preço*. Isto é, pedirão (A) *por mais elevado que seja o preço desta mercadoria em (B)*. Se possuem, por exemplo 100 unidades de (B) e

por elas conseguem obter 1 unidade de (A), trarão esta consigo. Mas se não conseguem obter mais do que $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$ ou $\frac{1}{1000}$ ou de unidade

de (A), em troca das suas unidades de (B), aceitarão sempre a troca, visto que, por hipótese, a mercadoria (A), mesmo em pequena dose, sempre lhes serve, e a mercadoria (B) é-lhes, de todo, inútil. Quer dizer que, por maior que seja p_a , nunca a procura D_a se tornará igual a zero. A curva $A_d A_p$ será assíntota ao eixo dos preços, e tomará a forma $A'_d A'_p$ (fig. 8).

As curvas da oferta MLK (fig. 6) e QPN (fig. 7), cuja forma é essencialmente dependente da forma das curvas de procura, teriam, em rigor, que sofrer também uma pequena alteração. A curva MLK, por exemplo, deveria representar-se com a forma $M'L'O$, (fig. 8). Esta última seria, em tudo, igual à primeira, excepto no ponto de encontro com o eixo dos preços, que passaria a ser, não o ponto K, mas a origem das coordenadas. Realmente, em fig. 6, OK valor de p_a , ao qual O_a se torna nula, é um valor positivo por ser recíproco do valor igualmente positivo e finito de p_b , representado pela extensão OB_p (fig. 7), em que tínhamos suposto anular-se a procura de (B) D_b . Mas se esta só se anular para $p_b = \infty$, a oferta de (A) representada pelas coordenadas da curva MLK só se anulará para um preço de (A) correspondente ao preço infinito de (B), isto é para $p_b = 0$. O ponto K de fig. 6 virá pois cobrir sobre a origem, e a curva tomará a forma $M'L'O$ de fig. 8.

O mesmo diríamos, é claro, da curva de oferta de (B) (QPN de fig. 7), que tomaria uma forma semelhante à da curva $M'L'O$ de fig. 8.

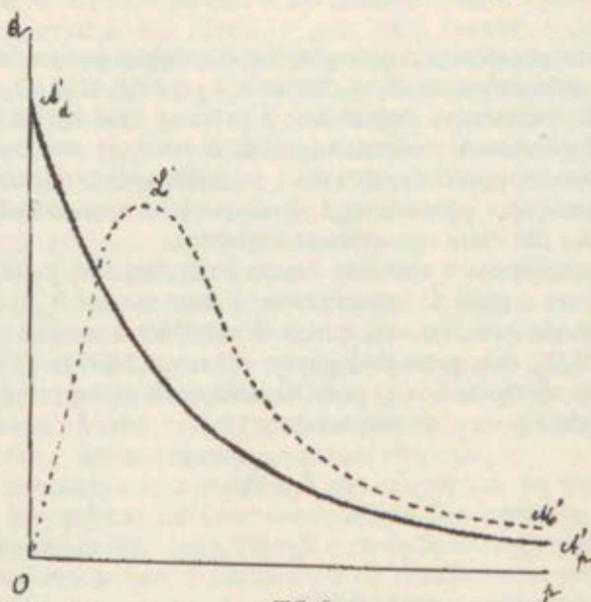


FIG. 8

§ 114.º — Postas estas bases, podemos compreender a solução matemática do problema da troca de duas mercadorias entre si, que Walras enuncia da maneira seguinte:

«Sendo dadas duas mercadorias (A) e (B), e as curvas de procura destas duas mercadorias, uma na outra, ou as equações destas curvas, determinar os preços respectivos de equilíbrio».

Recordemos o que dissemos no capítulo IV sobre o mecanismo da livre concorrência. Aí vimos que os preços de equilíbrio de uma mercadoria eram aqueles, para os quais a sua procura igualava a sua oferta. O problema dos preços de equilíbrio das duas mercadorias (A) e (B), uma na outra, será pois algebricamente determinado pelo sistema de duas equações.

$$D_a = O_a \quad (36)$$

$$D_b = O_b$$

às quais, tendo em conta as equações (29) (30) (34) e (35), podemos dar a forma:

$$F_a(p_a) = F_b\left(\frac{1}{p_a}\right) \frac{1}{p_a} \quad (37)$$

$$F_b(p_b) = F_a\left(\frac{1}{p_b}\right) \frac{1}{p_b} \quad (38)$$

A primeira destas duas equações é satisfeita pelo valor de p_a , para o qual se encontram as duas curvas A_dA_p e MLK (fig. 6), a primeira das quais dá, pelas suas ordenadas, a procura total de (A), e a segunda, também pelas suas ordenadas, a oferta total da mesma mercadoria. É claro que, no ponto de encontro, as ordenadas confundir-se-ão, o que significará que a procura total iguala a oferta total, isto é, será satisfeita a primeira das duas equações precedentes.

Identicamente a segunda dessas equações será satisfeita pelo valor de p_b , para o qual se interceptam as duas curvas B_dB_p e QPN (fig. 7).

Supondo pois que os dados do problema seriam as duas curvas A_dA_p e B_dB_p , das quais deduzimos as curvas MLK e QPN a solução do problema da troca de (A) por (B) seria dada pelos preços que determinam os dois pontos de intersecção A e B .

$$P_a = Op_a \quad (38)$$

$$P_b = Op_b$$

e que resolveriam o sistema (37).

Olhemos as fig. 6 e 7. Suponhamos que, por qualquer motivo, p_a aumenta e toma um valor superior ao determinado pela extensão Op_a . Quando tal aconteça, vemos que as ordenadas da curva da oferta se tornam maiores do que as da curva da procura. Quer dizer que para todos os valores de p_a superiores aos do ponto de equilíbrio, a oferta de (A) excederá a sua procura:

$$O_a > D_a \quad (39)$$

Mas sempre que p_a aumenta, p_b diminui. Se supusermos, pois, que p_a se torna maior do que a extensão Op_a (fig. 6), temos de supor que, simultaneamente, p_b se tornou menor do que a extensão Op_b (fig. 7), em que se dava o equilíbrio. Ora a fig. 7 mostra-nos que, tornando-se p_b menor do que Op_b , a oferta de (B) se torna menor do que a sua procura, por se tomarem as ordenadas da curva QPN menores do que as da curva B_aB_b . Ao mesmo tempo que se der a desigualdade (39), terá pois, e simultaneamente, que dar-se:

$$D_b > O_b \quad (40)$$

Todo o aumento do preço de (A) implicando uma diminuição do preço de (B), trará pois como consequência, que a oferta de (A) se tornará superior à sua procura, o que, pelo mecanismo que descrevemos no capítulo IV, tenderá, num regime de livre concorrência, a fazer baixar imediatamente o preço de (A), e, ao mesmo tempo, tornará a procura de (B) superior à sua oferta, o que, pelo mesmo mecanismo, tenderá a fazer subir o preço de (B), isto é, a baixar também o preço de (A). Assim, por duas vias, o equilíbrio desfeito tenderá, por si mesmo, a restabelecer-se, isto é, os preços p_a e p_b tenderão de novo para os valores Op_a e Op_b que determinam o ponto de equilíbrio.

§ 115.º — Daqui deduz Walras a *lei da oferta e da procura efectivas*, ou *lei do estabelecimento dos preços de equilíbrio* no caso da troca de duas mercadorias entre si, que formula assim:

«Sendo dadas duas mercadorias, para que haja a seu respeito equilíbrio no mercado, ou preço estacionário de uma na outra, é necessário e suficiente que a procura efectiva de cada uma destas mercadorias seja igual à sua oferta efectiva. Quando esta igualdade se não dá, é necessário, para chegar ao preço de equilíbrio, fazer a alta do preço da mercadoria cuja procura efectiva excede a oferta efectiva, e a baixa do preço daquela cuja oferta efectiva excede a procura efectiva».

Esta lei é precisamente a mesma a que chegámos, ao analisar no capítulo IV o mecanismo da livre concorrência. No presente capítulo vimos de apresentá-la sob outra forma, e nada mais. E fizemo-lo para pôr bem em evidência que o mecanismo da concorrência sobre meio da alta e da baixa dos preços, do problema da troca cuja solução teó-

rica e matemática vimos de indicar. De resto o fim de Walras, ao apresentar esta última solução, não é, por forma alguma, o de aconselhar que ela se substitua à solução prática dos mercados. Esta última funciona com uma rapidez e uma segurança, que nada deixam a desejar, ao passo que a primeira seria quase sempre, (no estado actual da ciência, poderíamos dizer -sempre-), impraticável. É fácil ver sobre grandes mercados, funcionando mesmo sem corretores, estabelecerem-se em poucos instantes, não um mas muitos preços de equilíbrio, e trocarem-se, a esses preços, consideráveis quantidades de mercadorias. Walras lembra pois que seria fazer-lhe uma objecção bem mal fundada, argumentando-lhe com a dificuldade ou impossibilidade de estabelecer praticamente as curvas de procura ou as suas equações. A questão da vantagem que poderia haver, em certos casos, em pôr a curva de procura ou de oferta de uma mercadoria determinada, e a possibilidade ou impossibilidade de o fazer, são questões que Walras reserva inteiramente. O seu fim, ao apresentar a solução que vimos de expor, é apenas o de estudar teoricamente o problema da troca, em geral, e para isso a concepção pura e simples das curvas de procura é-lhe, ao mesmo tempo, suficiente e indispensável.

§ 116.º — É de notar porém que, até aqui, temos tratado o problema empiricamente. Era-nos preciso fazê-lo, antes de entrar na discussão analítica. Chegou o momento de abordar esta discussão. Dissemos no capítulo anterior que a equação (24)

$$\varphi_{a,1}(d_a) = p_a \varphi_{b,1}(q_b - d_a p_a)$$

resolvida em ordem a d_a , nos dava precisamente a curva de procura parcial (25):

$$d_a = f_{a,1}(p_a)$$

Podemos portanto discutir esta última matematicamente sob a forma (24).

Façamos nela $p_a = 0$; obtemos

$$\varphi_{a,1}(d_a) = 0 \quad (41)$$

Lembremos que $\varphi_{a,1}(d_a)$ é a raridade da última parcela da quantidade d_a de mercadoria (A), pedida pelo indivíduo (1). Ora que quantidade precisa ser esta, para que a raridade se anule? Olhemos a figura 2. As raridades são dadas pelas rectas $d'_a \alpha', d''_a \alpha'', \dots$ Anulam-se no ponto $\alpha_{a,1}$, quando o indivíduo já possui a quantidade $O\alpha_{a,1}$ de mercadoria (A), com a qual satisfaz à vontade todas as suas necessidades dessa mercadoria, isto é, quando o indivíduo está saciado da mercadoria (A).

A raiz da equação (41) isto é o valor de d_a que anula a raridade $\varphi_{a,1}$, é pois:

$$d_a = O\alpha_{q,1}$$

Esta quantidade é a quantidade pedida ao preço de zero, que *empiricamente* designámos na fig. 3 pela extensão $O\alpha_{d,1}$. Donde conclui Walras:

«Sendo dadas duas mercadorias sobre um mercado, quando o preço de uma delas é nulo, a quantidade desta mercadoria pedida por cada portador da outra, é igual à quantidade necessária para satisfazer todas as necessidades dessa mercadoria, à descrição».

Quer dizer que as duas curvas $\alpha_{q,1}\alpha_{r,1}$ (fig. 2) e $\alpha_{q,1}\alpha_{p,1}$ (fig. 3) têm pelo menos um ponto comum, que é o ponto $\alpha_{q,1}$.

§ 117.º — Se fizermos na equação (24):

$$d_a = 0$$

resulta:

$$\varphi_{a,1}(0) = p_a \varphi_{b,1}(q_b) \quad (42)$$

equação, cuja raiz é (fig. 1 e 2):

$$p_a = \frac{\varphi_{a,1}(0)}{\varphi_{b,1}(q_b)} = \frac{O\alpha_{r,1}}{q_b \rho} \quad (43)$$

É este o valor de p_a , ao qual se anula a procura d_a . Determinámos empiricamente esse valor em fig. 3, e representámo-lo aí pela extensão $O\alpha_{p,1}$.

Suponhamos que a curva de fig. 3 foi obtida, não empiricamente, mas matematicamente deduzida das duas curvas de fig. 1 e 2, pelo processo que estamos seguindo. Em tal caso, o valor de p_a , representado por $O\alpha_{p,1}$, em fig. 3, seria o valor achado para p_a na igualdade (43) isto é, a extensão $O\alpha_{p,1}$ teria sido a medida geométrica da fracção $\frac{O\alpha_{r,1}}{q_b \rho}$, conforme a igualdade

$$p_a = \frac{O\alpha_{r,1}}{q_b \rho} = O\alpha_{p,1} \quad (44)$$

Donde conclui Walras:

«A quantidade de uma mercadoria, pedida por um portador de outra, é igual a zero quando o preço da primeira é igual ou superior à

relação entre a intensidade da necessidade máxima da mercadoria a pedir, e a intensidade da última necessidade satisfeita com a quantidade possuída da mercadoria a oferecer.

Assim deve com efeito suceder, porque o último elemento de (B) produz ao seu possuidor, caso por ele seja consumido, uma satisfação igual ao produto desse elemento pela intensidade da última necessidade que ele satisfaz. No nosso caso, supondo que o indivíduo possuía Oq_b unidades de (B) (fig. 1), essa satisfação seria:

$$\frac{O_b}{s} \times qp \quad (45)$$

Ao contrário, trocando-o pelo *primeiro* elemento de d_a , a satisfação obtida seria:

$$\frac{d_a}{s} \times O\alpha_{r,1} \quad (46)$$

Por virtude da equação (14) este último valor pode escrever-se:

$$\frac{d_a}{s} \times O\alpha_{r,1} = \frac{O_b}{s} \times \frac{O\alpha_{r,1}}{p_a} \quad (47)$$

E como, por definição (equação 44):

$$p_a = \frac{O\alpha_{r,1}}{q_b p}$$

obtemos em (47):

$$\frac{d_a}{s} \times O\alpha_{r,1} = \frac{O_b}{s} q_b p \quad (48)$$

Quer dizer: os dois valores (45) e (46) são iguais. O indivíduo nada ganhava em trocar o elemento $\frac{O_b}{s}$ de (B) contra $\frac{d_a}{s}$ de (A). É claro, por que não pediria (A). Com mais forte razão, o não pediria, se

$$p_a > \frac{O\alpha_{r,1}}{q_b p}$$

porque nesse caso, a igualdade (48) transformar-se-ia na desigualdade:

$$\frac{d_a}{s} \times O\alpha_{r,1} > \frac{O_b}{s} \times q_b p \quad (49)$$

O valor de (45) seria maior do que o de (46). O indivíduo perderia na troca, e livrar-se-ia portanto, a tal preço, de pedir (A).

§ 118.º — Marquemos o valor de p_a , dado pela equação (44), sobre o eixo $O\alpha_{r,1}$ de fig. 2, e seja $O\alpha_{p,1}$ esse valor. Já tínhamos marcado sobre o eixo $O\alpha_{q,1}$ da mesma figura o valor de d_a , que resultaria de ser nulo o preço p_a . Quer dizer que já determinámos a posição ocupada pelos dois pontos extremos da curva de fig. 3, sobre o plano das coordenadas de fig. 2. Os restantes pontos intermediários dessa curva marcar-se-iam sobre este plano, tomando a equação (24) sob a forma:

$$p_a = \frac{\varphi_{a,1}(d_a)}{\varphi_{a,1}(q_b - d_a p_a)} \quad (50)$$

À medida que d_a fosse aumentando, $\varphi_{a,1}(d_a)$, raridade para o portador (1) da última parcela de (A) com que ele ficava em seu poder, ia diminuindo, e $\varphi_{b,1}(q_b - d_a p_a)$, raridade da última parcela de (B) igualmente em seu poder, ia aumentando. Assim, na fórmula precedente, vemos que à medida que d_a fosse aumentando, p_a ia diminuindo. Tomando por isso sobre o eixo $O\alpha_{q,1}$ de fig. 2, valores sucessivos crescentes de d_a , e marcando sobre paralelas ao eixo horizontal, tiradas por esses pontos, os valores de p_a correspondentes, encontraríamos valores de p_a decrescentes desde o valor $O\alpha_{p,1}$, correspondente a $d_a = 0$, até $p_a = 0$ quando $d_a = O\alpha_{d,1}$.

Assim obteríamos a curva de fig. 3, não empiricamente como fizemos, mas deduzindo-a matematicamente das curvas de utilidade.

§ 119.º — É inútil lembrar, depois disto, que nenhuma confusão deve haver entre as curvas $\alpha_{q,1}\alpha_{r,1}$ e $\alpha_{d,1}\alpha_{p,1}$ ambas marcadas na fig. 2, e esta última também na fig. 3. A primeira é a curva das raridades, em função das quantidades consumidas; a segunda, a curva da procura em função dos preços. Na primeira, cuja equação demos em (2):

$$r_{a,1} = \varphi_{a,1}(q)$$

só relacionámos as raridades da mercadoria (A) para o indivíduo (1), com as quantidades por este indivíduo possuídas daquela mercadoria. As abscissas dessa curva são supostas por Walras como não dependendo senão da quantidade de (A) consumida pelo indivíduo (veremos adiante como esta concepção foi posteriormente generalizada por

Edgeworth). A posição da curva sobre o plano depende apenas portanto da relação entre dois únicos factores - quantidades de (A) consumidas, e intensidades das necessidades satisfeitas por esses consumos. É o que Walras quis significar, quando nos disse que considerava a raridade um facto *absoluto*. Mas na curva da procura $\alpha_{d,1}\alpha_{p,1}$, cujas abcissas representando os preços, nos são dadas em função das quantidades pedidas, pela equação (50), são já outros os elementos cujas relações determinam esses preços.

Esses elementos são as raridades $\varphi_{a,1}(d_a)$ e $\varphi_{b,1}(q_b - d_a p_a)$ das duas últimas parcelas das mercadorias (A) e (B), que ficam em poder do indivíduo depois da troca. Os preços p_a não dependem pois, apenas, da forma da curva $\alpha_{q,1}\alpha_{r,1}$ ou curva da raridade de (A); dependem também da forma da curva da raridade de (B) $\beta_{q,1}\beta_{r,1}$ (fig. 1), e ao mesmo tempo, das quantidades possuídas tanto de (A) como de (B).

§ 120.^o — Suponhamos, por exemplo, que, não variando as curvas $\alpha_{q,1}\alpha_{r,1}$ e $\beta_{q,1}\beta_{r,1}$, q_b diminui o trigo na mão do indivíduo (1). Trata-se, por exemplo, de um cultivador de trigo, que num dado ano, por causa de uma seca prolongada, não colhe senão 60 hectolitros. Neste caso, a raridade da última parcela do seu trigo representada pelo denominador $q_b p$ de (44), tornar-se-ia, para ele, maior.

O valor de p_a , ao qual o nosso indivíduo deixava de pedir (A), diminuía. O ponto $\alpha_{p,1}$ aproximava-se da origem das coordenadas. Se a colheita se perdesse por inteiro, isto é, se

$$q_b = 0$$

o denominador de (44) tornar-se-ia igual à raridade máxima de (B) isto é a $O\beta_{r,1}$ (fig. 1). O valor de p_a tornar-se-ia

$$p_a = \frac{O\alpha_{r,1}}{O\beta_{r,1}}$$

Este valor que representamos sobre a fig. 2 pela extensão $o\pi$, seria aquele ao qual o portador (1) não pediria (A). Parece à primeira vista que, para preços de (A) inferiores a esse, a procura de (A) deveria começar, isto é, que a curva de procura deveria elevar-se do ponto π para o ponto $\alpha_{d,1}$, seguindo um caminho análogo ao da curva $\alpha_{d,1}\alpha_{p,1}$. Mas, na realidade, a hipótese, que fizemos, veio alterar a forma da curva de procura. Sendo $q_b = 0$, é evidente que o nosso indivíduo não poderá pedir (A), seja qual for o seu preço, visto que nenhum (B) possui para oferecer. Só poderá fazê-lo se (A) se tornar gratuito, e nesse caso pedirá tanto (A), quanto lhe pareça preciso para satisfazer todas as suas necessidades dessa mercadoria.

Quer dizer: a curva da procura confunde-se com a parte dos eixos coordenados $\alpha_{d,1}O\pi$.

Portanto:

-Supondo que não varia a utilidade das duas mercadorias para o portador de uma delas, se a quantidade desta última, possuída por esse portador, diminui, o ponto de intersecção da curva de procura da outra mercadoria com o eixo dos preços aproxima-se da origem das coordenadas. Se a quantidade possuída se torna nula, a curva da procura confunde-se com a parte dos eixos coordenados formada, sobre o eixo das procuras, pela extensão representando a quantidade dessa mercadoria precisa para obter a saciedade, e, sobre o eixo dos preços, por uma extensão igual à relação das intensidades das necessidades máximas das duas mercadorias.

§ 121.º — Ao contrário, se a colheita do trigo, passasse de 100 a 150 hectolitros, o valor de $q_b p$ em (44) diminuiria, donde resultaria um aumento do preço p_a , ao qual a procura de (A) se tornaria igual a zero. O ponto $\alpha_{p,1}$ afastar-se-ia da origem das coordenadas.

Se:

$$q_b = o\beta_{q,1}$$

a sua raridade tornar-se-ia nula, e o preço p_a , obtido em (44), tornar-se-ia infinito. O ponto $\alpha_{p,1}$, estaria no infinito, e a curva da procura seria assíntota ao eixo dos preços.

Portanto:

-Supondo que não varia a utilidade das duas mercadorias para o portador de uma delas, se a quantidade desta última, possuída por esse portador, aumenta, o ponto de intersecção da curva de procura da outra mercadoria com o eixo dos preços afasta-se da origem das coordenadas. Desde que a quantidade possuída iguala (e com mais forte razão, se excede) a quantidade precisa para produzir a saciedade, a curva de procura da outra mercadoria, é assíntota ao eixo dos preços.

Vemos agora que tivemos razão em não afirmar, sem restrições, que as curvas de procura parcial e de procura total cortassem *sempre* o eixo dos preços. É certo que cortam *sempre* o eixo das quantidades, porque nenhuma mercadoria seria consumida em quantidade infinita, caso se tornasse gratuita. Mas quanto ao assíntotismo ao eixo dos preços, deve ele considerar-se um facto senão frequente, pelo menos possível, e teoricamente realizável, pois tem lugar sempre, que, entre os portadores de uma dada mercadoria uma quantidade suficiente, ou mais do que suficiente para a satisfação de todas as suas necessidades à descrição,

Neste caso, como dissemos, as curvas de oferta total partem da origem.

§ 122.º — Voltemos à equação (24). Depois de ter visto qual o valor que p_a precisa ter, para que o portador (1) de (B) não peça quantidade alguma de (A), vamos ver qual deve ser o valor do mesmo, para que

aquele portador procure obter (A) enquanto tiver (B) para trocar, isto é, para que ele não guarde quantidade alguma do seu (B).

Para o vermos basta, na equação (24), fazer:

$$d_a p_a = q_b \quad (50)$$

Fica essa equação

$$\varphi_{a,1}(d_a) = p_a \varphi_{b,1}(0)$$

e a sua raiz é: (fig. 1 e 2)

$$p_a = \frac{\varphi_{a,1}(d_a)}{\varphi_{b,1}(0)} = \frac{d_a \alpha}{O\beta_{r,1}}$$

Portanto:

•A quantidade de uma mercadoria oferecida por um portador dessa mercadoria é igual à quantidade possuída, quando o preço da mercadoria a pedir iguala, ou é inferior, à relação entre a intensidade da última necessidade que pode ser satisfeita pela mercadoria a pedir, e a intensidade da necessidade máxima da mercadoria a oferecer.

Com efeito assim deve suceder, porque o primeiro elemento de (B) consumido pelo portador desta mercadoria, não lhe daria senão uma satisfação igual a

$$\frac{O_b}{s} \times O\beta_{r,1} \quad (51)$$

igual ao produto desse elemento pela sua raridade, ou intensidade da necessidade que ele satisfaria. Mas, trocando este elemento pelo último elemento pedido de (A), o mesmo portador obteria uma satisfação igual a

$$\frac{d_a}{s} \times d_a \alpha \quad (52)$$

Ora, em virtude da equação (10):

$$\frac{d_a}{s} \times d_a \alpha = \frac{O_b}{s} \times \frac{d_a \alpha}{p_a} \quad (53)$$

Este valor é igual ao de (51) se:

$$P_a = \frac{d_a \alpha}{O\beta_{r,1}} \quad (54)$$

É a condição que enunciámos. O portador de (B) não ganharia nem perderia, em fazer a troca do último elemento do seu (B) pelo último elemento pedido de (A).

Parece portanto que não procuraria efectuar essa troca, e quereria conservar a quantidade $\frac{O_b}{s}$ do seu (B), visto nada ganhar na sua troca por $\frac{d_a}{s}$ de (A). Se, em vez de (54), se verificasse a desigualdade:

$$P_a < \frac{d_a \alpha}{O\beta_{r,1}} \quad (55)$$

então, já (53) seria um valor maior do que (51) e compreendia-se em tal caso que o portador de (B) tivesse interesse em ceder o seu $\frac{O_b}{s}$ de (B) por $\frac{d_a}{s}$ de (A).

Mas verificando-se pura e simplesmente a igualdade (54), compreende-se que o indivíduo nada perdia na troca, mas como também nada ganhava, parece que o natural era ele abster-se de oferecer o seu último elemento de (B). Nesse caso já O_b não seria igual a s , e a nossa condição não estaria bem posta.

Esta dúvida que aparece naturalmente ao espírito, não tem valor, e provem apenas de um erro de interpretação, aliás natural, e que, por isso, é bom desfazer. Não se deve esquecer que o nosso $\frac{P_b}{s}$ é um infinitamente pequeno, porque s é infinitamente grande, como supusemos no capítulo anterior. Quer dizer que, tendo o preço p_a o valor (54), o portador de (B) só deixa de ganhar, sem ainda começar a perder, no momento em que troca o seu último elemento *infinitamente pequeno* de (B) pelo elemento também *infinitamente pequeno* de (A) $\frac{d_a}{s}$. Portanto, o indivíduo ganhava na troca, antes de efectuar a desse último elemento *infinitamente pequeno* do seu (B). Mas como um infinitamente pequeno é uma quantidade variável que tem por limite zero, só no momento de se tornar igual a zero, é que o lucro na troca cessaria para o portador de (B). Quer dizer que ofereceria afinal todo o (B) que possuía.

Esta explicação não é para quem possua noções, mesmo elementares, de cálculo infinitesimal, mas apenas para os que desconheçam, por completo, esse ramo das matemáticas. Para os outros bastaria lembrar que $\frac{0_b}{s}$ é um infinitamente pequeno, sem mais explicações.

§ 123.º — Temos suposto, até aqui, que os nossos portadores só possuíam uma mercadoria, seja (A), seja (B). É-nos preciso estudar matematicamente o caso, do mesmo portador possuir simultaneamente uma certa quantidade das duas mercadorias (A) e (B).

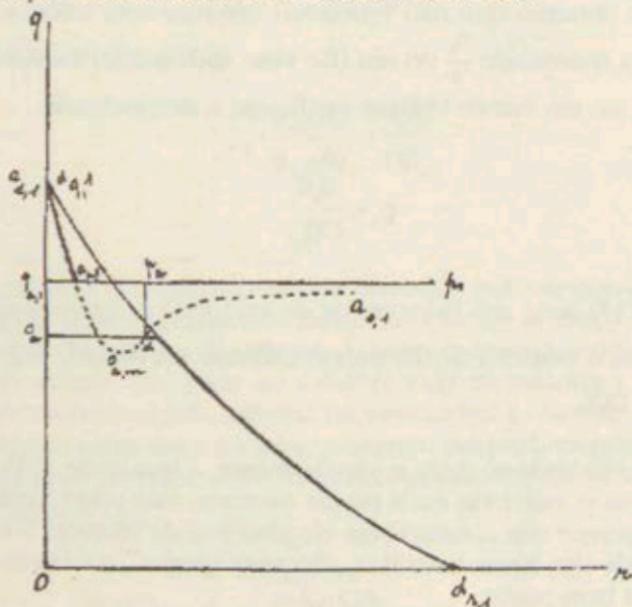


FIG. 9

Suponhamos pois que o portador (1), cujas necessidades de (A) e (B) se exprimem sempre matematicamente pelas duas equações (2):

$$r_{a,1} = \varphi_{a,1}(q)$$

$$r_{b,1} = \varphi_{b,1}(q)$$

que representam as duas curvas $\alpha_{r,1}\alpha_{q,1}$ (fig. 2) e $\beta_{r,1}\beta_{q,1}$ (fig. 1), em lugar de se apresentar no mercado com uma quantidade nula de (A), e uma quantidade q_b de (B), representada por Oq_b (fig. 1), se apresenta nele com uma quantidade $q_{a,1}$ de (A) representada pela extensão $oq_{a,1}$ (fig. 9), e uma quantidade $q_{b,1}$ de (B), representada pela extensão $oq_{b,1}$ (fig. 10). Trataremos de exprimir, neste caso, a sua procura de (B) em função do preço p_b , e a sua procura de (A) em função do preço p_a . Se, a um preço de p_b (B) em (A), representado pela extensão $q_{b,1}p_b$, ele pede uma quantidade d_b de (B), representada pela extensão $q_{b,1}d_b$,

deverá em troca oferecer uma quantidade o_a de (A), representada pela extensão $q_{a,1}o_a$, quantidade esta determinada pela equação (7):

$$o_{a,1} = d_{b,1}p_b$$

Feita a troca, a intensidade da sua última necessidade satisfeita de (B), ou a raridade de (B), $r_{b,1}$, é representada para o nosso indivíduo pela extensão $d_b p_b$, e a intensidade da sua última necessidade satisfeita de (A), $r_{a,1}$, é representada pela extensão o_a .

Como supusemos que, ao preço p_b , o nosso indivíduo pediu tanto (B), quanto lhe aprobe, admitimos implicitamente que se verificou a condição de satisfação máxima (17):

$$r_{b,1} = p_b r_{a,1}$$

ou seja, substituindo $r_{b,1}$ e $r_{a,1}$ pelos seus valores, e notando que da troca resultou ficar o indivíduo (1) possuindo $q_{b,1} + d_b$ de (B) e $q_{a,1} - o_a$ de (A):

$$\varphi_{b,1}(q_{b,1} + d_b) = p_b \varphi_{a,1}(q_{a,1} - o_a) \quad (56)$$

ou ainda:

$$\varphi_{b,1}(q_{b,1} + d_b) = p_b \varphi_{a,1}(q_{a,1} - d_b p_b) \quad (57)$$

Esta equação, resolvida em ordem a d_b , dá, conforme explicámos já, a procura de (B) d_b , em função do preço p_b , expressa pela curva $b_{d,1} b_{p,1} p$ (fig. 10) referida aos eixos $q_{b,1} q$, $q_{b,1} p$, porque se trata de quantidades pedidas a juntar à quantidade já possuída, o que transporta a origem das coordenadas para o ponto $q_{b,1}$.

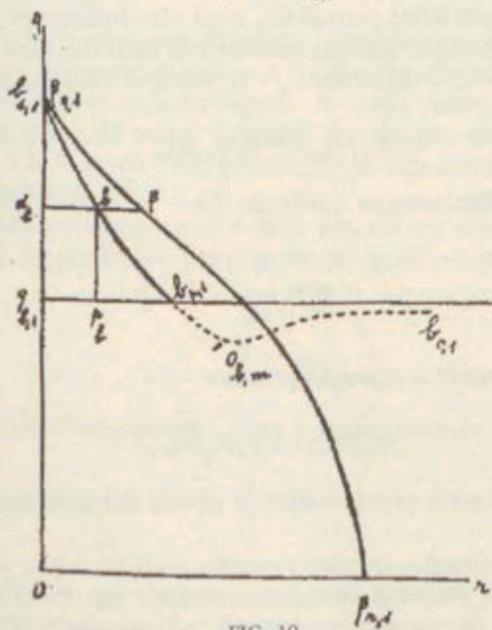


FIG. 10

Da mesma forma, se, a um preço p_a de (A) em (B), o nosso homem pede uma quantidade d_a de (A), deverá oferecer em troca uma quantidade o_b de (B), determinada pela equação (8):

$$o_b = d_a p_a$$

Então, sendo a intensidade da sua última necessidade satisfeita de (A) $r_{a,1}$, e a intensidade da sua última necessidade satisfeita de (B) $r_{b,1}$, teremos verificada a equação:

$$r_{a,1} = p_a r_{b,1}$$

ou seja:

$$\varphi_{a,1}(q_{a,1} + d_a) = p_a \varphi_{b,1}(q_{b,1} - o_b) \quad (58)$$

ou ainda:

$$\varphi_{a,1}(q_{a,1} + d_a) = p_a \varphi_{b,1}(q_{b,1} - d_a p_a) \quad (59)$$

equação que, resolvida em ordem a d_a , nos dá a curva $a_{d,1} a_{p,1}$, de procura de (A) em função do preço p_a , e referida aos eixos $q_{a,1} q$ e $q_{a,1} p$.

§ 124.º — A discussão das duas equações (57) e (59) para os diversos casos, da procura ao preço nulo, do preço quando a procura é nula, da oferta igual à quantidade possuída, da diminuição ou do aumento das quantidades possuídas, seria absolutamente análoga à que fizemos. Walras entende apenas estudar um caso especial.

Se na equação (57) fizermos $d_b = 0$, torna-se essa equação:

$$\varphi_{b,1}(q_{b,1}) = p_b \varphi_{a,1}(q_{a,1}) \quad (60)$$

Como se verifica sempre a relação (6):

$$p_a = \frac{1}{p_b}$$

podemos escrever a equação anterior:

$$\varphi_{a,1}(q_{a,1}) = p_a \varphi_{b,1}(q_{b,1}) \quad (61)$$

Esta equação seria precisamente a obtida fazendo na equação (59) $d_a = 0$.

Portanto:

Se a procura de uma das duas mercadorias é nula, a um certo preço, a procura da outra é igualmente nula ao preço correspondente.

§ 125.^o — Esta proposição é apenas um corolário de um teorema mais geral, que é o seguinte. Para transformar a equação (57), que representa a procura de (B) em função do preço p_b , em equação da oferta de (A) em função do preço p_a , bastaria substituir nela d_b por $o_a p_a$ e p_b por $\frac{1}{p_a}$. Ficaria assim essa equação:

$$\Phi_{a,1}(q_{a,1} - o_a) = p_a \Phi_{b,1}(q_{b,1} + (o_a p_a)) \quad (62)$$

equação que não é outra senão a (59), com a substituição de d_a por $-o_a$. Assim, a equação (59) que representa a procura de (A), representa a oferta de (A) para os valores negativos de d_a . Demonstrar-se-ia, da mesma forma, que a equação (57), representando a procura de (B), é a equação de oferta de (B) para os valores negativos de d_b . Ora, sendo os preços essencialmente positivos, quando d_b é *positivo* $o_a = d_b p_b$ é *positivo*, e por conseguinte $d_a = -o_a$ é *negativo*. Quer dizer que neste caso, (o de ser d_b *positivo*) a curva de procura de (A) se tornou curva de oferta de (A), isto é, que o portador em vez de pedir (A), o oferece. Correlativamente, quando d_b é *negativo*, $o_a = d_b p_b$ é *negativo* e por conseguinte, $d_a = -o_a$ é *positivo*. Demonstrar-se-ia da mesma forma que, quando d_a é *positivo*, d_b é *negativo*, e que, quando d_a é *negativo*, d_b é *positivo*.

Portanto:

«Se a procura de uma das mercadorias é positiva, a um certo preço, a procura da outra é negativa, ou a sua oferta positiva, ao preço correspondente».

Com efeito, um portador das duas mercadorias não pode *pedir* de uma delas, sem *oferecer* da outra, e vice-versa. Donde resulta que, se não pede nem oferece porção alguma de uma delas, não oferece nem pede porção alguma da outra. Portanto, o princípio que pusemos directamente no § 124.^o, pode bem considerar-se um corolário daquele que vimos de apresentar.

Corresponde ao caso, como é fácil ver, de ser a relação das raridades das duas mercadorias precisamente igual ao preço de uma na outra, isto é:

$$\frac{r_b}{r_a} = p_b$$

Donde resulta forçosamente, vista a reciprocidade dos preços:

$$\frac{r_a}{r_b} = p_a$$

O portador das duas mercadorias obtém a máxima utilidade ficando com as quantidades que possui de uma e de outra, sem realizar troca alguma. As duas curvas de fig. 9 e 10 são pois curvas de procura entre

os pontos $a_{d,1}$ e $a_{p,1}$ (fig. 9), e os pontos $b_{d,1}$ e $b_{p,1}$ (fig. 10), sendo recíprocos os valores das abscissas dos pontos $a_{p,1}$ e $b_{p,1}$. Entre os pontos $a_{p,1}$ e $a_{o,1}$ (fig. 9) e $b_{p,1}$ e $b_{o,1}$ (fig. 10), na parte pontuada das curvas inferior aos eixos $q_{a,1}p$ e $q_{b,1}p$ são *curvas de oferta*, apresentando por isso a forma das curvas de oferta, cujas ordenadas, como já vimos, crescem, atingem um máximo, e decrescem em seguida sendo assintotas ao eixo dos preços. É fácil ver que a posição das curvas de oferta é agora contrária à que indicámos nas fig. 7 e 8, porque nestas considerámos a oferta feita por um indivíduo *que só possuía uma mercadoria*, e que portanto nunca podia *pedir* essa mercadoria (visto que, em troca só poderia oferecer da mesma mercadoria o que era absurdo), e agora consideramos o caso de um indivíduo, que possuindo simultaneamente duas mercadorias, pode em relação a qualquer delas, *pedir* ou *oferecer*, o que nos obriga a representar numa curva única o movimento possível das suas procuras e ofertas, fazendo seguir a curva da oferta ou *procura negativa*, à curva da procura ou *oferta negativa*.

Tomadas no seu conjunto e referidas aos eixos O_p , cada uma das duas curvas $a_{d,1}a_{o,1}$ e $b_{d,1}b_{o,1}$, é curva da quantidade total *conservada e obtida* de cada uma das mercadorias, em função do preço, visto que as suas ordenadas em relação ao eixos representam sempre a quantidade *total*, de uma ou de outra mercadoria, com que o indivíduo *fica*, depois de ter *pedido* ou *oferecido* uma certa quantidade dessa mercadoria. Esta quantidade é mínima nos pontos em que a oferta da mercadoria respectiva atingiu o máximo, isto é, nos pontos $O_{a,m}$, $O_{b,m}$.

§ 126.^o — Em resumo, se designarmos mais simplesmente por x_1 e y_1 , as quantidades positivas ou negativas, das mercadorias (A) e (B), que o indivíduo (1) ajuntará, segundo os preços, às quantidades $q_{a,1}$ e $q_{b,1}$ destas mercadorias, de que ele é portador, o ponto de equilíbrio para este indivíduo será determinado pelas duas equações:

$$x_1 p_a + y_1 = 0 \quad (63)$$

$$\frac{\Phi_{a,1}(q_{a,1} + x_1)}{\Phi_{a,1}(q_{b,1} + y_1)} = p_a$$

A primeira destas equações, a que Walras chama «equação de troca», exprime que a quantidade oferecida ou pedida de uma mercadoria, multiplicada pelo seu preço na outra, é igual à quantidade pedida ou oferecida desta outra, isto é, que o indivíduo pede na proporção do que dá, e dá na proporção do que *pede*, equivalendo afinal uma das quatro equações (7), (8), (9) ou (10) (conforme x_1 e y_1 forem positivos ou negativos, isto é, equivalerem aos o_a , o_b , ou aos d_a , d_b).

A segunda é a condição de satisfação máxima e exprime que a relação das raridades é igual ao preço.

Quando se verificam simultaneamente estas duas equações, o indivíduo (1) atinge o equilíbrio, isto é, um estado tal que lhe não apraz fazê-lo mudar, enquanto persistirem as condições que o determinam.

Vê-se que o problema é determinado, visto que tratando-se de um só indivíduo e de duas mercadorias, as incógnitas, isto é, as quantidades que ele tem de determinar, são as quantidades x_1 , y_1 , que terá de juntar ou tirar a $q_{a,1}$, $q_{b,1}$ para atingir o equilíbrio. Ora estas duas quantidades são determináveis pelo sistema das duas equações (63).

§ 127.º — Dada a reciprocidade dos preços, o sistema (63) é exactamente equivalente ao seguinte:

$$y_1 p_b + x_1 = 0 \quad (64)$$

$$\frac{\varphi_{b,1}(q_{b,1} + y_1)}{\varphi_{a,1}(q_{a,1} + x_1)} = p_a$$

Entre as equações deste, ou do anterior sistema, podemos eliminar y_1 para ter x_1 em função de p_a , ou eliminar x_1 para ter y_1 em função de p_b . O sistema que assim obteríamos, e que seria equivalente aos dois anteriores, teria a expressão seguinte:

$$\varphi_{a,1}(q_{a,1} + x_1) = p_a \varphi_{b,1}(q_{b,1} - x_1 p_a) \quad (65)$$

$$\varphi_{b,1}(q_{b,1} + y_1) = p_b \varphi_{a,1}(q_{a,1} - y_1 p_b)$$

São as equações destes sistemas (63), (64) ou (65), que Walras desenvolve, ao estudar o problema da troca de muitas mercadorias, e por meio das quais obtém a solução do equilíbrio económico neste caso.

§ 128.º É essencial notar que quando na primeira das duas equações (65), p_a tem um valor tal, que x_1 *negativo* se torna maior do que $q_{a,1}$, essa equação deve ser substituída pela equação:

$$x_1 = -q_{a,1} \quad (66)$$

porque é evidente que o portador de uma mercadoria não pode oferecer quantidade superior àquela que possui. Quando p_a tem um valor tal que, na primeira das equações (65), x_1 *negativo* se torna maior do que $q_{a,1}$, significa isto que, se o portador tivesse quantidade superior a $q_{a,1}$, a ofereceria. Mas como não tem, seria absurdo pôr uma condição impossível. As quantidades $(q_{a,1} + x_1)$ e $(q_{b,1} + y_1)$ não podem nunca ser negativas. Quando se der (66), y_1 será dado pela equação:

$$y_1 p_b = q_{a,1} \quad (67)$$

Identicamente, para os valores de P_b que tornassem γ_1 negativo maior do que $q_{b,1}$, a segunda equação de (65) teria de ser substituída por

$$y_1 = -q_{b,1} \quad (68)$$

e neste caso:

$$x_1 p_a = q_{b,1} \quad (69)$$

É inútil lembrar que o sistema (65), que determina o equilíbrio no caso de um indivíduo e duas mercadorias, dá, ou as quantidades x_1 , y_1 em função dos preços p_a , p_b , ou estes em função daquelas. Podemos tomar indiferentemente as primeiras ou os segundos para variáveis independentes.

Quando se estuda, como temos feito até aqui, o caso da livre concorrência, tomam-se os preços para variáveis independentes, porque, de facto, na livre concorrência, o consumidor aceita os preços do mercado, e é de harmonia com eles que regula a sua oferta e a sua procura. São pois as quantidades que variam em função dos preços, e não os preços em função das quantidades.

Por isto tomaremos, *enquanto nos mantivermos dentro do caso da livre concorrência*, os preços para variáveis independentes.

Quando tratarmos dos monopólios, individuais ou colectivos, procederemos de outra forma.

§ 129.^o — Postas estas bases, podemos abordar o caso geral da troca de muitas mercadorias entre si, feita por muitos indivíduos, num mercado regido pela livre concorrência.

Sejam m as mercadorias e n os indivíduos.

Seja o indivíduo (1) portador de $q_{a,1}$ de (A), de $q_{b,1}$ de (B), de $q_{c,1}$ de (C), de $q_{d,1}$ de (D). As equações:

$$r_a = \phi_{a,1}(q)$$

$$r_b = \phi_{b,1}(q)$$

$$r_c = \phi_{c,1}(q)$$

$$r_d = \phi_{d,1}(q)$$

serão as equações de utilidade ou de necessidade das mercadorias (A), (B), (C) e (D) para este indivíduo, durante um certo tempo. Sejam p_b , p_c , p_d os preços respectivos das mercadorias (B), (C) e (D), em (A), que tomaremos para numerário, o que quer dizer que consideraremos $p_a = 1$. Supondo que os preços correntes são p_b , p_c , p_d , sejam x_1 , y_1 , z_1 , w_1 as quantidades de (A), (B), (C) e (D) que o indivíduo (1) acrescentará às

quantidades $q_{a,1}$, $q_{b,1}$, $q_{c,1}$, $q_{d,1}$, de que é portador. Estas quantidades podem ser positivas, e representarem quantidades *pedidas*, ou negativas e representarem quantidades *oferecidas*. E como o nosso indivíduo não terá podido *pedir* certas mercadorias, sem *oferecer* certas outras em quantidade equivalente, é certo que, se entre as quantidades x_1 , y_1 , z_1 , w_1 umas são positivas, as outras serão negativas, e que, de uma maneira geral, haverá entre todas a relação:

$$x_1 + y_1 p_{b,1} + z_1 p_{c,1} + w_1 p_{d,1} + \dots = 0 \quad (70)$$

Supondo, de resto, que o indivíduo (1), depois de realizadas todas as trocas que faz, *obtem a satisfação máxima*, teremos também, entre as mesmas quantidades, o sistema de equações:

$$\begin{aligned} \varphi_{b,1}(q_{b,1} + y_1) &= p_b \varphi_{a,1}(q_{a,1} + x_1) \\ \varphi_{c,1}(q_{c,1} + z_1) &= p_c \varphi_{a,1}(q_{a,1} + x_1) \\ \varphi_{d,1}(q_{d,1} + w_1) &= p_d \varphi_{a,1}(q_{a,1} + x_1) \end{aligned} \quad (71)$$

Supondo que as mercadorias são em número m , o sistema (71) terá $m - 1$ equações, as quais juntas à equação (70), formarão um sistema de m equações.

Estas m equações são todas relativas ao indivíduo (1). Por meio delas poderíamos determinar as m quantidades x_1 , y_1 , z_1 , w_1, \dots , se fossem dados os $(m - 1)$ preços de (B), (C), (D) em (A). A introdução dos n indivíduos que supomos virem ao mercado, vai permitir-nos determinar também os preços.

§ 130.^o — Realmente para que o indivíduo (2) atingisse o equilíbrio, conjuntamente com o indivíduo (1), teria de atender ao sistema de equações:

$$x_2 + y_2 p_b + z_2 p_c + w_2 p_d + \dots = 0 \quad (72)$$

$$\begin{aligned} \varphi_{b,2}(q_{b,2} + y_2) &= p_b \varphi_{a,2}(q_{a,2} + x_2) \\ \varphi_{c,2}(q_{c,2} + z_2) &= p_c \varphi_{a,2}(q_{a,2} + x_2) \\ \varphi_{d,2}(q_{d,2} + w_2) &= p_d \varphi_{a,2}(q_{a,2} + x_2) \end{aligned} \quad (73)$$

E assim sucessivamente. O indivíduo n teria de atender ao sistema:

$$x_n + y_n p_b + z_n p_c + w_n p_d + \dots = 0 \quad (74)$$

$$\begin{aligned} \varphi_{b,n}(q_{b,n} + y_n) &= p_b \varphi_{a,n}(q_{a,n} + x_n) \\ \varphi_{c,n}(q_{c,n} + z_n) &= p_c \varphi_{a,n}(q_{a,n} + x_n) \\ \varphi_{d,n}(q_{d,n} + w_n) &= p_d \varphi_{a,n}(q_{a,n} + x_n) \end{aligned} \quad (75)$$

Assim teremos m equações para cada indivíduo, ou seja um total de $n \times m$ equações.

Contemos as incógnitas.

Cada indivíduo, segundo temos suposto, dá ou recebe uma certa quantidade de cada uma das m mercadorias que possui.

As quantidades trocadas a determinar são pois, ao todo, em número $m \times 1$.

Pode pensar-se que já deixámos de fora, o caso possível do indivíduo não oferecer ou não pedir qualquer das mercadorias Mas é evidente que este caso entra na nossa hipótese: se algum dos indivíduos não oferecer nem pedir qualquer das m mercadorias, haverá para ele uma equação a menos, e por isso também uma incógnita a menos, que será a quantidade por ele pedida ou oferecida dessa mercadoria.

Temos, além disso, entre as incógnitas, os $n-m$ preços de (B), (C), (D).. em (A). Ao todo as incógnitas são pois em número:

$$n \times m + (m - 1)$$

E como até aqui só achamos $n \times m$ equações, faltam-nos $(m-1)$ equações para obter a solução do problema.

Essas $(m-1)$ equações vão ser-nos dadas pela consideração de que a soma algébrica das quantidades pedidas e oferecidas de cada mercadoria tem de ser igual a zero, o que significa que cada quantidade de qualquer mercadoria *pedida* por um indivíduo, é *oferecida* por outro, de forma que nem o primeiro se vê impossibilitado de alcançar as quantidades de mercadoria que lhe são a máxima satisfação, nem o segundo se vê na mesma situação por não encontrar quem lhe aceite a mercadoria de que lhe convém desfazer-se: (As duas hipóteses resultam uma da outra).

Portanto:

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + \dots + x_n &= 0 \\ y_1 + y_2 + \dots + y_n &= 0 \\ z_1 + z_2 + \dots + z_n &= 0 \\ w_1 + w_2 + \dots + w_n &= 0 \end{aligned} \tag{76}$$

Estas equações são em número m .

Parece pois que temos mais uma equação do que precisávamos, o que tornaria indeterminada a solução do problema.

Mas, de facto, não é assim, porque dentre as equações que temos achado, há uma que é, por força, consequência das outras. Para o ver, somemos, membro a membro, as equações (70), (72) e (74).

Obtemos

$$(x_1+x_2+\dots+x_n)+p_b((y_1+y_2+\dots+y_n))+\dots+p_d(w_1+w_2+\dots+w_n)+\dots=0 \quad (77)$$

Os 1.^{os} membros das equações (76) são as quantidades entre parêntesis de cada um dos termos do 1.^o membro da equação (77). Se supusermos pois que se verificam as $(m-1)$ últimas equações de (76), anular-se-ão em (77) todos os termos do 1.^o membro, menos o primeiro. Este primeiro termo $(x_1+x_2+\dots+x_n)$ será portanto nulo também, para que a equação se satisfaça. Mas sendo-o, verificar-se-á a 1.^a das equações (76).

Esta última é portanto, uma consequência das outras, e as m equações (76) não são mais do que $(m-1)$ distintas. Obtemos assim, as $(m-1)$ equações que nos faltavam para ter

$$n \times m + (m - 1)$$

equações correspondendo a outras tantas incógnitas a determinar. O problema do equilíbrio de n indivíduos trocando entre si m mercadorias, é pois um problema que admite uma solução matemática rigorosa. É condicionado pelas equações (70), (71), (73), (74), (75) e (76), ao todo $n \times m + (m-1)$ equações, por meio das quais se determina igual número de incógnitas.

§ 131.^o — Walras mostrou, por uma forma muito interessante, que o funcionamento dos mercados não é senão uma forma de resolução prática, por meio de tentativas, das equações do equilíbrio económico. Esta demonstração precisa ser dada, para fecho deste capítulo, porque dela resulta que as abstracções da ciência pura estão muitas vezes, mais perto da realidade concreta, do que se é naturalmente levado a pensar.

A ideia de Walras, é, com algumas ampliações e modificações, a seguinte.

Sejam p'_b, p'_c, p'_d, \dots os $(m-1)$ preços das mercadorias (B), (C), (D)... em (A), sendo esta última o numerário, isto é, sendo igual à unidade o seu preço p_a . Suponhamos estes preços *gritados* ao acaso, num mercado regido pela livre concorrência. A tais preços, cada um dos indivíduos determina a sua procura ou a sua oferta de (A), (B), (C), (D),... Nesta determinação que é feita por meio de reflexão, embora sem cálculos rigorosos, cada indivíduo é afinal levado pelos motivos ou condições que traduzimos, para o indivíduo (1), por exemplo pelo grupo das equações (70) e (71), e, para cada um dos outros indivíduos, pelos grupos equivalentes àquele. Realmente o que nos dizem as equações (70) e (71)? A primeira diz-nos que, quanto maiores quantidades o indivíduo *oferecer* de certas mercadorias, maiores serão as que *receberá* de certas outras, e vice-versa, que, quanto menores quantidades *pedir* de algumas delas, menores quantidades terá de ceder das outras. As (71)

dizem-nos que o indivíduo só atingirá o máximo de satisfação quando, tendo em conta as diversas quantidades que tenha oferecido e pedido de cada mercadoria, a relação entre a raridade de cada uma destas e a mercadoria numerário, seja igual ao preço da mercadoria considerada, ou, por outras palavras, quando a relação entre a intensidade da necessidade que o indivíduo pode satisfazer com a última parcela, por ele possuída, de qualquer das mercadorias, e a intensidade da necessidade que ele pode satisfazer com a última parcela de numerário, também em seu poder, seja igual ao preço daquela mercadoria.

Ora serão precisamente estas duas espécies de considerações que guiarão cada um dos indivíduos e determinarão as suas procuras e ofertas de cada mercadoria.

§ 132.^o — Certamente esta operação de reflexão não será precedida de um cálculo rigoroso feito por cada indivíduo, e muito menos lhes será preciso conhecer e resolver os sistemas de equações que traduzem algebricamente o seu trabalho mental. Pode mesmo acontecer que um ou mais indivíduos se enganem, e julgando ter atingido, depois de terem pedido ou oferecido de certas mercadorias, quantidades diferentes das que lhe dariam a máxima satisfação compatível com as condições do problema. Neste caso corrigirão, numa segunda experiência, o erro que tiverem cometido, e chegarão afinal, depois de uma oscilação mais ou menos demorada, a determinar as quantidades que mais lhes convêm, isto é, a resolver praticamente, e sem o saberem, as equações (70) e (71), (72) e (73)... etc.

Como em economia só estudamos fenómenos *médios e que se repetem*, conforme já dissemos, podemos supor que no nosso mercado, depois de findas todas as oscilações devidas aos *erros* cometidos pelos diversos indivíduos na resolução prática das suas equações de troca (71) e de satisfação máxima (72), atingimos enfim um estado em que todos os n indivíduos chegam a determinar com precisão as diversas quantidades de cada mercadoria que lhes convém pedir e oferecer, dados os preços correntes p'_b, p'_c, p'_d , para atingir a máxima satisfação.

§ 133.^o — Sejam $x'_1, x'_2, x'_3, \dots, y'_1, y'_2, y'_3, \dots, w'_1, w'_2, w'_3, \dots, z'_1, z'_2, z'_3, \dots$ estas quantidades. Se estas quantidades fossem tais que verificassem o sistema (76), em que ainda não falámos até aqui, isto é, se fossem tais que, para cada mercadoria, a procura fosse rigorosamente igual à oferta, é evidente que cada indivíduo encontraria quem lhe oferecesse exactamente as quantidades de cada mercadoria, que lhe eram precisas, e teria quem lhe *pedisse* exactamente as quantidades das outras mercadorias que lhe convinha oferecer. Quer dizer: nem sentiria a falta de qualquer quantidade de mercadoria, nem seria obrigado a conservar em seu poder maior quantidade de qualquer outra, do que lhe convinha. Poderia, numa palavra, atingir praticamente o seu estado de equilíbrio, e é evidente que, atingindo este estado por todos os n indi-

víduos que tinham vindo ao mercado, dar-se-ia o equilíbrio geral, e o mercado fecharia imediatamente, porque todo o movimento das trocas teria cessado.

§ 134.^o — Mas em geral, não é isto que acontece. Em face dos preços correntes cada indivíduo determina as quantidades de cada mercadoria, que lhe convém pedir ou oferecer, para atingir a sua máxima satisfação. Mas, em geral, estas quantidades, assim determinadas, não resolvem o sistema (76), isto é:

$$\begin{aligned}x'_1, x'_2, x'_3 + \dots + x'_n + \dots &\neq 0 \\y'_1, y'_2, y'_3 + \dots + y'_n + \dots &\neq 0 \\z'_1, z'_2, z'_3 + \dots + z'_n + \dots &\neq 0 \\w'_1, w'_2, w'_3 + \dots + w'_n + \dots &\neq 0\end{aligned}\tag{78}$$

Que significa isto? Significa que as quantidades pedidas e oferecidas de cada mercadoria não são iguais; significa que todos ou alguns dos indivíduos não conseguem fazer as trocas que desejavam. Se a procura de qualquer mercadoria excede a oferta, é porque alguns, pelo menos, dos indivíduos que *pedem* essa mercadoria, não encontram quem esteja disposto a ceder-lha, ao preço corrente, na quantidade que desejam. Se a oferta excede a procura, alguns, pelo menos, dos portadores de uma mercadoria, não conseguem encontrar quem lhes *tome* toda a quantidade dessa mercadoria que desejariam *ceder* (ao preço corrente, bem entendido).

Desta forma, quando se verificarem todas ou algumas das desigualdades (78), haverá algum ou alguns indivíduos que, por força, não estarão contentes, isto é, que não terão atingido o equilíbrio.

§ 135.^o — Que farão estes indivíduos?

Farão o que já explicamos no capítulo IV, ao descrevermos o funcionamento de um mercado regido pela livre concorrência; se é a procura de qualquer mercadoria que excede a oferta, aqueles indivíduos que não encontram a mercadoria que desejam, ou a não encontram na quantidade que desejam, fazem a *alta* do preço dessa mercadoria em numerário; se é a oferta que excede a procura, são aqueles que não encontram quem lhes *tome* a mercadoria, ou lha não tome na quantidade que desejariam oferecer, que se resignam a cedê-la em condições menos vantajosas, isto é, que fazem a *baixa* do preço dessa mercadoria em numerário.

Ora este mecanismo da *alta* e da *baixa* não é senão um processo de resolução, *por tentativas*, das equações do sistema (76). Demonstrado isto, poderemos concluir que, realmente, a solução prática que nos mostram os mercados, é idêntica à solução teórica que consistiria em resolver os sistemas de equações que estabelecemos, isto é, que

essas equações traduzem de facto as condições, a que se atende praticamente sobre o mercado, muito embora nele sejam resolvidas por simples tentativas, e não pelos processos rigorosos do cálculo algébrico.

§ 136.^o — Vamos portanto demonstrar que a *alta* e a *baixa* sobre o mercado não são mais do que simples tentativas de resolução do sistema (76).

Suponhamos que este sistema se não verifica, isto é, que se verificam as desigualdades (78).

Tomemos uma qualquer dessas desigualdades, a 2.^a por exemplo, por ser a 1.^a relativa à mercadoria numerário. Somando por um lado os γ positivos representando as quantidades *pedidas* da mercadoria (B), e por outro, os γ negativos representando as quantidades *oferecidas* da mesma mercadoria, podemos escrevê-la sob a forma

$$D'_b - O'_b \neq 0$$

ou

$$D'_b \neq O'_b \quad (79)$$

Vimos já, no começo deste capítulo, que o primeiro membro desta desigualdade, representando a procura total de (B), podia ser geometricamente representado, em função do preço p_b , pela curva $B_d B_p$ (fig. 7), e que o segundo membro, representando a oferta total da mesma mercadoria, podia ser representado, também em função do preço p_b , pela curva NPQ (fig. 7).

Vimos também que a maneira de transformar a desigualdade antecedente na igualdade

$$D''_b = O''_b \quad (80)$$

consiste em aumentar o preço p'_b quando

$$D'_b > O'_b$$

e em diminuir-lo, quando

$$D'_b < O'_b$$

até atingir o valor de p'_b para o qual se interceptam as duas curvas (este valor é representado por Op_b sobre a fig. 7).

O mesmo poderíamos dizer de todas as outras desigualdades (78). A maneira de as transformar em igualdades, consiste em aumentar os

preços $p'_{b'}$, $p'_{d'}$,... quando as procuras das respectivas mercadorias excedam as ofertas, e em diminuí-los no caso contrário.

Parece portanto que, de facto, fazendo esta operação sucessivamente para cada uma das desigualdades (78), chegaremos ao sistema de equações (76), e que portanto o mecanismo da alta e da baixa é uma forma de resolução deste sistema.

§ 137.º — Simplesmente é preciso ver como se fazem, sobre o mercado, as transformações sucessivas dos preços que, pouco a pouco e por meio de *tentativas*, os vão aproximando dos preços de equilíbrio que satisfazem o sistema (76).

Suponhamos que, sobre o mercado, num dado momento, se verificam todas as desigualdades (78), isto é, que, para nenhuma das mercadorias a procura iguala a oferta. Suponhamos que os vendedores e compradores da mercadoria (B) são os primeiros a porem em movimento o mecanismo da *alta* e da *baixa*, e que, modificando convenientemente, o preço $p'_{b'}$ chegam a transformar a 2.ª das desigualdades (78) na igualdade:

$$y''_1 + y''_2 + \dots + y''_n = 0$$

ou seja, dando a esta equação a forma (80)

$$D''_b = O''_b \quad (80)$$

Escrevamos as desigualdades (78) sob a forma:

$$\begin{aligned} D'_a &\neq O'_a \\ D'_b &\neq O'_b \\ D'_c &\neq O'_c \\ D'_d &\neq O'_d \end{aligned} \quad (81)$$

Os vendedores e compradores de (B), ao modificarem o preço $p'_{b'}$ de forma a tornarem iguais a oferta e a procura de (B), transformando a 2.ª destas desigualdades, na igualdade (80), modificaram também indirectamente a oferta e procura de todas as outras mercadorias, visto que, por hipótese, a mercadoria (B) troca-se por todas elas, e a modificação na oferta e procura de (B) não pode, por isso, deixar de afectar as procuras e ofertas de todas as outras. Se, por exemplo $p'_{b'}$ aumentou, isto é, se (B) se tornou mais caro, alguns dos portadores das outras mercadorias resignar-se-ão a ceder delas uma maior quantidade, para não reduzirem apenas o seu consumo de (B); por outro lado, pedirão menos das outras mercadorias para dividir por todas o sacrificio que têm de fazer. Se (B) se tornou mais barato, podem obter a mesma ou mais alguma quantidade de (B), com menor dispêndio da ou das mer-

cadorias que possuem. Poderão assim aumentar a sua procura de outras mercadorias... etc. Quer dizer que a transformação de p'_b em p''_b , donde resultou a transformação da 2.^a das desigualdades (81) na igualdade (80), transformou indirectamente todos os outros preços p'_c, p'_d, \dots em p''_c, p''_d, \dots e o grupo de relações (81) passou a ter a expressão:

$$\begin{aligned} D''_a &\neq O''_a \\ D''_b &\neq O''_b \\ D''_c &\neq O''_c \\ D''_d &\neq O''_d \end{aligned} \quad (82)$$

Se, em seguida a isto, os vendedores e compradores de (C) fizessem a mesma operação para esta mercadoria, chegariam, pela transformação de p''_c em p'''_c , a igualar a procura e oferta de (C). Simplesmente, conseguindo isto, já a procura e oferta de (B) não seriam iguais, porque a modificação na oferta e na procura de (C) tinha vindo indirectamente modificar a procura e a oferta de (B), e portanto afastar de novo do ponto de equilíbrio, o preço p''_b . O grupo de relações (82) ficaria:

$$\begin{aligned} D'''_a &\neq O'''_a \\ D'''_b &\neq O'''_b \\ D'''_c &\neq O'''_c \\ D'''_d &\neq O'''_d \end{aligned} \quad (83)$$

Suponhamos que, depois dos compradores e vendedores de (C), entram em cena os compradores e vendedores de (D), e depois os de (A). O grupo (83) passaria pelas duas fases seguintes, a primeira das quais seria:

$$\begin{aligned} D^{iv}_a &\neq O^{iv}_a \\ D^{iv}_b &\neq O^{iv}_b \\ D^{iv}_c &\neq O^{iv}_c \\ D^{iv}_d &\neq O^{iv}_d \end{aligned} \quad (84)$$

e a segunda seria:

$$\begin{aligned} D^v_a &\neq O^v_a \\ D^v_b &\neq O^v_b \\ D^v_c &\neq O^v_c \\ D^v_d &\neq O^v_d \end{aligned} \quad (85)$$

§ 138.º — Resta-nos apenas provar que os novos preços , , , , estão mais perto dos valores de p_a^v , p_b^v , p_c^v , p_d^v , que satisfazem o sistema (76), do que destes valores o estavam os preços p_a , p_b , p_c , p_d , donde resultaram as desigualdades (81), para concluirmos que, de facto, o mecanismo da *alta* e da *baixa* no mercado vai aproximando os preços correntes dos preços de equilíbrio, isto é, que a *alta* e a *baixa* são um meio de resolução, *por tentativas*, do sistema de equações que traduz a igualdade da procura e da oferta de cada uma das mercadorias.

Ora, de facto, assim deve ser. Quando os compradores e vendedores de (B), que supusemos serem os primeiros a pôr em movimento o mecanismo da *alta* e da *baixa*, modificaram o preço p_b' , donde resultava a segunda das desigualdades (81), e o transformaram no preço p_b'' , que igualava a procura e a oferta de (B), actuaram directamente sobre todas as quantidades pedidas e oferecidas de (B) contra todas as outras mercadorias; e, sobretudo, as ofertas e procuras de (B) contra cada uma das restantes mercadorias, forma *todas* modificadas no mesmo sentido. Se o preço p_b' foi aumentado isto é se:

$$p_b'' > p_b'$$

Todas as quantidades pedidas de (B) deviam, em geral, diminuir, e *todas* as quantidades oferecidas aumentar ou diminuir, conforme p_b' não tivesse ainda, ou tivesse já, atingido o valor que torna máxima a oferta. O contrário se daria, se o preço de (B) fosse diminuindo, isto é se:

$$p_b' > p_b''$$

Em todos os casos, o que importa fixar é que os efeitos da modificação do preço de (B) foram os mesmos sobre as diversas quantidades de (B) trocadas por cada uma das outras mercadorias; se a procura de (B), por exemplo, contra a oferta de (C), aumentou, devia ter aumentado a procura de (B) contra a oferta de (A), contra a oferta de (D)... etc. Se a oferta de (B) contra (A) aumentou, deve ter aumentado a oferta de (B) contra (C), contra (D)... etc.

Os efeitos da mudança de p_b' em p_b'' são todos portanto no mesmo sentido.

§ 139.º — Mas os efeitos sobre a oferta e procura de (B) das sucessivas modificações dos outros preços, p_c'' em p_c''' , p_d''' em p_d'' , p_a'' em p_a' , que foram igualando as procuras e ofertas de cada uma das outras mercadorias, mas que afastaram da igualdade, já atingida, a procura e a oferta de (B), exerceram sobre esta oferta e esta procura, acções contrárias e, até um certo ponto anulando-se mutuamente.

Isto, pela razão seguinte:

É preciso lembrar que estamos dentro da hipótese, sobre o mercado, se verificarem todas as equações de equilíbrio, menos as do sistema (76).

Somemos portanto, membro a membro, as equações (70), (72)...(74), cada uma das quais dá o *orçamento* de cada indivíduo. Chamando X a soma algébrica dos x, Y a soma algébrica dos y, ... etc. poderemos escrever a equação:

$$X + Yp_b Zp_c + wp_d + \dots = 0 \quad (86)$$

ou, chamando D_a, D_b, D_c, \dots a soma dos x, y, z... positivos, e O_a, O_b, O_c, \dots a soma dos x, y, z... negativos:

$$Da - O_a + (D_b - O_b)p_c + (D_c - O_c)p_c + (D_b - O_d)p_d + \dots = 0 \quad (87)$$

Notemos que p_b, p_c, p_d são quantidades essencialmente positivas. Portanto, se alguns dos factores $(D_a - O_a), (D_b - O_b), (D_c - O_c), \dots$ etc., são positivos, outros serão negativos, e reciprocamente. Quer dizer que, nas desigualdades (81), se a procura de certas mercadorias exceder a oferta, a oferta doutras excederá a procura.

Sendo assim, é evidente que, se os compradores e vendedores de (C) tiveram por exemplo de aumentar o preço p''_c para transformarem a desigualdade $D''_c > O''_c$ de (82), na igualdade $D'''_c = O'''_c$, de (83), isto é, se a procura de (C) excedia a oferta, os portadores de (D), ou de qualquer outra mercadoria, tiveram por força que diminuir o preço da sua mercadoria, porque certamente a sua oferta excedia a sua procura. Numa palavra: as sucessivas *tentativas*, que descrevemos uma a uma, e em que mostrámos os portadores das diversas mercadorias tentando sucessivamente levar à igualdade as respectivas ofertas e procuras, foram feitas aumentando os preços para certas mercadorias, e diminuindo-os para outras.

Ora quando o preço de (C), por exemplo, *aumentou*, o preço de (B) *diminuiu*, mas quando o preço de (D) *diminuiu*, o preço de (B) *volto*u a *aumentar*, para tornar a diminuir quando aumentou o preço de (A)... etc. Quer dizer que as sucessivas variações dos preços que, pouco a pouco, foram estabelecendo o equilíbrio da oferta e procura de cada uma das mercadorias, e que vieram destruir o equilíbrio da oferta e procura da mercadoria (B), que supusemos ser o primeiro atingido, exerceram sobre esta oferta e esta procura acções contrárias, e até certo ponto, anulando-se mutuamente.

§ 140.^o — Isto que dizemos de (B), podemos dizê-lo de (C), de (D),... etc.

Quer dizer que, depois concluída a primeira série de tentativas que levou os preços, dos valores p'_a, p'_b, p'_c, p'_d , donde resultavam as relações (81), aos valores $p''_a, p''_b, p''_c, p''_d, \dots$ donde resultaram as relações (85), a oferta e procura de cada mercadoria devem estar mais perto da igualdade, isto é, do equilíbrio, do que o estavam no momento inicial, porque essas ofertas e procuras foram mais aproximadas da igualdade,

pela mudança directa dos preços da própria mercadoria, do que dela foram afastadas pelas mudanças indirectas resultantes das alterações dos preços das outras.

Desta forma, não há senão que repetir a série de tentativas, para ir pouco a pouco aproximando os preços correntes dos preços de equilíbrio, e o mecanismo da *alta* e da *baixa* sobre os mercados, não passa de um processo de resolução, por meio de *tentativas*, das equações do sistema (76), que traduzem a igualdade da procura e oferta de todas as mercadorias, e que, conjuntamente com as equações (70), (71) para o indivíduo (1), (72) e (73) para o indivíduo (2), (74) e (75) para o indivíduo (n) fixam as condições gerais do equilíbrio da troca de m mercadorias sobre um mercado em que impere a livre concorrência.³

§ 141.^o — É inútil lembrar que as tentativas que descrevemos, se não dão sempre sucessivamente, como apresentámos, mas em parte simultaneamente e em parte sucessivamente. Quer dizer que os portadores de (C) não esperam que os de (B) tenham atingido o equilíbrio, para em seguida lho destruírem, ao alcançarem o seu; que os portadores de (D) não procedem para com eles da mesma forma... etc. Sobre o mercado, as *tentativas* são feitas em parte simultaneamente, porque os compradores e vendedores de cada mercadoria trabalham cada um por sua conta, sem se importarem com os outros, e em parte sucessivamente, visto que *na prática*, não acontece nunca que os primeiros preços determinados sejam preços de equilíbrio para *todas* as mercadorias. Conseguir-se-ia isto se, ao processo das tentativas, pudesse um dia substituir-se o processo científico cujas equações vimos de apresentar. Então, conhecidas as constantes das equações, seriam estas resolvidas numa grande *administração geral do mercado*, e depois de determinados aí os preços correntes de equilíbrio, as trocas far-se-iam logo, e o mercado fecharia porque ninguém desejava coisa diferente do que tinha.

Conseguir-se-á este desideratum? É cedo para arriscar hipóteses. Por agora contentemo-nos em verificar que a solução científica, a que nos leva o cálculo algébrico, se conforma inteiramente com a solução prática que os mercados nos apresentam, o que leva Walras a formular da seguinte maneira a lei do estabelecimento dos preços de equilíbrio, no caso da troca de muitas mercadorias entre si, com intervenção do numerário:

«Sendo dadas muitas mercadorias, cuja troca se faz com intervenção do numerário, para que haja a seu respeito equilíbrio no mercado, ou preço estacionário de todas estas mercadorias em numerário, é necessário, e suficiente que a esses preços, a procura efectiva de cada mercadoria seja igual à sua oferta efectiva. Quando esta igualdade se não dá,

³ A. Osório deixa-nos aqui uma excelente exposição do *tatónnement* Walrasiano, processo de determinação do equilíbrio através do ajustamento sucessivo dos preços, cuja sua variação toma o sinal das procuras excedentárias.

é necessário, para atingir os preços de equilíbrio, uma alta do preço das mercadorias, cuja procura efectiva é superior à sua oferta efectiva, e uma baixa do preço daquelas, cuja oferta efectiva excede a procura efectiva.

§ 142.º — Uma última observação.

Podem alguns espíritos meticulosos pensar, neste momento, na objecção seguinte.

Esta lei, que acabamos de formular, parece ter apenas em conta as equações do sistema (76), isto é, fazer depender o estabelecimento do equilíbrio sobre o mercado, apenas da verificação das equações desse sistema. Mas a verdade é que nós dissemos que o equilíbrio dependia, não somente das equações (76), mas também das equações (70), (71), (72), (73), (74) e (75). Como se explica portanto que, ao formular afinal a lei do estabelecimento do equilíbrio, apenas pareçamos atender a um dos grupos das equações que escrevemos?

Ou as equações eram demais, ou a lei está mal formulada.

Esta objecção pode, por momentos, embaraçar, dada a sua lógica aparente, conquanto o seu valor seja nulo e Walras só mereça censuras por não a ter previsto.

A resposta é a seguinte.

As equações, que condicionam o equilíbrio na troca, são *todas* as que escrevemos em número $n \times m + (n-1)$.

As n equações (70), (72), ..., (74), dão cada uma delas, o *orçamento* de cada um dos indivíduos, isto é, proporcionam as suas despesas às suas receitas, e estabelecem entre umas e outras uma relação fixa. As $n(m-1)$ equações (71), (73), ..., (75), traduzem o facto de cada indivíduo regular as quantidades que *pede e oferece* de cada mercadoria, de forma a obter a satisfação máxima, conforme a lei que determinámos e estudámos no capítulo anterior.

Mas tanto estas equações como as anteriores em número:

$$n + n(m-1) = n \times m$$

igual ao produto do número de indivíduo pelo número de mercadoria, são equações *individuais*, que num regime de livre concorrência, e tratando-se de fenómenos *que se repetem*, os indivíduos podem *sempre* resolver, e que portanto podemos supor *sempre* resolvidas. Nada pode impedir cada um dos n indivíduos de estabelecer mentalmente o seu *orçamento*, de harmonia com o seu maior interesse, isto é, de determinar quais as quantidades de umas e de outras mercadorias que mais lhe convinha ter em seu poder, dados os seus gostos, os seus meios, e os preços correntes. Pode enganar-se numa primeira experiência, mas rectificará, numa segunda, o seu erro, e como tratamos de fenómenos repetidos, podemos sempre considerá-lo como tendo fixado *mentalmente* quais as quantidades de mercadorias, que lhe dariam a máxima

satisfação. O que não depende da sua vontade é o obter ou não as quantidades de mercadorias que deseja.

Esse facto é que depende do estado do mercado; se este estiver em equilíbrio, isto é, se se verificar o sistema (76), que traduz a igualdade da oferta e procura de *todas* as mercadorias, cada um dos nossos indivíduos encontra exactamente o que desejava, em troca do que lhe convinha oferecer, e retira do mercado satisfeito. Mas se o sistema (76) se não verifica, já todos ou, pelo menos, alguns dos indivíduos não conseguem obter *de facto*, as quantidades de mercadorias que desejavam, nem encontram, por isso, quem lhes aceite a parte de outras, de que lhes convinha desfazer-se em troca das primeiras. Todo o movimento do mercado resulta deste facto, e traduz-se no mecanismo da *alta* e da *baixa*, que descrevemos. Só se trata pois de obter a solução das equações (76), porque as outras são equações *individuais*, ligadas às (76) por uma relação de mutua dependência, *mas que se resolvem por si*, e sobre as quais o movimento do mercado só indirectamente exerce influência pelo movimento da alta e da baixa dos preços.

A solução do sistema (76) supõe assim a solução prévia de todas as outras equações do equilíbrio, e só a ele tínhamos portanto que fazer referência, ao traduzirmos em linguagem vulgar, a lei do equilíbrio da troca de muitas mercadorias entre si.⁴

⁴ A exposição das ideias de Walras aqui terminada corresponde às secções II e III dos *Éléments d'Économie Politique Pure*, excluindo portanto as teorias de produção (secção IV), capitalização e do crédito (secção V) e da circulação e da moeda (secção VI) as quais, como se disse, deveriam ser objecto de tratamento no 2º livro anunciado.

CAPÍTULO VII

O EQUILÍBRIO ECONÓMICO NA TROCA
SEGUNDO VILFREDO PARETO
(COURS D'ÉCONOMIE POLITIQUE, 1896)

O equilíbrio económico na troca segundo Vilfredo Pareto

§ 143.^o — A teoria matemática da troca, formulada por Walras, e cujo resumo vimos de apresentar, foi naturalmente criticada e discutida. Parte dessas críticas têm pouco ou nenhum valor. A teoria de Walras, verdadeira ou falsa, completa ou incompleta, é uma teoria científica, assente e deduzida da observação, e procurando servir-se do mais rigoroso de todos os métodos. Para a compreender é preciso um estudo atento e demorado, e um certo conhecimento das matemáticas, de que aliás Walras emprega sobretudo a álgebra e certos elementos de geometria analítica plana. O professor Pareto, de cujas doutrinas vamos ocupar-nos, emprega de preferência o cálculo infinitesimal, e a compreensão dos seus livros já exige certos conhecimentos da análise. Em todo o caso nem todos os indivíduos que se julgam no direito de criticar sempre as ideias alheias, têm a soma de conhecimentos matemáticos, nem sobretudo o hábito do estudo paciente e demorado sem o qual é impossível formar uma ideia, mesmo imperfeita, da larga e profunda concepção de Walras. Daqui vem que muitas das críticas que lhe foram feitas, e que vulgarmente costumam ser opostas ao emprego do método matemático em geral, não merecem sequer as honras da discussão. A ciência pode e deve ser tratada e discutida pelos homens de ciência, e não pelos *literatos*, na frase do professor Pareto. Discutir a aplicação do método matemático, quando se confessa não fazer uma ideia do que seja um sistema de duas equações a duas incógnitas, é pôr um cego de nascença a divagar sobre a beleza relativa das cores.

De resto nem só a ignorância deu causa a várias críticas jocosas, que foram feitas à ideia de Walras. Sábios eminentes como o matemático francês Bertrand, erraram nas suas apreciações por não darem à leitura do livro que queriam discutir, a atenção que essa leitura exigia. Bertrand¹, por exemplo no *Bulletin des sciences mathématiques*—1883,

¹ Bertrand, Joseph L. F. (1822-1900). Matemático parisiense, licenciado e professor na École Polytechnique e membro do Collège de France. Publicou no *Journal des Savants* (1883) *Théorie mathématique de la richesse social*, criticando Walras e *Recherches sur les principes de la théorie des richesses*, propondo uma alternativa à análise do duopólio de Cournot, através de um modelo que assume os preços como variável estratégica.

nota que, segundo Walras, a vantagem que um indivíduo tira quando passa a ter $x+dx$ de qualquer mercadoria é representada por:

$$\varphi(x)dx$$

e que, sendo p o preço da mercadoria, o indivíduo deverá cessar as suas vendas e as suas compras, quando

$$\varphi(x) - p$$

Ora Walras não disse esta barbaridade em parte alguma. Pelo contrário, repetiu em cada página do seu livro, que o indivíduo devia cessar as suas compras e vendas, quando:

$$\frac{p_b}{p_a} = \frac{\varphi(r_b)}{\varphi(r_a)}$$

o que é muito diferente.

Bertrand acrescenta ainda que: «se $x = a$ é a raiz da equação $\varphi(x) = p$, a é o que Walras chama a raridade da mercadoria, para a pessoa considerada». Ora na realidade, Walras chama raridade não ao valor de x que satisfaz a equação de Bertrand, mas sim ao 1.º membro dessa equação $\varphi(x)$, o que é absolutamente diferente.

Como estas, faz Bertrand muitas outras apreciações absolutamente no ar.

§ 144.º — À concepção de Walras foram opostas duas objecções de valor, ou melhor foi-lhe oposta uma objecção, e feita uma rectificação importante, mais tarde seguida de várias outras. A objecção apresentou-a o professor americano Irving Fisher, e já lhe fizemos referência no começo do capítulo V. Fischer fez notar que a concepção de Walras assentava toda na hipótese de ser o prazer uma quantidade *medível*, e que esta hipótese é indemonstrável. O professor Pareto, julgando que esta objecção era fundada, modificou, por virtude dela, a forma de deduzir a teoria do equilíbrio económico, procurando assentá-la em bases novas.

É a exposição da sua nova doutrina que faz objecto do *Manual*, publicado há um ano. A modificação introduzida por Pareto nas suas ideias, deve ter-lhes afectado mais a *forma* do que o *fundo*, porque o ponto fundamental — a concepção do equilíbrio económico — as conclusões e os sistemas de equações do *manual* são fundamentalmente idênticas aos do *Cours*, publicado em 1896, e ainda moldado sobre as ideias de Walras.

Não nos parece convincente a objecção de Irving Fisher. O facto, no entanto, de a vermos aceite pelo eminente homem de ciência que

se chama Vilfredo Pareto, leva-nos a suspender, por completo, todo o juízo que desejaríamos emitir sobre ela. Acresce que não nos foi possível, apesar de todos os esforços que fizemos, obter um exemplar da obra de Irving Fisher *Mathematical investigations in the theory of value and prices*, cuja edição está esgotada, e de que parece difícil obter um exemplar, mesmo usado. Conhecemos a crítica de Fischer unicamente pelas referências que lhe faz Pareto. Nestas condições, pensamos que seria fazer literatura o abalançar-mo-nos a criticar uma afirmação, contra a qual aliás nos parecia poder opor as mais convincentes razões, mas de que temos um conhecimento imperfeito.

Preferimos portanto nada dizer.

Apenas desejamos fixar bem este ponto: seja ou não procedente a objecção de Fisher, tenha ou não razão o professor Pareto, que a julgou atendível, certo é que essa objecção apenas combate o *processo* seguido por Walras, e não o fundo das suas doutrinas, que continua sendo essencialmente o mesmo na última obra do professor Pareto, aliás já escrita depois de aceite pelo seu autor a objecção de Fisher. É isto que é importante fixar, como é interessante notar que Pareto seguindo um caminho inteiramente novo, tenha chegado às mesmas conclusões fundamentais de Walras (embora grandemente ampliadas e generalizadas como vamos ver).

§ 145.^o — A outra objecção, ou antes, rectificação da teoria de Walras deve-se ao professor inglês Edgeworth, e dela resultou uma importante generalização das ideias daquele sábio.

Quando, no capítulo V, estudámos a concepção da raridade de Walras, como sendo a intensidade da última necessidade satisfeita pelo consumo de uma dada quantidade de uma dada mercadoria, vimos que Walras supõe esta intensidade simples função da quantidade de uma *mercadoria* consumida por um indivíduo. A raridade de (B) só depende do consumo de (B), a raridade de (C) do consumo de (C)... etc. Foi, por virtude desta suposição, que pudemos representar geometricamente a rectângulos inscritos pelas rectas $q'r''$, $q''r'''$, $d'_a\alpha'$, $d''_a\alpha''$, (fig. 1 e 2) e algebricamente pelas equações (2), (suprimindo os índices 1 que se referem a um indivíduo em especial)

$$\begin{aligned} r_a &= \varphi_a(q) \\ r_b &= \varphi_b(q) \end{aligned}$$

em que, por q representamos apenas as quantidades já consumidas por um qualquer indivíduo das mercadorias (A) (na 1.^a equação), e (B) (na segunda).

É por isto mais claro escrever os dois índices a e b , adiante das letras q .

$$\begin{aligned} r_a &= \varphi_a(q_a) \\ r_b &= \varphi_b(q_b) \end{aligned} \quad (88)$$

Desta hipótese resultou poder Walras considerar a *utilidade efectiva* de qualquer mercadoria, como sendo sempre determinável, por isso que essas *utilidades efectivas* representadas geometricamente pelas áreas $O\beta_{q,1}\beta_{r,1}$ (fig. 1) e $O\alpha_{q,1}\alpha_{r,1}$ (fig. 2), são obtidas pela integração das duas equações anteriores, conforme as fórmulas (3):

$$\begin{aligned} u_a &= \int_0^{q_a} \varphi_a(q_b) dq_a \\ u_b &= \int_0^{q_b} \varphi_b(q_b) dq_b \end{aligned} \quad (89)$$

Ora realmente as equações diferenciais (88) são sempre integráveis. Delas podemos sempre passar para as (89), e Walras podia portanto livremente deduzir as utilidades efectivas, e portanto as próprias curvas de utilidade que limitam as áreas representativas dessas utilidades, da simples *raridade*, isto é, da intensidade da última necessidade satisfeita por um portador de qualquer mercadoria. Podia assim, à sua vontade, partir das curvas de utilidade ou da *utilidade efectiva* para chegar às *raridades*, derivando as funções (89), ou passar das raridades para as utilidades efectivas e para as curvas da necessidade, integrando os acréscimos diferenciais de utilidade (raridades, multiplicadas pelos acréscimos diferenciais da quantidade).

Toda a sua teoria adquire, pelo facto desta hipótese, um aspecto de clareza e de evidência, que constitui, um dos seus maiores méritos, e que foi talvez a única razão que nos levou a expô-la antes de entrar na análise das generalizações resultantes da objecção de Edgeworth, que seriam mal entendidas sem a compreensão da teoria de Walras.

De facto, a hipótese de Walras, legítima desde que se trate apenas de simplificar os fenómenos reais com um fim didáctico, não traduz, na grande maioria dos casos, a realidade concreta. Os *acréscimos diferenciais de utilidade* ou *acréscimos de prazer* resultantes do consumo de uma nova pequena quantidade de qualquer mercadoria, não dependem apenas da quantidade maior ou menor desta mercadoria, já anteriormente consumida pelo indivíduo; dependem também das várias quantidades, maiores ou menores, consumidas anteriormente pelo mesmo indivíduo de muitas outras mercadorias.

A raridade de uma mercadoria e a utilidade efectiva resultante do consumo de uma dada quantidade dessa mercadoria, não são, em geral, simples funções da quantidade consumida dessa mercadoria; são funções de *todas* as quantidades, não só dessa, mas de todas as outras mercadorias consumidas pelo indivíduo, e de certas relações entre essas mercadorias.

Observemos os factos.

Um homem, cheio de fome, de sede e de frio, não estará em condições de sentir um grande prazer com a oferta de um belo quadro ou de

uma linda bengala. Evidentemente não nos ocupamos aqui do prazer indirecto que poderá resultar-lhe da venda do quadro e da bengala, permitindo-lhe comprar alimentos e roupas, mas apenas do prazer *directo* que deveria resultar-lhe da posse do quadro ou da bengala. Este prazer será evidentemente muito menor, do que o seria se, em igualdade de todas as outras circunstâncias, o nosso homem estivesse saciado de alimentos e confortavelmente aquecido. Quer dizer que o prazer que lhe resulta da posse do quadro e da bengala, não é apenas função do número de quadros e de bengalas, que ele possuía, mas também dos alimentos e roupas de que ele podia dispor. O mesmo podemos dizer do prazer que lhe causará a oferta de um bom jantar, sem ser acompanhado de um cobertor para se cobrir; o nosso homem, tiritando de frio, apreciará *menos* o jantar do que o apreciaria em condições normais de calor; o prazer que lhe dá o consumo dos alimentos, mesmo no caso extremo de se encontrar esfomeado, depende, não apenas das quantidades de alimentos por ele anteriormente consumidas, mas também da quantidade de peças de vestuário que possui. Se lhe derem apenas um bom cobertor, não deixará de experimentar certo prazer; mas maior seria esse prazer se a fome o não continuasse apertando. Quer isto dizer: o prazer resultante, para um indivíduo, do consumo de uma qualquer quantidade de qualquer mercadoria, depende *sempre* do que nós chamamos o *estado de disposição* desse indivíduo. E como este estado depende sempre, *em parte*, da maior ou menor quantidade de certas mercadorias consumidas pelo indivíduo, é evidente que destas quantidades resultará, em última análise, a maior ou menor intensidade do prazer resultante de um determinado consumo. Numa palavra: o prazer resultante de um dado consumo é, em geral, função de muitos outros consumos anteriores.

§ 146.^o — Os símbolos algébricos empregados por Walras têm de modificar-se, se quisermos atender as considerações que precedem.

Os acréscimos diferenciais de utilidade, ou de prazer, resultantes do consumo de uma nova quantidade infinitamente pequena de mercadoria, eram por Walras representados pelas expressões:

$$\begin{aligned}\varphi_a &= (q_a) dq_a \\ \varphi_b &= (q_b) dq_b\end{aligned}\tag{90}$$

conforme se vê das equações (89), que nos dão as *utilidades efectivas*, ou os *prazeres totais* resultantes do consumo de q_a de (A) e de q_b de (B), pela integração destes diferenciais entre os limites zero e q_a , e zero e q_b .

Ora desde que consideremos os acréscimos diferenciais de utilidade resultantes do consumo de uma nova pequena quantidade de qualquer mercadoria, como dependendo das quantidades de *todas* as outras

mercadorias anteriormente consumidas pelo indivíduo, teremos de representá-los pelas expressões seguintes

$$\begin{aligned}\varphi_a &= (q_a, q_b, q_c, \dots) dq_a \\ \varphi_b &= (q_a, q_b, q_c, \dots) dq_b\end{aligned}\quad (91)$$

ou, como faz Pareto, no seu Cours, substituindo os q por x :

$$\begin{aligned}\varphi_a(x_a, x_b, x_c, \dots) dx_a \\ \varphi_b(x_a, x_b, x_c, \dots) dx_b\end{aligned}\quad (92)$$

em que x_a, x_b, x_c, \dots representam as quantidades totais de (A), (B), (C),... que estão em poder de um qualquer indivíduo, num dado momento.

Se considerarmos estas quantidades em poder do indivíduo, como compostas de duas partes, uma parte constante, representando as quantidades que esse indivíduo trouxe consigo ao mercado, e outra parte variável, representando as porções positivas ou negativas que ele juntou às quantidades que possuía, isto é, se fizermos

$$\begin{aligned}x_a &= q_a + r_a \\ x_b &= q_b + r_b\end{aligned}$$

podemos escrever os acréscimos diferenciais parciais de utilidade sob a forma:

$$\begin{aligned}\varphi_a(r_a, r_b, r_c, \dots) dr_a \\ \varphi_b(r_a, r_b, r_c, \dots) dr_b\end{aligned}\quad (93)$$

ou, mais simplesmente

$$\begin{aligned}\varphi_a dr_a \\ \varphi_b dr_b\end{aligned}\quad (94)$$

As funções φ_a, φ_b , equivalem às *raridades* de Walras (fórmulas 2), conquanto para Walras fossem *derivadas simples*, e presentemente sejam *derivadas parciais*, porque Walras considerava, como dissemos, a *utilidade efectiva* de cada mercadoria simples função da quantidade dessa mercadoria, ao passo que Pareto considera essa *utilidade efectiva*, a que chama *ofelividade total*, função de *todas* as quantidades consumidas de *todas* as mercadorias.

Às funções φ_a, φ_b (94) chama Pareto «ofelividades elementares». Podemos definir a ofelividade elementar: «o prazer resultante do consumo de uma nova quantidade muito pequena de qualquer mercadoria, dividido por esta quantidade».

Esta última parte da definição, incomodará os que não tenham podido seguir a parte matemática da análise que antecede. Basta porém olhar as expressões (94), que representam os acréscimos diferenciais de

prazer, resultantes do consumo de uma nova quantidade, muito pequena, de (A) e de (B), para ver que, para passar desses acréscimos para as derivadas φ_a , φ_b , é preciso dividi-los pelas novas pequenas quantidades dr_a , e dr_b .

Suponhamos, por exemplo, um homem tendo bebido já um litro de cerveja. Um centilitro terá, depois disto, uma certa ofelividade para ele; esta ofelividade *dividida por um centilitro*, será *aproximadamente* (porque um centilitro, não chega a ser um infinitamente pequeno), a ofelividade elementar correspondente a um litro de cerveja.

Jevons chamou a esta quantidade *final degree of utility*, nome pelo qual é principalmente conhecido em Inglaterra; outros autores ingleses denominaram-na *marginal utility*; os alemães e austríacos chamam-lhe *Grenzzutzen*; Gossen chamou-lhe *Werth des letzten Atoms*.

A variação da ofelividade total será dada pela soma algébrica dos diferenciais parciais (94):

$$dU = \varphi_a dr_a + \varphi_b dr_b \quad (95)$$

§ 147.^o — Com estas bases, vamos indicar como o professor Pareto trata, no seu «*Cours*», o problema da *troca*.

Pareto começa por fazer uma distinção fundamentalmente, cujos termos veio mais tarde a precisar melhor no seu «*Manual*»; essa distinção diz respeito aos dois casos — livre concorrência e regime de monopólio — que, por serem fundamentalmente diversos, são regulados por condições diferentes, e precisam, por isso, de ser estudados em separado. Podemos fixar a diferença entre estes dois regimes económicos, da maneira seguinte:

Tomemos um qualquer indivíduo no momento em que vai ao mercado fazer compras e vendas, isto é, trocas.

Este indivíduo pode ser impulsionado por duas espécies de motivos muito diferentes: 1.^o pode ter apenas em vista satisfazer os seus desejos o melhor possível, aceitando os preços do mercado; quer dizer, pode ter em mente apenas o realizar tais compras e tais vendas, aos preços correntes, que consiga obter um máximo de ofelividade, isto é, que consiga satisfazer os seus gostos o mais completamente possível. Neste caso o nosso homem apenas se preocupa com os preços do mercado, porque, por eles, é que tem de regular as quantidades de cada mercadoria que mais lhe convém pedir e oferecer. É certo que das compras e vendas que ele realizar, virá indirectamente a resultar qualquer modificação nesses preços. Mas nisto não pensa o nosso indivíduo; apenas o preocupa a ideia de satisfazer, o melhor possível, os seus gostos ou desejos. É este o caso que Walras estuda, e este tipo de indivíduos é, por isto, já nosso conhecido dos dois capítulos anteriores. 2.^o O seu fim pode ser outro; o nosso indivíduo pode conscientemente pretender modificar os preços do mercado, para de futuro tirar daí qualquer utili-

dade, ou para qualquer outro fim. Este fim pode ser qualquer. Seja o estado de espírito do indivíduo, que conscientemente busca modificar os preços correntes, é muito diverso do daquele que nesses preços não pensa influir.

Conforme um determinado indivíduo realiza qualquer troca sob a influência da 1.^a ou da 2.^a destas espécies de motivos, dizemos que ele procede segundo o tipo (I) ou segundo o tipo (II).

É muito fácil encontrar exemplos de um e de outro destes tipos. Evidentemente uma dona de casa, ao comprar um quilo de café, não se preocupa com o efeito que essa compra poderá ter de futuro sobre o preço do café nem hesita em fazê-la com receio de vir assim a dar causa a uma alta do preço do café, alta que ela desejaria evitar. Não são considerações desta natureza que a determinam a comprar, ou a não comprar o café. O que a leva é uma simples comparação interna entre o seu gosto por uma certa quantidade de café, e o obstáculo que lhe é preciso vencer para satisfazer esse gosto, obstáculo que, neste caso, é o preço dessa quantidade de café. Quando o gosto é mais forte do que o obstáculo, realiza a compra. No caso contrário abstém-se. Quando mandamos fazer um par de botas limitamo-nos a pôr de um lado a necessidade que delas temos, e do outro o sacrifício, maior ou menor, representado no preço, que temos de pagar para as adquirir. Não entra, em geral, nos nossos raciocínios a consideração da influência que a nossa determinação final irá exercer sobre o preço dos cabedais.

O tipo (II) também é de fácil exemplificação. Nas Bolsas é fácil ver todos os dias os banqueiros e os sindicatos venderem ou comprarem grandes massas de títulos, com o único fim de lhes fazerem descer ou subir a cotação. O facto constitui mesmo o *abc*, das operações de Bolsa. Os *trusts*, em que são postas em comum as oficinas ou outros meios de produção dos associados, os *Kartelle*, os *sindicatos*, limitando a produção sem limitação de preço, ou vice-versa, as grandes tentativas de absorção e monopolização de uma certa classe de mercadorias ou de meios de produção (a tentativa de absorção do cobre em 1887-88 por exemplo), são outros tantos exemplos do tipo (II). Em todos eles a compra ou a venda não são precedidas, no espírito do comprador ou do vendedor, por uma comparação de ofelidades directas, mesmo porque, nestes casos, as mercadorias que se vendem e se compram não têm que ver com os gostos ou ofelidades do indivíduo; andam todas em volta da modificação nos preços que o indivíduo deseja conseguir; é certo que desta modificação o indivíduo espera decerto tirar qualquer vantagem futura, sendo assim o ganho de quaisquer ofelidades o seu fim último. Mas isto não destrói o que dissemos. É evidente, conforme já frisámos no capítulo III, que o ganho de ofelidades é sempre o móvel último de todas as acções humanas. Mas este ganho pode ser obtido *directa e imediatamente*, ou ser apenas um fim *indirecto*, sendo

outro qualquer o fim *directo*. É o nosso caso. Os indivíduos que actuam segundo o tipo (II), têm por certo, como fim último, o ganho de certas ofelimidades de qualquer espécie. Mas o seu fim *directo e immediato* é unicamente uma modificação qualquer nos preços correntes de uma certa mercadoria.

Ora ao traduzirmos algebricamente os motivos que imperam no espírito dos indivíduos, que vêm ao mercado, é evidente que não temos de atender aos *fins últimos* que o indivíduo espera atingir, mas apenas aos seus *fins immediatos*. São estes que determinam os actos que o indivíduo pratica, e só a eles temos pois de atender quando queremos traduzir em símbolos algébricos os motivos a que esses actos obedecem. Que o *fim immediato* que um determinado indivíduo procura atingir seja ou não um simples *meio*, que ele emprega para atingir um outro fim mais afastado, não nos interessa neste instante. Estamos apenas tratando de traduzir em fórmulas os movimentos a que o indivíduo dará origem, e para isso basta-nos atender aos *fins immediatos* que ele procura atingir. O que estes *fins* são para ele é um problema psicológico que não estudamos por enquanto na economia pura.

Por estas razões, e visto que, nos dois casos anteriormente tratados, o indivíduo obedece a motivos diferentes, por serem diferentes os fins *directos e immediatos*, que, em cada um desses casos, procura atingir, é evidente que diferentes têm de ser, nos dois casos, as equações que condicionam as suas resoluções, e como estas são uma parte das que determinam o equilíbrio, os dois casos virão afinal a ser traduzidos em sistemas de equações distintos.

§ 148.º — Walras só estudou o primeiro dos dois casos que vimos de apresentar.

De facto, ao tipo (I) de indivíduos, corresponde nos mercados o sistema de livre concorrência. Se nenhum dos indivíduos, que vêm ao mercado, tenta exercer influência directa sobre os preços, e busca apenas satisfazer os seus gostos, o melhor possível, *dados os preços existentes*, estes últimos serão afinal determinados pelo jogo livre dos gostos de todos, em combinação com os obstáculos que esses gostos encontram (maiores ou menores quantidades existentes da mercadoria, custos de fabrico... etc.).

Os preços correntes de equilíbrio estabelecer-se-ão (ou tenderão a estabelecer-se) sob a simples acção da influência mútua dos gostos e dos obstáculos, e fixar-se-ão quando, para cada mercadoria, a procura igualar a oferta. É a este estado que se chama *livre concorrência*.

Vemos assim que este estado só seria *real*, se aos mercados apenas viessem indivíduos do tipo (I), o que se não dá. De facto nos mercados apresentam-se indivíduos deste tipo, e do tipo (II). Os primeiros são sempre em maior número, porque não está na mão de qualquer o proceder conforme o tipo (II). Para poder fazê-lo, é preciso dispor de meios poderosos, absolutamente fora do alcance da grande maioria,

Conseguem-no, por exemplo, os que, por qualquer título, desfrutam um *monopólio*, isto é, os que podem livremente regular, por um acto da sua vontade e sem temerem a concorrência alheia, qualquer das condições do fenómeno económico. É por isso que os indivíduos do tipo (II) se encontram onde existem monopólios de qualquer espécie, naturais ou legais. Se no regime da livre concorrência, um produtor, por exemplo, de qualquer mercadoria resolver provocar uma alta nos preços da venda, e para isso diminuir, ou sustar mesmo por completo, o seu fabrico, poderá, se esse fabrico for suficientemente grande, perturbar momentaneamente as condições do mercado, e esboçar um movimento no sentido da alta, que ele desejava. Mas este movimento será quase sempre pouco duradouro, e não fará mais do que aumentar os lucros dos outros fabricantes do mesmo produto, e levá-los a desenvolver a sua produção de forma, não só a cobrir a diminuição da oferta do primeiro fabricante, mas quase sempre a ir além desse ponto, o que provocará uma reacção imediata no sentido da baixa. Desta forma, se houvesse um produtor qualquer, por grande que fosse o seu fabrico, que tentasse, sem possuir sobre os seus concorrentes qualquer vantagem, modificar directamente os preços, conseguiria apenas, depois de uma oscilação maior ou menor, pagar muito caro a sua tentativa, e veria inexoravelmente o preço anterior restabelecer-se sob a acção das forças da concorrência (se, é claro, nenhuma das outras condições mudassem durante a oscilação).

Outro poderá ser o resultado da sua tentativa se, ou só ou associando-se com outros, conseguir por qualquer forma afastar concorrentes que neutralizem os seus esforços. Para isto terá o cuidado, antes de tentar proceder segundo o tipo (II), de conseguir apoderar-se dos meios que tornam possível a sua tentativa. Numa palavra, só tentará proceder segundo esse tipo quem, por qualquer título, for senhor de um *monopólio* de qualquer espécie.

Nos mercados reais apresentam-se indivíduos que seguem o tipo (I), e outros que seguem o tipo (II).

Os primeiros contratam com os segundos, mas é visível que, no momento do contrato, diferentes são os raciocínios que uns e outros empregam.

§ 149.^o — A esta diferença é necessário atender cientificamente, e Walras deu-nos, portanto, uma análise incompleta, estudando apenas o tipo (I). Não há direito de o censurar, nem mesmo alegando que é fugir da realidade analisar isoladamente a influência mútua das acções de certos indivíduos, considerados como obedecendo todos à mesma espécie de motivos, quando é certo que concretamente esses indivíduos obedecerão, sobre os mercados, a duas espécies de motivos muito diferentes. Um dos meios, que a ciência pode empregar para caminhar, é, como já temos dito, o das aproximações sucessivas, que consiste em ir sucessivamente aproximando do fenómeno concreto

pela junção gradual de novos detalhes e novas especialidades às anteriormente estudadas. Walras estudou o caso abstracto e irreal de um mercado regido em todas as suas partes pela livre concorrência absoluta. Era preciso começar por aí antes de aproximar dos mercados reais, em que, ao lado dos indivíduos do tipo (I) seguindo os princípios da livre concorrência, encontramos os indivíduos do tipo (II) gozando de certos monopólios e regulando, por isso, os seus actos por uma forma muito diversa da dos primeiros.

O professor Pareto veio juntar o estudo deste segundo tipo ao do primeiro, aproximando-nos assim da realidade concreta, embora o seu estudo sobre os monopólios seja, em si mesmo, um estudo abstracto como é o da livre concorrência.

§ 150.º — Exporemos primeiro a teoria de troca no regime da livre concorrência, e em seguida a mesma teoria no regime do monopólio, conforme as ideias de Pareto no seu *Cours*.

A teoria da troca no regime da livre concorrência é, no *Cours*, inteiramente moldada sobre as ideias de Walras, de que representa apenas uma generalização e um desenvolvimento. Mais resumida na exposição, e desenvolvida pelo cálculo infinitesimal, ao passo que Walras se serve quase exclusivamente da álgebra simples, a sua leitura oferece naturalmente certas dificuldades, que o estudo prévio das ideias de Walras diminui grandemente. Por outro lado, o professor Pareto desenvolve alguns pontos em que Walras nem tinha tocado, e mercê dos poderosos recursos da análise, atinge conclusões por vezes novas, que inclusivamente vêm modificar certas ideias correntes sobre a oferta e a procura.

Teremos talvez, na exposição que segue, de repetir, por vezes, algumas proposições já nossas conhecidas. Nada se perderá com o facto, que apenas contribuirá para melhor as esclarecer.

Para evitar confusões fixaremos previamente o sentido das notações que vamos empregar.

Os produtos consumíveis são designados por (A), (B), (C),...

As quantidades destes produtos possuídas pelo indivíduo (1) são respectivamente $q_{1a}, q_{1b}, q_{1c}, \dots$

As possuídas pelo indivíduo (2) são $q_{2a}, q_{2b}, q_{2c}, \dots$

Para um indivíduo qualquer, estas quantidades são indicadas por q_a, q_b, q_c, \dots

As quantidades trocadas no mercado são para o indivíduo (1) $r_{1a}, r_{1b}, r_{1c}, \dots$ e para um indivíduo qualquer, r_a, r_b, r_c, \dots

As ofelimitades elementares correspondentes às quantidades $(q_a + r_a), (q_b + r_b), (q_c + r_c)$, serão designadas por $\varphi_a(q_a + r_a), \varphi_b(q_b + r_b), \varphi_c(q_c + r_c)$; ou mais simplesmente por $\varphi_a(r_a), \varphi_b(r_b), \varphi_c(r_c)$.

Ou ainda mais simplesmente por $\varphi_a, \varphi_b, \varphi_c$.

Estas mesmas quantidades serão designadas para cada indivíduo especial, juntando-lhe os índices 1, 2, 3,...

Assim para o indivíduo (1) serão: φ_{1a} , φ_{1b} , φ_{1c} . Os preços dos produtos serão designados por p_a , p_b , p_c ,...

As quantidades totais trocadas sobre o mercado, isto é $r_{1a} + r_{2a} + r_{3a}$,... $r_{1b} + r_{2b} + r_{3b}$,... serão designadas por R_a , R_b ,...

O número de produtos é m .

O número dos indivíduos é n .

§ 151.^o — Posto isto, entremos num mercado regido pela livre concorrência, onde só se trocam produtos uns com os outros.

As trocas de mercadorias operadas pelo indivíduo (1), serão expressas pela equação (70) do capítulo anterior, que terá, com as novas notações, a expressão seguinte:

$$r_a + p_b r_b + p_c r_c + \dots = 0 \quad (96)$$

supondo, é claro, que a mercadoria (A) serve de numerário, isto é, que $p_a = 1$.

Não vamos repetir o que dissemos no capítulo anterior sobre o modo de chegar a obter esta equação, que traduz apenas o orçamento do indivíduo, e indica afinal que as quantidades pedidas por ele de certas mercadorias são tanto maiores ou tanto menores, dados certos preços, quanto maiores ou menores forem as que ele oferecer de outras mercadorias, e vice-versa.

Para qualquer indivíduo a equação anterior escreve-se:

$$r_a + p_b r_b + p_c r_c + \dots = 0 \quad (97)$$

Esta equação estabelece uma relação entre r_a (quantidade de numerário oferecido ou recebido afinal pelo indivíduo), e as quantidades r_b , r_c ,... p_b , p_c ,...

Podemos portanto supor r_a função destas últimas quantidades. Mas, no caso da livre concorrência, como, por hipótese, os indivíduos apenas se ocupam das quantidades r_b , r_c ,... sem por qualquer forma pensarem em modificar os preços p_b , p_c ,... devemos supor estes preços constantes, e variáveis as quantidades r_b , r_c ,... Se, ao contrário, como no caso do monopólio que adiante estudaremos, alguns indivíduos pensam em modificar directamente os preços, teremos de considerar p_b , p_c ,... como variáveis independentes conjuntamente com r_b , r_c ,...

Presentemente, visto estarmos tratando o caso da livre concorrência, só r_b , r_c ,... são variáveis, sendo p_b , p_c ,... constantes.

Derivando parcialmente em ordem a r_b a equação (97), obtenho:

$$\frac{\delta r_a}{\delta r_b} + p_b = 0 \quad (98)$$

Donde tiro:

$$p_b = -\frac{\delta r_a}{\delta r_b} \quad (99)$$

Esta equação que nos dá o preço de (B) em função dos acréscimos diferenciais parciais de (B) e de (A), equivale à equação (4), e traduz afinal a mesma ideia.

De facto o que traduz a equação (4)? Que o preço é igual à *relação inversa das quantidades de mercadorias trocadas*. Sendo m o número de unidades de (A) trocadas por n unidades de (B), o preço de (B) é

$$p_b = \frac{m}{n}$$

Se (A), por exemplo, for a mercadoria *moeda*, e a sua unidade o *real*, se (B) for o vinho e a sua unidade o litro, e se 500 unidades de moeda, isto é 500 reis, se trocarem contra dez unidades de vinho, isto é contra dez litros, o preço da unidade de vinho, isto é do litro, será:

$$p_b = \frac{m}{n} = \frac{500}{10} = 50$$

Ora se analisarmos agora o valor de p_b dado em (99), sem por um momento olharmos para o sinal do segundo membro, ao qual voltaremos daqui a um instante, vemos que esse valor não é senão a expressão diferencial da fórmula (4).

Realmente a expressão:

$$\frac{\delta r_a}{\delta r_b} \quad (100)$$

é derivada parcial em relação a r_b , da equação (97), em que os preços p_b, p_c, \dots são considerados como constantes, e em que considerámos r_a funções de r_b, r_c, \dots . Esta derivada representa a relação entre o acréscimo que resulta para a função r_a de um acréscimo dado à variável r_b , e este último acréscimo. Quer dizer, é a relação entre a quantidade infinitamente pequena δr_a da mercadoria (A) que o indivíduo *deu ou recebeu* em troca de uma outra quantidade infinitamente pequena δr_b , da mercadoria (B) que *recebeu ou deu*.

Encontramos assim, a mesma ideia da fórmula (4) expressa diferencialmente. Quanto ao sinal (-) do segundo membro de (99) é ele consequência do que acabamos de dizer: quando o acréscimo δr_a é positivo, isto é quando o indivíduo *recebe* (A), o acréscimo δr_b é nega-

tivo porque forçosamente terá de *oferecer* (B), e vice-versa. A expressão:

$$\frac{\delta r_a}{\delta r_b}$$

quer se apresente sob a forma:

$$\frac{-\delta r_a}{+\delta r_b}$$

quer sob a forma:

$$\frac{+\delta r_a}{-\delta r_b}$$

é portanto sempre negativa, e o sinal (-) que a precede em (99), vem dar-lhe o valor positivo que o preço p_b , quantidade *essencialmente positiva*, não pode deixar de ter.

É inútil dizer que, derivando parcialmente a equação (97), não fazemos mais do que considerar momentaneamente como constantes as variáveis r_c, r_d, \dots para podermos achar a relação entre os acréscimos diferenciais da função r_a e da variável r_b . Por outras palavras, e passando dos acréscimos diferenciais para as diferenças finitas, nós podíamos decompor as quantidades r_a, r_b, r_c, \dots em partes $\Delta_{a,b}, \Delta_{a,c}, \dots, \Delta_{b,a}, \Delta_{b,c}, \dots, \Delta_{c,a}, \Delta_{c,b}, \dots$ representando cada uma destas quantidades, a parte de cada mercadoria que era trocada por cada uma das outras.

Quer dizer, se fizéssemos:

$$\begin{aligned} r_a &= \Delta_{a,b} + \Delta_{a,c} + \dots \\ r_b &= \Delta_{b,a} + \Delta_{b,c} + \dots \\ r_c &= \Delta_{c,a} + \Delta_{c,b} + \dots \end{aligned} \quad (101)$$

sendo $\Delta_{a,b}$ a parte de (A) trocada por $\Delta_{b,a}$ de (B); $\Delta_{a,c}$ a parte de (A) trocada por $\Delta_{c,a}$ de (C); $\Delta_{b,c}$ a parte de (B) trocada por $\Delta_{c,b}$ de (C)..., a equação (97) poderia escrever-se:

$$\Delta_{a,b} + \Delta_{a,c} + \dots + p_b (\Delta_{b,a} + \Delta_{b,c} + \dots) + p_c (\Delta_{c,a} + \Delta_{c,b} + \dots) + \dots = 0 \quad (102)$$

Tomar a derivada parcial em relação a (B) na equação (97), equivale a considerar na (102) a simples relação entre $\Delta_{a,b}$ e $\Delta_{b,a}$, tomada no seu limite.

Ora, representando as diferenças finitas $\Delta_{a,b}$ e $\Delta_{b,a}$, as quantidades respectivas de (A) e (B) trocadas uma pela outra, isto é, equivalendo

a m e n na fórmula (4), é positivo que o preço p_b podia ser directamente expresso por

$$p_b = \frac{\Delta_{a,b}}{\Delta_{b,a}} \quad (103)$$

E como a expressão (100) não é senão o segundo membro desta equação tomado no seu limite, vemos que realmente a igualdade (99) não faz mais do que exprimir em termos diferenciais, o mesmo valor dado em (4), e em (103),

Da mesma forma deduziríamos da equação (97):

$$\frac{\delta r_a}{\delta r_c} + p_c = 0 \quad (104)$$

$$p_c = -\frac{\delta r_a}{\delta r_c} \quad (105)$$

§ 152.º — Deixemos por um momento as conclusões que acabamos de tirar, e que nos serão precisas daqui a instantes. Vamos tratar outro ponto.

Representemos por

$$\phi(x_a, x_b, x_c, \dots) \quad (106)$$

sendo

$$x_a = q_a + r_a \quad x_b = q_b + r_b \quad x_c = q_c + r_c \quad (107)$$

a função dando o prazer total que um qualquer indivíduo obtém pelo consumo de x_a, x_b, x_c, \dots respectivamente de (A), (B), (C),... numa ordem determinada.

E acrescentamos estas últimas palavras porque a função ϕ , que, equivale à *utilidade efectiva* de Walras, difere desta num ponto muito importante. A *utilidade efectiva* de Walras, que ele exprime pelas equações (1) e (3) que estudámos no capítulo 5.º, é apenas função de uma mercadoria: a utilidade efectiva resultante do consumo de (A) só depende da quantidade de (A) consumida, a utilidade efectiva de (B) só depende do consumo de (B)... Mas já dissemos, no princípio deste capítulo, que Edgeworth generalizou as fórmulas de Walras, pondo a «utilidade efectiva» como função, não apenas de uma mercadoria consumida, mas de todas as que consome o indivíduo. Ora é visível que, sendo assim, às mesmas quantidades de mercadorias consumidas pode corresponder uma soma total de prazer muito variável, conforme a

ordem em que essas mercadorias forem consumidas. É evidente que não é indiferente começar por comer a sopa, num jantar, e acabar por doces e gelados, ou começar por estes e acabar por aquela. De forma que a «utilidade efectiva» ou «ofelimidade total», segundo Pareto, não depende apenas, quando a consideramos função de mais de uma mercadoria, das quantidades das mercadorias consumidas; depende também da ordem dos consumos, e das combinações que entre as mercadorias se podem fazer. É por isto que, na hipótese de Walras, é sempre possível passar da raridade para a *utilidade efectiva*, integrando entre dois limites quaisquer, os diferenciais:

$$\varphi_{a,1}(q) d_q$$

$$\varphi_{b,1}(q) d_q$$

conforme fizemos nas equações (3) do capítulo V, ao passo que, na hipótese de Pareto, só se pode passar da «ofelimidade elementar» para a «ofelimidade total», isto é das funções $\varphi_a(r_a)$, $\varphi_b(r_b)$, $\varphi_c(r_c)$,... para a função $\phi(x_a, x_b, x_c, \dots)$ (106), depois de conhecidas e determinadas as relações existentes entre as variáveis r_a, r_b, r_c, \dots . Mais tarde voltaremos a este ponto. Por agora queríamos apenas justificar a restrição que tínhamos feita ao escrever que a função (106) representa o prazer resultante do consumo de um certo número de mercadorias, *numa ordem determinada*.

§ 153.^o — Da função (106) deduz-se facilmente a condição do máximo de ofelimidades nas trocas. Observemos, antes de tudo, que sendo as variáveis x_a, x_b, x_c, \dots dessa função, compostas de uma parte constante q_a, q_b, q_c, \dots e duma parte variável r_a, r_b, r_c, \dots conforme vemos em (107), os diferenciais da função (106) serão iguais aos da função

$$\phi(r_a, r_b, r_c, \dots) \quad (108)$$

Para obter a variação de ofelimidade que resultará da troca de uma quantidade infinitamente pequena de (A) por outra de (B), considero constantes as variáveis r_c, r_d, \dots , e diferencio a função antecedente em ordem às variáveis r_a, r_b . O diferencial de uma função de duas variáveis é a soma dos diferenciais parciais, que se obtêm, considerando cada uma das variáveis como constante, e diferenciando em ordem à outra. E como os diferenciais parciais são iguais às derivadas multiplicando os acréscimos parciais das quantidades, obtemos para o diferencial da função (108), em que só r_a e r_b são variáveis:

$$\varphi_a(r_a) \delta r_a + \varphi_b(r_b) \delta r_b \quad (109)$$

Este diferencial representa a variação de ofelividade resultante da troca de δr_a por δr_b . E como os seus dois membros têm sinais contrários, por isso que δr_a e δr_b são forçosamente um positivo e outro negativo, (trata-se de uma troca em que, quando δr_a é *dado*, δr_b é *recebido* e vice-versa), esta variação representa um benefício para o indivíduo enquanto (109) tiver um valor positivo; representaria uma perda se esse valor fosse negativo. Mas como o indivíduo pode continuar as trocas enquanto quiser, e estamos dentro da hipótese de nada o poder obrigar a ir além do ponto que lhe apraz atingir, é evidente que só parará quando (109) tiver deixado de ser positivo e de representar um *ganho*, e for tornar-se negativo, isto é, transformar-se num *prejuízo*. Quer dizer que ao indivíduo convém parar quando:

$$\varphi_a(r_a) \delta r_a + \varphi_b(r_b) \delta r_b = 0 \quad (110)$$

É por esta equação diferencial que o professor Pareto representa a condição do máximo de ofelividade na troca das duas mercadorias (A) e (B) entre si.

Podemos escrevê-la:

$$\varphi_a(r_a) \frac{\delta r_a}{\delta r_b} + \varphi_b(r_b) = 0 \quad (111)$$

Ou aproveitando agora o valor de p_b que obtivemos em (99):

$$\varphi_a(r_a) = \frac{\varphi_b(r_b)}{p_b} \quad (112)$$

Fazendo idênticos raciocínios para a troca entre (A) e (C) e assim sucessivamente, obteríamos,

$$\varphi_a(r_a) = \frac{\varphi_c(r_c)}{p_c} \quad (113)$$

ou, combinando (112) e (113),

$$\varphi_a(r_a) = \frac{\varphi_b(r_b)}{p_b} = \frac{\varphi_c(r_c)}{p_c} \quad (114)$$

É evidente que se (A) não fosse a mercadoria numérica, isto é se:

$$p_a \neq 1$$

as equações (114) escrever-se-iam:

$$\frac{\varphi_a(r_a)}{p_a} = \frac{\varphi_b(r_b)}{p_b} = \frac{\varphi_c(r_c)}{p_c} \quad (114)$$

O professor Pareto formula, em face destas equações, a condição do máximo de ofelimidade na troca, dizendo que no ponto em que esse máximo é atingido as ofelimidades elementares divididas pelos preços, isto é as ofelimidades elementares ponderadas (*pondéreês* no texto francês) devem ser iguais.

§ 154.º — Chegamos assim, por um caminho diferente, às mesmas equações que Walras tinha formulado, dizendo que o máximo de utilidade era atingido quando os preços eram iguais às relações das raridades, isto é, quando, sendo $p_a = 1$ equação (17):

$$p_b = \frac{r_b}{r_a}$$

$$p_c = \frac{r_c}{r_a}$$

a que se podia dar a forma:

$$(r_a) = \frac{(r_b)}{p_b} \frac{(r_c)}{p_c} \quad (116)$$

equações estas que são exactamente as (114) porque r_a, r_b, \dots para Walras representavam as *raridades*, que Pareto, sob o nome de ofelimidades elementares, representa por $\varphi_a(r_a), \varphi_b(r_b), \dots$

É portanto indiferente dizer, como Walras, que a utilidade máxima na troca é atingida quando os preços são iguais à relação das raridades, ou, como Pareto, que o máximo de ofelimidade na troca é atingida quando as ofelimidades elementares ponderadas são iguais. São duas frases, aparentemente muito diversas, mas cujo sentido é exactamente o mesmo.

§ 155.º — A concepção do Pareto, no *Cours*, sobre o equilíbrio económico na livre concorrência, é de resto idêntica à de Walras, que largamente analisámos no capítulo anterior. Podemos vê-lo rapidamente.

Para cada indivíduo e m mercadorias, as condições do equilíbrio serão dadas pelas equações (97) e (114), isto é, pelo sistema seguinte:

$$r_a + p_b r_b + p_c r_c + \dots = 0 \quad (117)$$

$$\varphi_a(r_a) = \frac{\varphi_b(r_b)}{p_b}$$

(118)

$$\varphi_a(r_a) = \frac{\varphi_c(r_c)}{p_c}$$

As equações (118) serão em número $m - 1$. Com a (117) formarão m equações para cada indivíduo. Sendo os indivíduos θ , teremos ao todo θm equações por meio das quais poderemos determinar as θm quantidades trocadas $r_{1,a} + r_{1,b}, \dots, r_{2,a} + r_{2,b}, \dots, r_{3,a} + r_{3,b}, \dots$, se forem conhecidos os $m - 1$ preços p_b, p_c, \dots de (B), (C), ... em (A). Para podermos determinar conjuntamente as quantidades e os preços, precisamos de mais $(m - 1)$ equações, que nos serão fornecidas pela condição de que cada indivíduo conseguirá exactamente obter as quantidades de cada mercadoria que lhe são precisas, e encontrará, *ipso-facto*, quem lhe tome exactamente as quantidades que deseja oferecer, por outras palavras, pela condição de que, para cada mercadoria, a procura será igual à oferta, isto é:

$$\begin{aligned} r_{1,a} + r_{2,a} + r_{3,a} + \dots &= 0 \\ r_{1,b} + r_{2,b} + r_{3,b} + \dots &= 0 \\ r_{1,c} + r_{2,c} + r_{3,c} + \dots &= 0 \end{aligned} \quad (119)$$

Estas equações serão em número m . Parece pois que teremos um equação a mais. Na realidade não é assim, por isso que, somando todas as equações (117), que são tantas quantos os indivíduos, obteremos:

$$r_{1,a} + r_{2,a} + \dots + p_b(r_{1,b} + r_{2,b} + \dots) + p_c(r_{1,c} + r_{2,c} + \dots) = 0 \quad (120)$$

Esta equação verificar-se-á, desde que se verifiquem todas as equações iguais a (117). Mas verificando-se (120) e verificando-se $(m - 1)$ das (119), a última de (119) verificar-se-á *ipso-facto*, por isso que os parêntesis de (120) são os 1.^{os} membros de cada uma das (119). Bastanos portanto escrever $(m - 1)$ das equações (119), e teremos assim para condicionar o equilíbrio geral da troca num mercado sob o regime da livre concorrência, $\theta m + (m - 1)$ equações, por meio das quais determinaremos rigorosamente as θm quantidades trocadas e os $(m - 1)$ preços.

É-nos desnecessário mostrar que esta concepção do *Cours* é exactamente a de Walras, que largamente desenvolvemos no capítulo antecedente.

Pareto mostra que das equações, que condicionam o equilíbrio na troca, podem tirar-se duas conclusões muito importantes: a 1.^a é que o problema é inteiramente determinado, seja qual for o número de indivíduos, e o número de mercadorias, visto que é sempre possível traduzi-lo num sistema de equações cujo número é rigorosamente igual ao das incógnitas; e a 2.^a é que, visto entre as condições do equilíbrio, na livre

concorrência, se encontrarem as do máximo de ofelividade para cada indivíduo, é legítimo concluir que: «sob o regime de livre concorrência, os preços se estabelecem de forma a facultar a cada indivíduo um máximo de ofelividade».

§ 156.^o — É curioso ver que as equações do máximo de ofelividade não são senão uma aplicação e uma adaptação da equação do equilíbrio de Lagrange.²

As equações do máximo de ofelividade são as do sistema (118). Tomemos a primeira delas, e escrevamo-la sob a forma da equação (110), da qual a deduzimos:

$$\varphi_a(r_a) \delta r_a + \varphi_b(r_b) \delta r_b = 0$$

Ora na «Mecânica analítica» de Lagrange, vemos que, sendo P e Q duas forças aplicadas em dois pontos de um sistema, dp e dq as *velocidades virtuais* dessas forças, medidas pelos espaços infinitamente pequenos que poderiam ser percorridos, num mesmo instante, pelos seus pontos de aplicação, segundo as suas direcções, donde resulta que Pdp e Qdq são os *momentos* das forças P e Q, segundo a definição de Galileu, a equação:

$$Pdp + Qdq = 0 \quad (121)$$

exprimirá o equilíbrio das duas forças.

Desta equação passamos para a anterior, substituindo as *forças* pelas *ofelividades elementares*, e as *velocidades virtuais* pelas quantidades *virtualmente permutáveis*, isto é, pelas quantidades infinitamente pequenas que poderiam ser acrescentadas, por compra, às quantidades já possuídas, ou delas deduzidas por venda. Feito isto, a equação (121) passa a representar o equilíbrio das duas tendências, uma das quais leva o homem a desejar o que lhe é ofelivo e ele não possui, e a outra a desejar não diminuir as ofelividades que já estão em seu poder.

Esta aproximação entre a concepção do equilíbrio mecânico de Lagrange e a do equilíbrio económico, vem confirmar a justeza da concepção de Pareto, ao considerar, como dissemos no capítulo III, a economia pura como sendo a mecânica racional dos desejos humanos.

•
•

§ 157.^o — Antes de estudar o caso do equilíbrio económico no regime do monopólio, é conveniente mostrar como da condição do máximo de ofelividade na troca, equações (118), Pareto deduziu mate-

² Lagrange, Joseph-Louis (1736-1813). Nasceu em Turim, em cuja academia militar se tornou professor de matemática. Publicou «*Mécanique analytique*» (1788) e vários textos em algebra, análise e geometria.

maticamente o decrescimento da procura em função do preço, e como mostrou que este decrescimento, que empiricamente parece ser sempre constatado, e que Walras deduziu, sem restrições, das suas equações de satisfação máxima, sofre no entanto excepções, quando os consumos de certas mercadorias não são independentes uns dos outros, e estão ligados entre si por uma relação qualquer. Esta restrição é muito importante, por isso que entre os consumos de um grande número de mercadorias, existem de facto relações a que a teoria deve atender. Por exemplo: o trigo, o milho, e o centeio podem ser aplicados ao fabrico do pão. É evidente que é possível substituir no consumo, o pão de trigo pelo de milho, e este pelo de centeio. Numa relação um pouco mais afastada, estão entre si os géneros alimentícios em geral.

Fora de certos casos especiais, em que uma alimentação especial é, por qualquer motivo, necessária, os homens podem facilmente substituir certos alimentos a outros. O mesmo se dá entre as peças de vestuário ou entre os adornos. É evidente que um par de calças não pode substituir um casaco, mas um casaco de fazenda ligeira, acompanhado por uma boa camisola de lã, pode substituir, no Inverno, um casaco de fazenda mais forte. Um colar de pérolas falsas pode, sendo preciso, substituir um outro de pérolas verdadeiras, ou um cordão de prata dourada substituir um cordão de ouro. Em geral, é possível agrupar certas mercadorias em série, de forma que é possível substituir uma delas pela outra. Isto não impede que, dentro de cada série, umas sejam superiores a outras, isto é, mais ofelimas; é evidente que uma elegante preferirá um colar de pérolas verdadeiras a outro de falsas. Mas, sendo preciso, contentar-se-á com o segundo, e as ofelimidades que lhe advirão da sua posse serão da mesma espécie, das que lhe adviriam da posse do colar verdadeiro; um homem com fome preferirá um belo prato bem cozinhado, mas não fará questão de comer qualquer iguaria menos delicada, e, em caso de necessidade, matará a fome com simples pão, de trigo, ou mesmo de centeio, se outro não quiserem dar-lhe; quando estiver saciado de comer terá, em suma, obtido um resultado, senão igual, pelo menos parecido, consumindo mercadorias muito diferentes umas das outras.

Este facto geral, que Walras não considerou, pode modificar, quando se dá, a forma das curvas de procura e de oferta das mercadorias em que se verifica. E como se verifica para um grande número, é muito importante precisar a causa da modificação. As teorias devem aproximar-se da realidade, tanto quanto possível, e os progressos da ciência obtidos pelo método das aproximações sucessivas, são devidos, como já dissemos, à junção contínua de novos detalhes aos já anteriormente conhecidos.

§ 158.^o — Vejamos primeiro como Pareto deduziu o decrescimento da procura em função do preço, no caso de serem independentes os consumos das diversas mercadorias. Esta dedução é nova e original.

porque Walras não fez mais de que *discutir* a curva da procura, que ele aliás pôs empiricamente. Disse-nos é certo que, as condições de satisfação máxima resolvidas em ordem, a d_a, d_b, \dots , davam as equações,

$$\begin{aligned}d_a &= f_a(p_a) \\d_b &= f_b(p_b)\end{aligned}$$

que representavam as procuras em função dos preços. Mas nem nos deu as funções f nem deduziu matematicamente das condições de satisfação máxima o decrescimento da procura em função dos preços, e a correlativa forma da curva da oferta.³

Pareto veio preencher, da seguinte forma, essa lacuna.

Considerando o caso geral em que $p_a \neq 1$, isto é, em que (A) não serve de numerário, as equações (118) podem escrever-se:

$$m = \frac{1}{p_a} \varphi_a(r_a) = \frac{1}{p_b} \varphi_b(r_b) = \dots \quad (122)$$

Tomo a primeira destas equações:

$$m = \frac{\varphi_a(r_a)}{p_a} \quad (123)$$

e derivo-a em ordem a p_a , tendo em conta que:

$$r_a = f_a(p_a, p_b, \dots)$$

Obtenho:

$$\frac{\delta m}{\delta p_a} = \frac{p_a \varphi'_a(r_a) \frac{\delta r_a}{\delta p_a} - \varphi_a(r_a)}{p_a^2}$$

Donde deduzo:

$$\begin{aligned}p_a^2 \frac{\delta m}{\delta p_a} &= p_a \varphi'_a(r_a) \frac{\delta r_a}{\delta p_a} - \varphi_a(r_a) \\ \frac{\delta r_a}{\delta p_a} &= \frac{p_a^2 \frac{\delta m}{\delta p_a} + \varphi_a(r_a)}{p_a \varphi'_a(r_a)} \\ \frac{\delta r_a}{\delta p_a} &= p_a^2 \frac{\delta m}{\delta p_a \varphi'_a(r_a)} + \frac{1}{p_a} \frac{\varphi_a(r_a)}{\varphi'_a(r_a)}\end{aligned} \quad (124)$$

³ Osório contesta assim, pelo menos parcialmente, a ideia de que Walras deduziu em primeiro lugar a curva da procura a partir da teoria da utilidade que geralmente lhe é atribuída.

Tomo a outra equação contida em (122):

$$m = \frac{\varphi_b(r_b)}{p_b} \quad (125)$$

e derivo m em ordem a p_a , notando que,

$$r_b = f_b(p_a, p_b, \dots)$$

e que os preços são as variáveis independentes, isto é que:

$$\frac{\delta p_b}{\delta p_a} = 0$$

Obtenho:

$$\frac{\delta m}{\delta p_a} = \frac{p_b \varphi'_b(r_b) \frac{\delta r_b}{\delta p_a}}{p_b^2}$$

ou seja:

$$\frac{\delta m}{\delta p_a} = \frac{1}{p_a} \varphi'_b(r_b) \frac{\delta r_b}{\delta p_a}$$

Donde tiro:

$$\frac{\delta r_b}{\delta p_a} = p_b \frac{\delta m}{\delta p_a} \frac{1}{\varphi'_b(r_b)} \quad (126)$$

Ponhamos agora:

$$S_a = p_a \frac{\delta r_a}{\delta p_a} + p_b \frac{\delta r_b}{\delta p_a} + \dots \quad (127)$$

$$T = \frac{p_a^2}{\varphi'_a(r_a)} + \frac{p_b^2}{\varphi'_b(r_b)} + \dots \quad (128)$$

Multiplicando a equação (124) por p_a , a (126) por p_b e somando, obtemos, tendo em conta os valores de (127) e (128):

$$S_a = T \frac{\delta m}{\delta p_a} + \frac{\varphi_a(r_a)}{\varphi'_a(r_a)} + \dots \quad (129)$$

Se tomarmos a equação (117), para o caso geral, em que estamos, de ser $p_a \neq 1$, e a derivarmos em ordem a p_a lembrando mais uma vez que os preços são as variáveis independentes, e que portanto são nulas as derivadas de uns em relação aos outros, obtemos:

$$p_a \frac{\delta r_a}{\delta p_a} + r_a + p_b \frac{\delta r_b}{\delta p_a} = 0 \quad (130)$$

visto que a equação (117), generalizada, é:

$$p_a r_a + p_b r_b + \dots = 0$$

ou, pondo em (130) o valor de S_a dado em (127):

$$S_a + r_a = 0 \quad (131)$$

Pondo em (129) o valor de S_a dado em (131):

$$-r_a = \frac{\delta m}{\delta p_a} T \frac{\varphi_a(r_a)}{\varphi'_a(r_a)}$$

Donde tiramos,

$$\frac{\delta m}{\delta p_a} = - \frac{r_a + \frac{\varphi_a(r_a)}{\varphi'_a(r_a)}}{T} \quad (132)$$

Pondo finalmente este valor em (124):

$$\frac{\delta r_a}{\delta p_a} = p_a \times \frac{r_a + \frac{\varphi_a(r_a)}{\varphi'_a(r_a)}}{T} \times \frac{1}{\varphi'_a} + \frac{\varphi_a(r_a)}{p_a \varphi'_a(r_a)}$$

ou seja:

$$\frac{\delta r_a}{\delta p_a} = - \frac{p_a^2 r_a - \frac{p_a^2}{\varphi'_a(r_a)} \varphi_a(r_a) + T \varphi_a(r_a)}{T \varphi'_a(r_a) p_a}$$

Pondo no numerador do 2.^o membro desta igualdade, o valor de T dado em (128):

$$\frac{\delta r_a}{\delta p_a} = \frac{-p_a^2 r_a - \frac{p_a^2}{\varphi'_a(r_a)} \varphi_a(r_a) + \varphi_a(r_a) \left(\frac{p_a^2}{\varphi'_a(r_a)} + \frac{p_b^2}{\varphi'_b(r_b)} + \dots \right)}{T \varphi'_a(r_a) p_a}$$

ou seja finalmente:

$$\frac{r_a}{p_a} = \frac{-p_a r_a + \frac{\varphi_a(r_a)}{p_a} \left(\frac{p_b^2}{\varphi'_b(r_b)} + \frac{p_c^2}{\varphi'_c(r_c)} + \dots \right)}{T \varphi'_a(r_a)} \quad (133)$$

Analisemos o segundo membro desta igualdade. As funções $\varphi_a(r_a)$, $\varphi_b(r_b)$... são as 1.^{as} derivadas parciais da função ϕ (106), e representam as ofelimitades elementares. Ora a função ϕ , sob o ponto de vista psicológico, tanto pode ser crescente como decrescente, porque essa função dá-nos o prazer total de um certo indivíduo que consome certas quantidades de várias mercadorias, e se o indivíduo estiver, por exemplo, saciado dessas mercadorias, e se vir obrigado a consumir uma nova porção, o seu prazer diminuirá em vez de crescer, isto é, a função ϕ será decrescente. Sob o ponto de vista económico, essa função é porém essencialmente crescente, por isso que, dada a possibilidade que há de transformar uns nos outros os bens económicos, ao indivíduo, que possuísse excesso de qualquer desses bens, seria sempre possível, e assim acontece de facto, trocá-lo por quaisquer outros, de que tivesse necessidade, ou guardá-lo para o consumir mais tarde, quando a saciedade tivesse desaparecido; finalmente, caso não lhe fosse possível fazer uma ou outra destas coisas, ser-lhe-ia sempre possível, em vez de o consumir, deitá-lo fora. Portanto, sob o ponto de vista económico, a função ϕ que nos dá a ofelimitade total, é essencialmente crescente, o que torna as suas primeiras derivadas $\varphi_a(r_a)$, $\varphi_b(r_b)$,... positivas. Mas as segundas derivadas, $\varphi'_a(r_a)$, $\varphi'_b(r_b)$... serão sempre negativas, porque as primeiras são funções decrescentes da quantidade consumida, como largamente expusemos ao estudar, no capítulo V, as *raridades* de Walras, correspondentes às *ofelimitades elementares*.

Com estes elementos podemos já analisar o 2.^o membro da igualdade (133), notando ainda que os preços p_a , p_b ... são quantidades *essencialmente positivas*.

Essa análise mostra-nos que o numerador é um binómio, cujos dois termos são quantidades negativas, isto é, representa uma quantidade negativa; o denominador igual ao produto de duas quantidades negativas, $[T \text{ é negativo porque o } \varphi'_a(r_a), \varphi'_b(r_b), \dots \text{ (128)}, \text{ é uma quantidade positiva}]$.

Portanto $\frac{\delta r_a}{\delta p_a}$, derivada da quantidade em relação ao preço, é negativa. Quer dizer que a função

$$r_a = f_a(p_a) \quad (134)$$

é decrescente, isto é, que a procura de (A) diminui quando o preço aumenta.

No caso tratado por Walras, em que se verificam as equações (122), isto é, em que os consumos das mercadorias são independentes, a curva da procura tem pois, em geral, a forma que empiricamente determinámos (fig. 3, 4 e 5).

A análise que acabamos de fazer, teve apenas por fim deduzir matematicamente das equações (122) a natureza das funções, que dão a procura.

§ 159.^o — Mas analisemos agora o caso de não serem independentes os consumos das duas mercadorias (A) e (B). Suponhamos que se trata de duas mercadorias (por exemplo o pão de trigo e o pão de milho), que se podem substituir uma à outra em cada consumo individual, por forma tal que, por exemplo, aumentando o consumo de uma delas, diminua o da outra. Expressaremos este facto pela equação, ligando entre si os consumos das duas mercadorias:

$$r_a + br_b = a \quad (135)$$

Quando esta hipótese se dê, não será possível fazer variar r_a independentemente de r_b , e como foi partindo da hipótese contrária, que nós chegámos às equações (122), é evidente que já se não verificarão estas equações, nem portanto poderemos empregar a série de raciocínios por meio dos quais acabamos de concluir que a procura decresce em função do preço.

Poderíamos deduzir as equações que substituem as (122), no caso de serem dependentes certos consumos. Não nos vale a pena fazê-lo, porque o nosso fim é apenas demonstrar que a procura pode não decrescer em função do preço, quando os consumos sejam dependentes uns dos outros, e essa demonstração podemos fazê-la facilmente, mesmo sem achar as equações que substituem as (122), e repetir para elas o longo raciocínio que fizemos a propósito destas.

Suponhamos que na equação (135), r_a representa uma certa quantidade de pão de trigo, e r_b uma certa quantidade de pão de milho. Supúnhamos que o indivíduo, que tomámos para exemplo, prefere o pão de trigo, que é o mais caro, mas que, não lhe chegando os seus haveres para só comer desse pão, se resigna a só o comer uma vez por dia, e nas outras vezes se contenta com o pão de milho, que é o mais barato, conquanto menos ofelimo para ele. Os seus consumos de pão

de trigo e de pão de milho estão, em todo o caso, ligados entre si pela equação (135); quanto maior é a quantidade de um deles, que o nosso indivíduo consome, tanto menor é a quantidade que consome do outro, de tal forma que a quantidade consumida do pão de trigo, mais b vezes a consumida do pão de milho, seja igual a uma constante a .

Sejam porém quais forem as quantidades consumidas de um e de outro pão, a despesa que o nosso indivíduo fará diariamente em pão, será:

$$K = p_a r_a + p_b r_b \quad (136)$$

visto que, notemo-lo bem, a constante b da equação (135) não indica que o indivíduo consuma $b r_b$ de (B), mas apenas que os dois consumos r_a e r_b estão entre si ligados por aquela relação.

Esta despesa será tanto maior quanto maior for a quantidade de pão de trigo (que, por hipótese, é o mais caro), consumida pelo nosso indivíduo. Essa despesa seria *máxima* se o nosso indivíduo conseguisse abolir, de todo, o pão de milho, e comer apenas, como aliás seria seu desejo, pão de trigo.

Neste caso, na equação (135):

$$r_b = 0$$

Donde resultaria:

$$r_a = a \quad (137)$$

A quantidade constante a seria toda de pão de trigo, que é dos dois o mais caro, e a despesa diária, dada em (136), seria:

$$K = a p_a \quad (138)$$

Ora, das duas equações, (135) e (136), podemos tirar:

$$\begin{aligned} r_a &= a - b \frac{K - p_a r_a}{p_b} \\ p_b r_a &= a p_b - b K + p_a r_a b \\ r_a &= \frac{b K - a p_b}{b p_a - p_b} \end{aligned} \quad (139)$$

E por outro lado:

$$r_b = \frac{a - r_a}{b}$$

ou seja:

$$r_b = \frac{a - \frac{K - p_b r_b}{p_a}}{b}$$

$$p_a b r_b = a p_a - K + p_b r_b$$

$$r_b (b p_a - p_b) = a p_a - K$$

$$r_b = \frac{a p_a - K}{b p_a - p_b} \quad (140)$$

Já vimos em (138) que $a p_a$ é a despesa máxima que o indivíduo pode fazer, quando toda a quantidade de pão que consome, a é de trigo. Portanto o numerador de (140) é sempre positivo, porque K é forçosamente menor que $a p_a$. Sendo assim, é fácil ver, nessa igualdade, que, quando p_b aumenta, r_b aumenta também, o que quer dizer que a quantidade pedida para ser consumida cresce com o aumento do preço.

Mas este crescimento tem um limite, e esse limite é atingido no momento em que, à força de aumentar r_b e de diminuir r_a , isto é, de alargar o consumo de pão de milho, e de diminuir o de pão de trigo, o indivíduo chega a não consumir pão de trigo, e a comer só pão de milho. Este é o limite máximo do crescimento de r_b . Se, depois dele atingido, p_b continua a crescer, o nosso indivíduo vê-se obrigado a comer, não apenas pão de milho, mas também pão de centeio (C), mais barato que o de milho. É fácil ver que estabelecendo ele entre os seus consumos de pão de milho e de pão de centeio, a equação:

$$r_b + b' r_c = a' \quad (141)$$

e sendo a sua despesa em pão:

$$K' = p_b r_b + p_c r_c \quad (142)$$

fácil seria destas duas equações deduzir, pelo processo que nos levou a (139) e (140):

$$r_b = \frac{c K' - a' p_c}{c p_b - p_c} \quad (143)$$

$$r_c = \frac{a' p_b - K'}{c p_b - p_c} \quad (144)$$

Da (143) podemos concluir que, continuando p_b a aumentar, r_b começa a diminuir; e da (144) tiramos para r_c uma conclusão análoga à que, há pouco, tínhamos tirado para r_b da equação (140): que aumentando p_c , r_c aumenta.

Em resumo: r_b , consumo e portanto procura de (B), aumentou ao princípio com o aumento do preço, atingiu um limite, e diminuiu em seguida. A curva de procura de (B), neste caso, não tem, portanto, a forma que Walras lhe deu (fig. 3, 4 e 5), mas sim uma forma semelhante à das curvas da oferta (OLM fig. 6 e QPN fig. 7).

§ 160.^o — Na demonstração, que vimos de fazer, está a explicação desse facto curioso que muitos economistas tinham já observado, mas sobre cujas causas não tinham chegado a entender-se: o de nos anos de fome, quando o pão está caro, o consumo deste aumentar, em vez de diminuir. Malthus, por exemplo, escreveu sobre este assunto: *«il semble que l'on n'ait pas assez fait attention à une cause particulière de cherté. Le prix du blé, en temps de rareté, dépend beaucoup moins du déficit réel, que de l'espèce d'obstination avec laquelle on persiste à vouloir en soutenir la consommation au même degré»*⁴.

O que Malthus chama *obstinação*, observa Pareto, é simplesmente o fenómeno que se verifica, quando, devido à carestia dos preços, as classes pobres são obrigadas, pouco a pouco, a renunciar a certos alimentos de qualidade superior, e a contentar-se com pão, cujo consumo assim vem a aumentar.

No nosso exemplo, do pão de trigo e pão de milho, o facto não é tão compreensível verbalmente, vista a pequena diferença que em geral existe entre os preços de um e de outro pão, como seria, por exemplo, se se tratasse da carne e do pão. Um operário consome diariamente carne, pão e batatas. O preço do pão aumenta. O operário procura reduzir os seus outros consumos, fora da alimentação, de forma a não alterar esta; mas pouco dessa forma consegue poupar. Vê-se obrigado a reduzir a alimentação; mas começa por diminuir a quantidade que consome do alimento mais caro — a carne —, que era, por assim dizer, um luxo. Feito isto, vê-se obrigado a aumentar os consumos do pão e das batatas, para compensar a diminuição do consumo da carne. E dá-se assim o paradoxo aparente de ser a elevação do preço do pão a causa do aumento do seu consumo⁵.

⁴ Malthus, Robert (1766-1834), *«Principles of Political Economy»*, 1820.

⁵ Esta excepção à lei da procura conhecida geralmente como o paradoxo de Giffen foi clarificada com a distinção entre o efeito-preço e o efeito-rendimento, feita por Slutsky, em 1914.

•
• •

§ 161.^o — Resta-nos estudar o equilíbrio económico da troca no caso do monopólio. Já dissemos no § 147.^o o que caracteriza este caso: o monopolista actua directamente sobre os preços, com o fim de os modificar em seu proveito. Em geral não se ocupa das variações da ofelividade que para ele tem a mercadoria, de que ele tem o monopólio, ou porque esta mercadoria lhe não é directamente ofelima, ou porque possui dela tanta quantidade quanta lhe apetece, ou por qualquer outro motivo.

Certo é que o monopolista não estabelece para a mercadoria de que tem o monopólio, seja (B) essa mercadoria, a equação:

$$\varphi_a(r_a) = \frac{1}{p_b} \varphi_b(r_b)$$

como faz, quando sujeito à livre concorrência — equações (118). O que procura o monopolista é tirar da venda da sua mercadoria a maior soma possível de numerário.

Não compara sensações, como no caso da equação anterior; compara quantidades do numerário. E o seu desejo é tornar máxima a quantidade deste numerário, que conseguirá obter.

Tomemos a equação (117). Esta equação, que dá o balanço das compras e vendas feitas por cada indivíduo, é comum aos dois casos da livre concorrência e do monopólio, porque é evidente que, seja qual for o regime económico, cada indivíduo tem a receber na proporção do que dá, e dar na proporção do que recebe.

Seja pois a equação (118) para o indivíduo (1), que tem o monopólio da mercadoria (B):

$$r_{1,a} + p_b r_{1,b} + p_c r_{1,c} + \dots = 0$$

O monopolista procura tornar máximo o valor do termo $p_b r_{1,b}$, que representa a quantidade de numerário por ele recebida em troca de (B). É esta a condição que desejará preencher, em vez daquela que era dada na 1.^a das equações (118). Mas, para tornar máxima a expressão:

$$p_b r_{1,b} \tag{145}$$

é preciso igualar a zero a sua primeira derivada. O monopolista poderá atingir este fim de duas formas, visto que a expressão (145) é

função de duas variáveis. Se quiser fixar o preço p_b , e deixar que por ele se regule a quantidade $r_{1,b}$, que os outros indivíduos virão pedir-lhe, deverá derivar em ordem a p_b a expressão (145), e igualar a zero a derivada. Será portanto a condição a que ele deve atender para fixar p_b :

$$p_b \frac{\delta r_{1,b}}{\delta p_b} + r_{1,b} = 0 \quad (146)$$

Se, ao contrário, preferir fixar a quantidade que oferece $r_{1,b}$, e deixar por ela regular-se o preço, deverá derivar a expressão (145) em ordem a $r_{1,b}$, e regular esta quantidade pela equação:

$$p_b + r_{1,b} \frac{\delta p_b}{\delta r_{1,b}} = 0 \quad (147)$$

As duas equações (146) e (147) equivalem-se, e ambas representam o mesmo máximo.

O monopolista deverá atender a uma ou a outra, conforme preferir fixar directamente o preço, deixando aos compradores o encargo de fixarem a quantidade que virão pedir-lhe, ou limitar esta última, e deixar o preço resultar da concorrência dos consumidores. A única diferença entre estes dois caminhos está em tomar para variáveis independentes ou p_b ou $r_{1,b}$.

§ 162.^o — Se supusermos que o monopolista regula a quantidade oferecida $r_{1,b}$, de forma a dela resultar o preço p_b que mais lhe convém, as equações que condicionarão o seu equilíbrio, serão:

$$r_{1,a} + p_b r_{1,b} + p_c r_{1,c} + \dots = 0$$

$$p_b = r_{1,b} \frac{\delta p_b}{\delta r_{1,b}} = 0 \quad (148)$$

$$\varphi_{1,a}(r_a) = \frac{1}{p_c} \varphi_{1,c}(r_c)$$

$$\varphi_{1,a}(r_a) = \frac{1}{p_d} \varphi_{1,d}(r_d)$$

Se o indivíduo (2) tem o monopólio da mercadoria (C), as equações que determinarão o seu estado de equilíbrio, serão:

$$r_{2,a} + p_b r_{2,b} + p_c r_{2,c} + p_d r_{2,d} + \dots = 0$$

$$\varphi_{2,a}(r_a) = \frac{1}{p_b} \varphi_{2,b}(r_b) \quad (149)$$

$$p_c = r_{2,c} \frac{\delta p_c}{\delta r_{2,c}} = 0$$

$$\varphi_{2,a}(r_a) = \frac{1}{p_d} \varphi_{2,d}(r_d)$$

Os sistemas (148) e (149) seriam tantos quantos os monopolistas. Os que não fossem monopolistas teriam o seu equilíbrio regulado pelas equações (117) e (118). Ao todo teríamos assim, como no caso da livre concorrência, θm equações que, juntas às $(m-1)$ (119) formariam $\theta m + (m-1)$ equações por meio das quais se determinariam as θm quantidades trocadas e os $(m-1)$ preços.

É preciso notar que o caso de serem monopolistas todos os indivíduos que se apresentem no mercado, está excluído das conclusões que acabamos de tirar. É natural pensar-se que, no caso do indivíduo (1) ter o monopólio de (B), o indivíduo (2) o de (C)... e assim sucessivamente teremos θ sistemas iguais a (148) ou (149), e que serão esses sistemas, conjuntamente com (119) que condicionarão o equilíbrio. Não é assim.

§ 163.^o — As conclusões que vimos de tirar só são exactas, quando haja, pelo menos, uma equação da forma das 2.^a e 4.^a do sistema (149), isto é, quando um, pelo menos, dos θ indivíduos não tenha monopólio algum.

É fácil prová-lo.

No § 155.^o dissemos que das θm equações (117) e (118) podíamos deduzir as θm quantidades $r_{1,a}, r_{1,b}, \dots, r_{2,a}, r_{2,b}, \dots, r_{3,a}, r_{3,b}, \dots$ em função dos preços. Ora se o indivíduo (1) tiver o monopólio de (B), e deixarmos de fora todas as equações que lhe dizem respeito, as θm equações (117) e (118) ficarão reduzidas a $(\theta-1)m$ equações relativas aos indivíduos (2), (3),... por meio das quais poderemos determinar as $(\theta-1)m$ quantidades trocadas $r_{2,a}, r_{2,b}, \dots, r_{3,a}, r_{3,b}, \dots, r_{4,a}, r_{4,b}, \dots$ em função dos preços.

Se além do indivíduo (1) que tem o monopólio de (B), o indivíduo (2) tiver o monopólio de (C), ficar-nos-ão $(\theta - 2)$ m equações, por meio das quais determinaremos as $(\theta - 2)$ m quantidades $r_{3,a}, r_{3,b}, \dots, r_{4,a}, r_{4,b}, \dots, r_{5,a}, r_{5,b}, \dots$. Quer isto dizer: os indivíduos que operam segundo os princípios da livre concorrência, isto é, que vindo ao mercado, procuram apenas satisfazer os seus gostos o melhor possível, *dados os preços que encontram*, regularão as suas procuras e ofertas de harmonia com esses preços, isto é, determinarão as quantidades $r_{3,a}, r_{3,b}, \dots, r_{4,a}, r_{4,b}, \dots, r_{5,a}, r_{5,b}, \dots$ (no caso de (1) e (2) serem os únicos monopolistas) em função dos preços $p_a, p_b, p_c, p_d, \dots$

É por isto acontecer, isto é, por haver indivíduos que espontaneamente se encarregam de fazer depender os preços das quantidades oferecidas, e as quantidades pedidas, dos preços, que os monopolistas podem actuar sobre os preços p_a, p_b , pela forma que mais convém aos seus interesses, isto é, podem resolver praticamente as duas equações:

$$p_b = r_{1,b} \frac{\delta p_b}{\delta r_{1,b}} = 0$$

$$p_c = r_{2,c} \frac{\delta p_c}{\delta r_{1,c}} = 0$$
(150)

Mas se não houvesse indivíduos que obedecessem aos princípios da livre concorrência, isto é, se todos fossem monopolistas, nenhum deles determinaria as quantidades pedidas e oferecidas, pelos preços, antes tratariam todos de influir nos preços para daí tirar vantagem.

Quer dizer: não haveria quem fizesse depender os preços das quantidades, e estas dos preços, e não havendo quem o fizesse, isto é, quem se regulasse pelas m equações (117) e (118), nenhum dos monopolistas saberia como regular os preços da sua mercadoria, porque o preço deixavam de ser função das quantidades oferecidas, e as quantidades pedidas deixavam funções dos preços, e só lhes restaria o recurso, visto não poderem resolver as equações (150), de se dirigirem pelos princípios da livre concorrência.

Aqui finda a análise matemática do equilíbrio económico, no caso do monopólio.

É evidente que as vantagens do monopolista só são obtidas à custa dos restantes indivíduos. Se o monopolista levanta o preço, como faz quase sempre, ou obriga os consumidores a contentarem com menores quantidades de mercadoria, no caso de se tratar de consumos independentes, ou os obriga a privar-se de outras mercadorias mais caras,

se não quiser, ou lhe não convier, diminuir a quantidade que consome da mercadoria monopolizada. Em ambos os casos, o consumidor obterá menos ofelimitades do que alcançaria num regime de livre concorrência.

Nos monopólios de produção, de que nos não ocupamos neste instante, porque o seu estudo deve ser feito na *produção*, e não na *troca*, há, além disto, como se demonstra matematicamente, uma *destruição de riqueza*.

No volume 2.^o deste trabalho, em que trataremos a produção, será este um dos pontos a desenvolver.

CAPÍTULO VIII

O EQUILÍBRIO ECONÓMICO DA TROCA SEGUNDO PARETO (MANUEL D'ÉCONOMIE POLITIQUE)

O equilíbrio económico da troca segundo Pareto

§ 164.^o — O professor Pareto propõe-se, no seu *Manual*, construir toda a teoria do equilíbrio económico, sem se socorrer das noções de *valor, utilidade, ofelividade, etc.*

A sua nova teoria, que ele denomina *teoria da escolha* (*theorie du choix*), assenta unicamente numerário facto experimental, e a ela pode aplicar-se segundo o autor à crítica de Irving Fisher, que via o ponto fraco das doutrinas deduzidas da noção de utilidade, na impossibilidade de demonstrar que o prazer é uma quantidade.

O facto experimental, sobre que Pareto constrói a sua teoria, é o seguinte.

Se considerarmos um indivíduo qualquer e um qualquer número de mercadorias, é fácil sempre constatar *experimentalmente* que dentre as muitas combinações, que é possível fazer com essas mercadorias, trocando certas quantidades de algumas por certas quantidades de outras, o indivíduo prefere umas a outras, e entre algumas delas a escolha é-lhe indiferente.

Suponhamos, por exemplo que as mercadorias são o pão e o vinho, e que o nosso indivíduo possui um litro de vinho e um quilo de pão. Com este litro de vinho e este quilo de pão, o nosso homem vai jantar. No dia seguinte, por qualquer motivo, tem para o jantar um pouco mais de pão e um pouco menos de vinho, por exemplo, 1100 gramas de pão e 9 decilitros de vinho. No fim do jantar, comparando o prazer que teve, com o da véspera, reconhece que afinal nem ganhou nem perdeu com a modificação, isto é, que tanto prazer lhe deu um jantar como o outro. De futuro quando lhe derem a escolher entre as duas combinações — 1 litro de vinho e um quilo de pão, 9 decilitros de vinho e 1100 gramas de pão — o nosso homem responderá que nem prefere a primeira à segunda, nem a segunda à primeira, isto é, que lhe é *indiferente* ter uma ou outra. Supondo que o nosso homem repetia as suas experiências para diferentes combinações de vinho e pão, podia acontecer que, dados os seus gostos, muitas outras combinações fossem para ele equivalentes à combinação — 1 litro de vinho e 1 quilo de pão.

afirma poder deduzir desse dado de facto, sem se servir para fim algum da noção de ofelividade, toda a teoria do equilíbrio económico.

Voltemos à figura 11.

Se o nosso indivíduo, depois de ter determinado pela experiência a linha nms, isto é, de ter chegado a saber quais eram as diferentes combinações de vinho e pão que, para ele, equivaliam à combinação de 1 litro de vinho e 1 quilo de pão, se encontrasse de repente, por qualquer motivo, na posse de 1,5 litro de vinho e 1,5 quilo de pão, teria evidentemente de repetir as suas experiências para chegar a determinar uma outra série de combinações, diferentes das primeiras, e que para ele representariam a equivalência de 1,5 litro de vinho e 1,5 quilo de pão. Feito isto, o nosso indivíduo teria determinado a posição da linha rpq (fig. 11), que seria a sua linha de indiferença correspondente à nova combinação de que ele dispunha.

Repetindo a mesma operação para todas as outras combinações possíveis do vinho e do pão, que não estejam já representadas em qualquer das linhas de indiferença já determinadas, cobriremos o plano OAB de curvas de indiferença, que serão a imagem dos gostos do nosso indivíduo, relativamente ao vinho e ao pão.

§ 166.^o — Determinemos algumas das propriedades destas linhas.

Em primeiro lugar, as tangentes das linhas de indiferença formam sempre com o eixo dos x, ângulos agudos para o lado da origem, (ângulo α , figura 11), e nunca podem formar ângulos obtusos, como se, por exemplo, tivessem a forma da fig. 12.

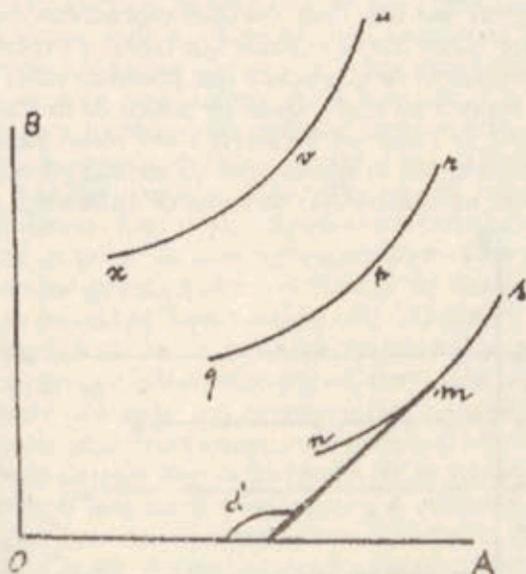


FIG. 12

A razão é porque, quando o indivíduo altera as quantidades que possui de uma e de outra mercadoria, e no entanto não melhora nem piora de situação, é porque evidentemente aumentou uma das quantidades, mas diminuiu a outra. Se o indivíduo aumentasse ou diminuísse as quantidades das duas mercadorias em seu poder, evidentemente ganhava no 1.º caso, e perdia no segundo. Quer dizer: não se conservava sobre uma linha de indiferença, porque a segunda posição, que ficava ocupando, era melhor ou pior do que a primeira. Para que o indivíduo não ganhe nem perca, é evidentemente preciso que, seja qual for a proporção em que trocou uma das mercadorias pela outra, em todo o caso as quantidades em seu poder tenham, uma delas aumentado e a outra diminuído. Ora como as quantidades das duas mercadorias são representadas pelas coordenadas de cada um dos pontos das curvas de indiferença, é forçoso que estes pontos estejam dispostos de forma que, quando aumenta a ordenada, diminua a abcissa, ou vice-versa. Numa palavra: se representarmos uma dada curva de indiferença pela equação:

$$\varphi(x,y) = C$$

a primeira derivada será sempre negativa:

$$\frac{dy}{dx} < 0$$

o que geometricamente quer dizer que o ângulo da tangente com o eixo dos x será sempre agudo (fig. 11).

Apenas desejamos fazer uma pequena restrição.

Pode acontecer que uma dada das duas mercadorias não seja ofelima para o indivíduo. Nesse caso é evidente que o prazer experimentado pelo indivíduo só dependerá da quantidade que possui da outra mercadoria, e que tanto lhe importa ter muito, como ter pouco da mercadoria não ofelima. Neste caso as linhas de indiferença são rectas paralelas ao eixo sobre o qual se marcam as quantidades da mercadoria não ofelima. Se, por exemplo, (A) não for ofelimo, as linhas de indiferença terão a forma:

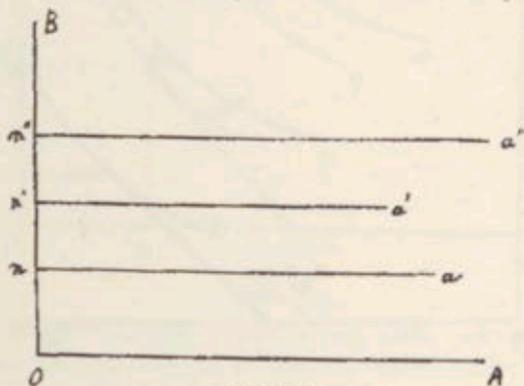


FIG. 12-A

Tanto prazer terá o indivíduo só com a posse de O_n de (B), como se, além dessa quantidade de (B), possuir na de (A), ou qualquer outra quantidade de (A). As suas linhas de indiferença serão pois na n^{a} , $n^{\text{a}}n^{\text{a}}$, ... É claro que neste caso limite, a 1.^a derivada da linha de indiferença seria:

$$\frac{dy}{dx} = 0$$

como no caso limite de ser a mercadoria (B) não ofelima, e só ofelima a mercadoria (A), isto é, de serem as linhas de indiferença paralelas ao eixo OB, a derivada seria:

$$\frac{dy}{dx} = \infty$$

Estes dois casos são simples curiosidades. As linhas de indiferença empregam-se habitualmente, quando se trata de duas mercadorias igualmente ofelimas. É por meio delas que mais tarde resolveremos o problema da troca, e é evidente que este problema não existe quando uma das mercadorias não é ofelima. Numa palavra: o estudo sobre as linhas de indiferença seria inútil se se tratasse de as aplicar aos dois casos anteriores. Só do caso geral nos ocuparemos a seguir.

§ 167.^o — Uma outra propriedade das linhas de indiferença resulta do facto geral de serem tanto menos preciosas, para um qualquer indivíduo, as unidades de qualquer coisa, quanto maior é a quantidade dessa coisa possuída pelo indivíduo. Este facto geral, do qual Walras deduz, como vimos, toda a sua teoria, tem excepções, que, de resto, lhe não destroem a rigorosa verdade: os coleccionadores, por exemplo entusiasmam-se tanto mais, quanto mais completa é a sua colecção; certos camponeses, tornados proprietários, desejam estender tanto mais os seus domínios, quanto maior vai sendo a sua extensão; finalmente os aventos desejam acumular tanto mais, quanto maior vai sendo a fortuna que possuem. Fora porém destes casos excepcionais, a ofelidade resultante da posse de uma nova unidade de uma certa coisa, vai sendo tanto menor quanto maior é o número de unidades dessa coisa já na posse do indivíduo. Daqui resulta (fig. 11) que, à medida que a abcissa vai diminuindo, isto é, à medida que se vai tornando menor a quantidade de pão que o indivíduo possui, tanto mais rápido vai sendo o crescimento da ordenada, isto é, tanto maior vai sendo a quantidade de vinho precisa para compensar, sem prejuízo, a cedência de uma nova quantidade de pão. Este facto resulta de se tornar cada vez mais precioso o pão, o que torna mais custosa a cedência de uma nova pequena porção, e ao mesmo tempo de se ir tornando cada vez menos precioso o vinho, o que diminui proporcionalmente o interesse do indivíduo em obter uma nova pequena quantidade dele. Supondo portanto que o indivíduo vai cedendo do seu pão quantidades sucessivas *iguais*

a Δx , serão cada vez maiores as quantidades de vinho Δx que lhe será preciso obter em troca, para não sofrer prejuízo, isto é, para se manter na mesma linha de indiferença.

Quer dizer: as curvas de indiferença terão a forma indicada na fig. 11, e não a forma seguinte (fig. 13)

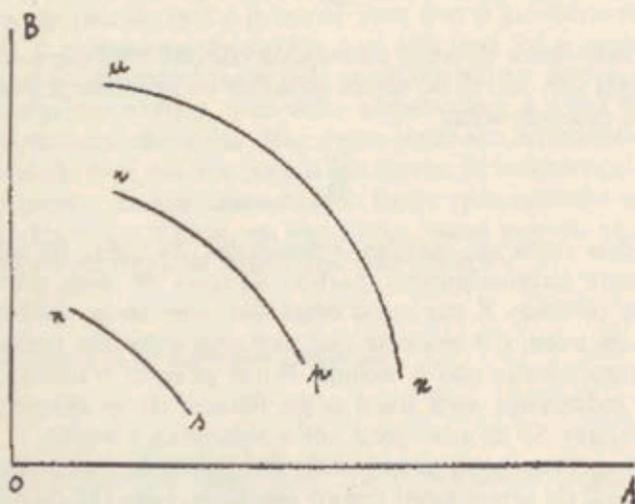


FIG. 13

Serão *convexas*, e não *côncavas* em relação aos eixos. Pela teoria da convexidade sabemos que, neste caso:

$$\frac{d^2y}{dx^2} > 0$$

§ 168.^o — Resta-nos indicar uma terceira característica das linhas de indiferença.

Acabamos de ver que dy vai aumentando à medida que x diminui. Ora este aumento é tanto maior quanto menor for x . Quer dizer: não só vão sendo cada vez maiores as quantidades variáveis de dy , precisas para contrabalançar, sem ganho nem prejuízo, a cedência de quantidades constantes dx , à medida que x vai diminuindo, como o aumento de dy é tanto mais rápido quanto mais pequeno for x . Inversamente dy não só vai diminuindo à medida que x cresce (propriedade anterior), como vai diminuindo cada vez mais devagar, isto é, o seu decréscimo é uma função decrescente de x .

Este facto traduz-se pelo sinal da 3.^a derivada que tem de ser:

$$\frac{d^3y}{d^3x} < 0$$

São estas três propriedades das curvas de indiferença, dadas pelos sinais das suas 3 derivadas:

$$\frac{dy}{dx} < 0$$

$$\frac{d^2y}{d^2x} > 0$$

$$\frac{d^3y}{d^3x} < 0$$

que lhe determinam a forma *geral*, que é a indicada na figura 11.

§ 169.^o — Podemos agora indicar uma outra propriedade, não já dos pontos da mesma linha, mas das diferentes linhas de indiferença comparadas umas com as outras.

Vimos que cada linha de indiferença é, por definição, a série de pontos do espaço, cujas coordenadas representam as diversas combinações das duas mercadorias, que são indiferentes para o indivíduo, isto é, de que ele não prefere umas a outras.

Esta mesma definição implica que entre linhas de indiferença distintas, se dá exactamente o contrário, isto é, os seus pontos corresponderão a combinações das mercadorias, que não serão indiferentes para o indivíduo, isto é., de que ele preferirá umas a outras. Por exemplo, (fig. 11), o indivíduo preferirá evidentemente encontrar-se em qualquer dos pontos da linha *rpq*, a encontrar-se em qualquer dos da linha *nms*; no primeiro caso desfrutará um prazer correspondente à posse de 1,5 litro de vinho e 1,5 quilo de pão; no segundo, um prazer correspondente à posse de um litro e um quilo daquelas duas mercadorias respectivamente. Supondo portanto que 1 litro de vinho e 1 quilo de pão não bastam para saciar o indivíduo, (caso em que a linha *nms* não teria nenhuma mais alta do que ela), o nosso indivíduo preferirá encontrar-se sobre a linha de indiferença *rpq*, a encontrar-se sobre a linha *nms*. Veremos daqui a pouco quais os meios que ele pode empregar para passar de uma linha de indiferença a outra. Por agora contentemo-nos em fixar que as diferentes linhas de indiferença com que podemos cobrir o plano *OAB*, correspondem a graus diferentes de prazer para o indivíduo.

Pareto representa esta graduação no prazer que o indivíduo encontra sobre cada uma das linhas de indiferença, dando a cada uma das combinações possíveis das duas mercadorias, índices arbitrários, mas

sujeitos às três condições seguintes: 1.^a duas combinações entre as quais a escolha é indiferente devem ter o mesmo índice; por exemplo, supusemos que as duas combinações (1 de vinho, 1 de pão) e (0,8 de vinho, 1,4 de pão) eram indiferentes para o indivíduo; estas duas combinações devem pois ser cobertas com o mesmo índice.

Esta 1.^a condição equivale a dizer que todos os pontos de uma linha de indiferença devem ter o mesmo índice, ou que as combinações com o mesmo índice pertencem todas à mesma linha de indiferença; 2.^a dentre duas combinações, a que é preferida à outra deve ter um índice maior. Por exemplo: se as diferentes combinações da linha nms fossem indicadas pelo índice 20, as combinações da linha rpq deviam ser indicadas por um índice superior a 20 (admitindo, é claro, que ao indivíduo é mais agradável ter 1,5 de vinho e 1,5 de pão, do que 1 de cada uma destas mercadorias); 3.^a se, passando da combinação I à combinação II, o homem experimenta maior diferença nos prazeres, do que passando da combinação II à combinação III, a diferença entre os índices de I e II deve ser maior do que a dos índices de II e III.

Por exemplo: se à linha nms dermos o índice 20, e à linha rpq o índice 30, e o indivíduo experimentar maior diferença de prazeres passando da primeira destas linhas para a segunda, do que passando desta para uma terceira equivalente, por exemplo, à combinação (2 de vinho, 2 de pão) (linha nvx), à linha nvx devemos dar um índice inferior a 40.

Aos índices arbitrários, mas sujeitos às três condições, que acabamos de dar, e por meio dos quais Pareto distingue as diferentes combinações das mercadorias, chama ele «índices da ofelividade», porque traduzem o prazer que experimenta um indivíduo, quando entra na posse da combinação de mercadorias, a que corresponde o índice dado.

§ 170.^o — Vamos dar uma representação concreta dos índices de ofelividade. Quem já viu uma carta topográfica sabe que os pontos que têm a mesma altura acima do nível do mar, são nela indicados por meio de *curvas de nível*. Consideremos, por exemplo, uma colina, e façamos passar virtualmente através dela, planos de secção paralelos ao plano do mar; cada um destes planos desenhará sobre a superfície exterior da colina *curvas de secção* cujos pontos terão todos a mesma altura em relação ao nível do mar. É claro que, quanto mais próximos do cume da colina forem sendo os cortes, tanto maior altura terão os pontos das respectivas curvas de secção.

A estas alturas chama-se *cotas*.

Se considerarmos cada uma das linhas de secção sobre a colina, como representando uma linha de indiferença, podemos representar pela sua *cota* o índice da ofelividade que lhe corresponde.

Precisemos melhor esta ideia.

Sobre o plano do livro, que supomos horizontal, traçamos dois eixos OA e OB, (fig. 14) e convencionamos contar sobre OA as quantidades x da mercadoria (A), e sobre OB as quantidades y da mercadoria (B).

Feita esta convenção, o ponto m corresponde, sobre o plano OAB , a um consumo de Oa de (A) e de Ob de (B).

Edgeworth, supondo que o prazer era um quantidade *teoricamente* medível, marcava sobre uma perpendicular ao plano OAB , tirada pelo ponto m , o número de unidades de prazer resultantes do consumo de Oa de (A) e de Ob de (B). Procedendo, em seguida, da mesma forma para todas as outras combinações de (A) e (B) equivalentes para o indivíduo àquela primeira combinação, isto é, para todas as outras combinações, a que correspondesse o mesmo número de unidades de prazer, determinava uma série de pontos no espaço, todos à mesma altura do plano OAB , e cuja projecção sobre aquele plano dava a linha de indiferença nms (figura 14). Supondo que o número de unidades de prazer correspondente às diversas combinações indiferentes da linha nms era, por exemplo, 3, à linha de indiferença nms dava ele um índice 3.

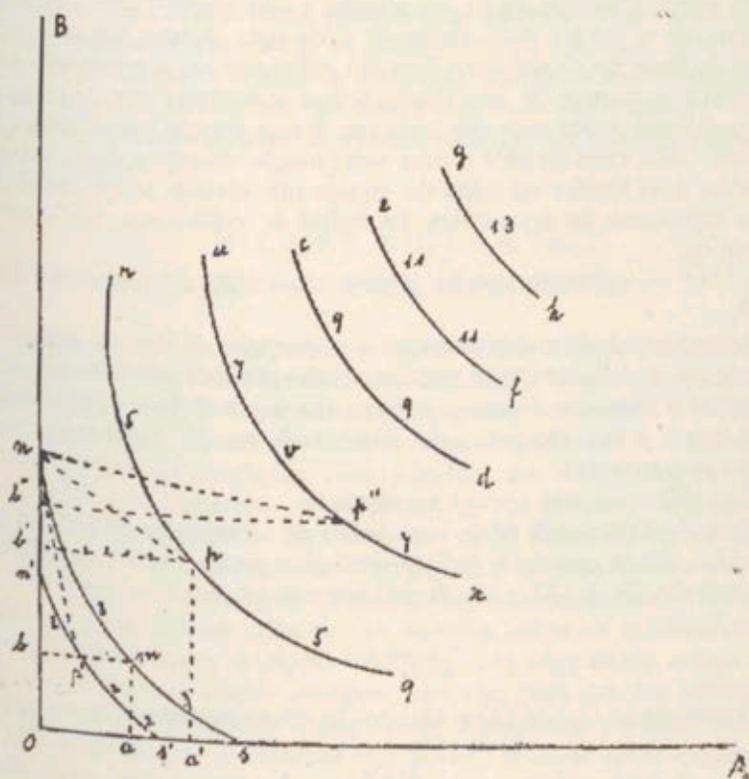


FIG. 14

Supondo que a uma outra combinação $O'a$ de (A), e Ob' de (B) correspondia um prazer igual a 5 unidades, Edgeworth, determinando todas as outras combinações de (A) e (B) donde resultava um prazer

igual a 5, obtinha uma outra linha no espaço, a uma altura do plano OAB, igual a 5, e cuja projecção sobre este plano dava a linha rpq.

Fazendo em seguida a mesma construção para todas as outras combinações indiferentes de (A) e (B), determinava a posição no espaço a alturas 7, 9, 11, 13,... do plano OAB, de todas as outras linhas de indiferença, cujas projecções sobre o plano OAB dão as linhas uvx, cd, ef, gh,...

Ao lugar geométrico de todos os pontos do espaço pertencentes às diversas linhas de indiferença, assim vistas *em relevo*, dava Edgeworth o nome de «colina do prazer». Realmente esse lugar geométrico (figura 14) parece-se com uma colina, levantada perpendicularmente sobre o plano do livro, e na qual tivéssemos feito sucessivos entalhes, a alturas diferentes, por meio de planos paralelos ao plano OAB. Esses entalhes deixariam sobre a superfície da colina, curvas de secção, que seriam *curvas de nível* em relação ao plano do livro, isto é, cujos pontos teriam todos a mesma altura em relação a este plano. Convencionando representar o prazer pela altura de cada uma dessas linhas sobre o plano do livro, se supusermos que um indivíduo vai percorrendo, um a um, todos os pontos de uma dessas linhas, é evidente que o seu prazer será o mesmo. Basta pois que cada um desses pontos, projectado sobre o plano OAB, corresponda a uma combinação diferente das duas mercadorias, para termos na linha do espaço que contem todos esses pontos, a representação geométrica das linhas de indiferença, tais como as definimos.

§ 171.^o — Voltaremos daqui a pouco, à «colina do prazer» de Edgeworth.

Por agora, desejamos frisar que a concepção de Pareto, conquanto assente na de Edgeworth, é uma generalização dela, de forma a poder dispensar a hipótese de ser o prazer uma quantidade medível. A diferença entre a sua ideia e a de Edgeworth escapa no entanto a um estudo pouco atento.

Essa diferença está apenas no seguinte:

Quando Edgeworth dá às suas linhas de indiferença os índices 3, 5, 7, 9, 11,... supõe que estes índices *medem* o prazer¹. Isto é, o indivíduo consumindo Oa de (A), e Ob de (B) tem um prazer:

$$\rho = 3$$

Consumindo Oa' de (A) e Ob' de (B), tem um prazer:

$$\rho' = 5$$

Pareto dispensa-se de fazer suposições a este respeito. Constata apenas que os prazeres resultantes de certos consumos são iguais, e que os resultantes de certos outros são diferentes, sendo uns maiores do que outros. Representa estes prazeres por índices, mas não faz destes índices

a *medida do prazer*¹. Limita-se a dar o mesmo índice às combinações que produzem o mesmo prazer, e índices maiores às que produzem prazeres maiores. Sujeita ainda os seus índices a uma terceira condição, que aliás declara não julgar indispensável, mas apenas cômoda: e é ela que, se a diferença entre dois prazeres é maior do que a diferença entre dois outros, *convém* que a diferença entre os índices dos dois primeiros seja maior do que a diferença entre os índices dos dois últimos.

Mas mesmo com estas três condições, é evidente que os sistemas de índices podem ser em número infinito, e são portanto arbitrários. Por exemplo, voltando à figura 14: suponhamos que realmente a diferença entre os prazeres correspondentes a cada uma das linhas de indiferença, aí representadas, é igual, isto é., que tanto lucra o indivíduo passando de nms para rpq, como desta para uvx, como desta para cd,... Esta suposição está de harmonia com os índices, que dêmos àquelas linhas, e que diferem todos entre si duas unidades. Segundo Edgeworth só os índices postos na fig. 14 podiam servir, visto que cada um deles marcava o número exacto de unidades de prazer correspondentes às sucessivas combinações diferentes das duas mercadorias. Segundo Pareto servia esse sistema de índices, mas serviam também estes outros, por exemplo;

$$(1, 2, 3, 4, 5, \dots), (2, 4, 6, 8, 10, \dots) \\ (3, 6, 9, 12, 15), (4, 16, 30, 42, 54, \dots)$$

e todos os outros, em número infinito, que é possível arranjar, formando séries de números apenas sujeitas às condições seguintes: 1.^a os diferentes números devem ir sucessivamente crescendo; 2.^a deve cada um deles diferir tantas unidades do anterior, quantas o seguinte difere dele. Estas duas condições correspondiam aos dois dados de facto do exemplo que tomámos, e que eram: 1.^o os prazeres resultantes das sucessivas combinações representadas pelas linhas da figura 14, eram crescentes; 2.^o esses prazeres diferiam todos igualmente uns dos outros.

É claro portanto que, querendo representar geometricamente os índices pelas alturas atribuídas às diversas linhas de indiferença, Edgeworth forma sobre o plano OAB (fig. 14) uma única colina, a que chama «colina do prazer», porque, para ele, cada um dos índices *mede* um determinado prazer. Pareto pode representar os seus índices da mesma forma, mas é evidente que poderá levantar sobre o plano OAB não uma, mas tantas colinas, quantos os sistemas de índices que lhe convier adoptar. Não poderá portanto chamar-lhes «colinas de prazer»,

¹ O estabelecimento destes indices supõem apenas a possibilidade de ordenar as diferentes combinações de prazer. O problema da medida (cardinal) do prazer ou da utilidade é assim ultrapassada.

mas sim «colinas dos índices do prazer», visto que não afirma que os índices *meçam* o prazer, mas apenas que o *representam*. É evidente, no entanto, que, *se o prazer é realmente uma quantidade medível*, um dos infinitos sistemas de índices de Pareto, dará realmente a medida do prazer, e nesse caso, a colina que lhe corresponde, será a «colina do prazer», de Edgeworth.

Mas para o afirmar, é preciso supor que se pode representar quantitativamente o prazer por um número, e a esta hipótese, indemonstrável segundo ele afirma, pretende Pareto fugir. Para isso substitui, como acabamos de ver, a «quantidade de prazer» pelo «índice do prazer», e não deixa, por isso, de construir uma teoria completa do equilíbrio económico.

É esta uma das ideias novas que Pareto veio dar com o seu Manual.

É importante tê-la presente, e veremos daqui a pouco, que, no desenvolvimento matemático da sua doutrina, Pareto não faz hipóteses sobre a medição do prazer, mas na exposição em linguagem corrente torna mais clara a ideia, o supor que os índices medem, de facto, o prazer. Por isso voltaremos à «colina do prazer» de Edgeworth, sem perder de vista que o estudo dessa colina nos leva a conclusões, que também são verdadeiras para cada uma das colinas, em número infinito, de Pareto, mas que simplesmente são mais compreensíveis quando deduzidas do estudo da «colina do prazer».

§ 172.^o — Tomemos um ponto dessa colina, o ponto *n* por exemplo, e suponhamos que esse ponto representa um indivíduo. Esse indivíduo possui *On* da mercadoria (B) e nenhuma porção da mercadoria (A). Desta posse resulta-lhe um prazer igual a 3 unidades. Vamos a ver se podemos estudar os movimentos desse indivíduo sobre a colina.

Em primeiro lugar, é evidente que o indivíduo *a* não descerá em caso algum, a não ser obrigado, e esta última hipótese está, por enquanto, excluída das nossas deduções.

O seu fito será elevar-se, tanto quanto possível, sobre a colina, isto é, passar da linha de indiferença, em que se encontra, para outras, cujo índice seja mais elevado. Se, por exemplo, lhe propuserem trocar a quantidade *nb* do seu (B) pela quantidade *Oa* de (A), o nosso indivíduo calculará mentalmente que, aceitando a troca, deixará de estar no ponto *n*, e ficará no ponto *m*. Como, por hipótese, este ponto tem o mesmo índice 3, do ponto *n*, isto é, pertence à mesma linha de indiferença, o nosso indivíduo nada lucrará nem perderá com a troca. Ser-lhe-á, portanto, *indiferente* fazê-la, ou deixar de a fazer. Mas se lhe propuserem, por exemplo, dar *nb'* do seu (B) em troca de *b'p* de (A), o nosso indivíduo verá imediatamente que, aceitando a troca, se transportará do ponto *n* para o ponto *p*. E como este último pertence à linha de indiferença *rpq*, cujo índice é 5, isto é, sobre a qual o nosso indivíduo encontra um prazer igual a 5, superior ao prazer 3, correspondente ao ponto *n*, é claro que aceitará gostosamente a proposta, e fará a troca.

Suponhamos que nb' é a unidade de (B). Nesse caso $b'p$ será o número de unidades de (A), dadas em troca de uma unidade de (B), isto é, representará o preço de (B) em (A). Suponhamos, por exemplo, que em $b'p$ há seis unidades de (A). Se o indivíduo trocou uma unidade de (B) por seis unidades de (A), é porque o preço de (B) em (A) é igual a 6.

$$p_b = \frac{b'p}{nb'} = 6$$

Suponhamos agora que as mercadorias (A) e (B) não se trocam por unidades, como temos suposto até aqui, mas sim por quantidades infinitamente pequenas.

Neste caso, quando o indivíduo que estava no ponto n , aparece no ponto p , podemos supor que ele foi trocando gradualmente, em pequenas porções, o seu (B) pelo (A) que lhe iam dando em troca, a um preço tal que a quantidade de (B) veio afinal a ser dada por ele em troca da quantidade $b'p$ de (A). Quer dizer: podemos supor que o indivíduo se transportou do ponto n ao ponto p , não de um salto, como no caso da troca se fazer por unidades, mas seguindo a linha np , ao longo da qual o indivíduo ia sucessivamente tendo menos (B) e mais (A), (porque as ordenadas dos pontos dessa linha decrescem com o aumento das abcissas), até que, no ponto p , se encontrava com menos nb' de (B) do que tinha no ponto n , e mais $b'p$ de (A), o que significa que, chegado a esse ponto, tinha efectuado a troca de de (B) por nb' de (A).

Se não perdermos de vista a nossa colina do prazer, e representarmos as duas linhas de indiferença nms , e rpq , como sendo dois cortes na superfície dessa colina a duas alturas diferentes, 3 e 5, veremos que a linha np será o caminho seguido sobre a superfície da colina, por um indivíduo que, encontrando-se na primeira linha de indiferença, no ponto n , vê proporcionar-se-lhe a ocasião de atingir a linha superior, (onde, por hipótese, o seu prazer é maior), tendo, para isso, que ir dando sucessivamente certas porções do seu (B) em troca de certas outras porções de (A), em proporção tal que, chegado ao fim do caminho, no ponto p deu afinal nb' do seu (B), e recebeu $b'p$ de (A). Esta maneira de representar uma sucessão de trocas por um caminho andado, é compreensível desde que se represente o nosso indivíduo, como não podendo dar um passo sobre a colina, sem tirar duma algibeira uma certa porção de uma mercadoria e entregá-la a outro indivíduo, recebendo deste uma outra porção de uma outra mercadoria. Desta forma, concluído o passeio, isto é, atingido o ponto p , o indivíduo terá precisamente tirado de uma algibeira e dado tantas porções do seu (B), que a sua soma perfaz a quantidade nb , e recebido em troca e metido na outra algibeira, tantas porções de (A), que a sua soma perfaz a quantidade $b'p$. Supondo que as distancias entre os diversos pontos

do caminho, que ele vai percorrendo, e os eixos OA e OB, medem sempre as quantidades das mercadorias (B) e (A), respectivamente, que o indivíduo possui nesse instante, a linha geométrica np será rigorosamente a representação da série sucessiva de posições percorridas pelo indivíduo entre os pontos n e p , isto é, poderá considerar-se o caminho por ele percorrido entre aqueles pontos.

§ 173.^o — Acabamos voluntariamente, e para maior clareza, de nos exprimir, sem rigor. O indivíduo não percorre, de facto, a linha np . Percorre uma linha, *sobre a colina*, que o leva do ponto n ao ponto p , e cuja projecção sobre o plano OAB, é a linha np . Mas tudo o que acabamos de dizer da linha projectada é rigorosamente aplicável à projectante. Daquela, passa-se para esta, dando a cada um dos seus pontos, uma terceira coordenada, a *cota*, que se obter marcando a altura de cada ponto sobre o plano OAB e representando o *prazer*, que o indivíduo nesse momento experimenta. Mas esta *cota* em nada altera a ordenada e a abcissa, e só a estas nos referimos na exposição que vimos de fazer. Introduzindo as *cotas*, a diferença está em que não devemos representar o indivíduo caminhando sobre o plano OAB, mas sim caminhando, como realmente caminha, sobre a superfície da colina erguida perpendicularmente sobre esse plano, e subindo gradualmente essa colina, à medida que se vai afastando do ponto n , e aproximando do ponto p .

A esses caminhos sobre a colina, por meio dos quais podemos representar o movimento das trocas feitas por um indivíduo, (tratando-se de duas mercadorias, e supondo que elas podem trocar-se por quantidades infinitamente pequenas), chama Pareto *atalhos* (*sentiers*)².

§ 174.^o — É evidente que estes atalhos podem ter posições muito variadas entre os eixos OA e OB, quando projectados sobre o plano OAB. Podem ter tantas posições, quantos os preços possíveis de uma mercadoria noutra, visto que a posição respectiva dos seus pontos vai dependendo da proporção em que as duas mercadorias vão sendo trocadas, isto é, do preço de qualquer delas na outra. Foi isto mesmo que tínhamos em mente, quando há pouco dissemos que o indivíduo estando em n , tinha visto «proporcionar-se-lhe a ocasião de atingir a linha de indiferença npq ». Queria isto dizer que o indivíduo tinha encontrado no mercado um preço tal de (A) em (B), que, dado esse preço, lhe era possível seguir o atalho np , isto é, aumentar de 3 a 5, o seu prazer, cedendo nb' do seu (B) e recebendo em troca $b'p$ de (A). Se o preço fosse outro, já ele não poderia seguir o atalho np . Suponhamos, por exemplo, que ele encontrava no mercado um preço tal do seu (B), que toda a quantidade em seu poder, lhe não ofereciam mais

² A expressão «atalho» sugere um caminho efectivamente percorrido num processo de troca e não simplesmente um caminho percorrido pelo cálculo mental do agente que procura afectar o seu orçamento a duas utilizações possíveis o que supõe implicitamente uma espécie de «recontrato» como o proposto por Edgeworth quando as trocas se façam a falsos-preços.

do que $b'p$ de (A). Quer dizer que o preço de (B) era tal, que o único atalho que lhe estava aberto, era o atalho np' . Mas olhando em relevo a «colina do prazer» da fig. 14, vê-se bem que esse atalho desce do ponto n , que se encontra a uma altura 3, até encontrar uma outra linha de indiferença, $n's'$, de índice 2, isto é, sobre a qual o nosso indivíduo encontraria um prazer igual a 2 em vez de um prazer igual a 3, que tinha em n . É claro que isto lhe não convém, e portanto o nosso indivíduo recusar-se-á a seguir o atalho np' , e preferirá ficar em n , isto é, retirará do mercado sem ter vendido porção alguma do seu (B), nem comprado portanto quantidade alguma de (A).

Se, ao contrário, encontrasse no mercado um preço, ainda mais alto do que supusemos na primeira hipótese, isto é, se os portadores de (A) lhe oferecessem a quantidade $b''p''$ de (A) em troca da quantidade nb'' de (B), o nosso indivíduo mais lucraria ainda, visto que, seguindo o atalho que lhe abriam em frente, até ao ponto , teria subido fortemente a colina do prazer, e atingido uma linha de indiferença, a que correspondia um prazer igual a 7, quando, no momento de iniciar as trocas, o seu prazer não ia além de 3.

É ainda indispensável dizer que os atalhos são linhas rectas, como os temos suposto até aqui, quando os preços são constantes, isto é, quando as duas mercadorias se trocam uma contra a outra, na mesma proporção, desde a primeira até à última unidade ou fracção de unidade trocada. Mas isto pode não suceder sempre, e os preços serem variáveis. Neste caso, a projecção do atalho sobre o plano OAB dará, não linhas rectas, como em fig. 14, mas curvas, cujas formas dependem evidentemente da forma de variação dos preços.

Isto não altera, de resto, nenhuma das considerações, que fizemos. Consideraremos habitualmente os preços constantes *durante cada operação de troca* (porque tal suposição não quer dizer que eles não variem de uma troca para outra), unicamente para facilitar a exposição, e porque realmente tal suposição se aproxima mais da verdade.

§ 175.^o — São estas noções que era indispensável dar sobre os atalhos e as linhas de indiferença, para poder compreender-se o que vai seguir.

Devemos porém, antes de passar adiante, justificar a hipótese que fizemos, e da qual deduzimos a concepção dos «atalhos». Essa hipótese, que também implicitamente foi aceite, ao determinar a forma das linhas de indiferença, foi a de se tratar de mercadorias susceptíveis de serem trocadas entre si por quantidades infinitamente pequenas. Mesmo sem ir ao ponto de dizer que as quantidades concretas nunca podem corresponder a um infinitamente pequeno, é evidente que muitas, se não a grande maioria das mercadorias correntes, não são susceptíveis de serem trocadas em quantidades, se não infinitamente pequenas, pelo menos tão pequenas quanto nos convenha. Ora esta última condição parece absolutamente indispensável para justificar o emprego de linhas

geométricas contínuas. «Um homem, diz Pareto, passa de um estado em que possui 10 lenços a um estado em que possui 11, e não atravessa estados intermediários em que possui 1 lenço e um centésimo de lenço, 1 lenço e um décimo de lenço, etc.». Ora, como a concepção que demos das linhas de indiferença e dos atalhos, assentou precisamente nesta última hipótese, parece dever-se concluir que nem os atalhos nem as linhas de indiferença, correspondem, na grande maioria dos casos, a coisa alguma de real, e que são meras criações do nosso espírito.

A esta possível objecção responde Pareto que a redução das variações descontínuas a variações contínuas, é lícita, porque em economia política não se estudam senão fenómenos médios e relativos a grandes números; quando se fala de um indivíduo, não é com o fim de determinar o que este indivíduo consome ou produz, mas unicamente para considerar um dos elementos de uma colectividade, e para poder totalizar em seguida o consumo e a produção dessa colectividade. Quando dizemos, por exemplo, que um indivíduo consome 1 relógio e 1 décimo, seria ridículo tomar à letra esta frase. Quer ela dizer que, por exemplo, 100 indivíduos consomem 110 relógios.

Esta maneira de falar não é, de resto, exclusiva da economia política. Quando se trata de seguros fala-se por exemplo, muitas vezes, em fracções de seres vivos: *27 seres vivos e 37 centésimos*. Não quer isto dizer que haja 37 centésimos de um ser vivo. «De resto, conclui Pareto, visto que se não trata senão de uma dificuldade técnica, os que tiverem tempo a perder que se divirtam a considerar variações finitas; depois de um trabalho fatigante e extremamente longo, chegarão a resultados que, no limite dos erros possíveis, não diferem daqueles a que se chega fácil e rapidamente, considerando variações infinitesimais, pelo menos nos casos ordinários. Nós escrevemos para procurar, de uma maneira objectiva, as relações dos fenómenos, e não para agradar aos pedantes». (Manual III, 67)

§ 176.^o — São estes os elementos sobre os atalhos e as linhas de indiferença, indispensáveis para a compreensão das condições em que o indivíduo, em face de duas únicas mercadorias, encontrará o seu ponto de equilíbrio, isto é, atingirá um máximo de ofelividade compatível com os dados do problema. É sempre este o caso abstracto, do qual se passa para o caso geral de muitos indivíduos e muitas mercadorias.

O problema reduz-se a fixar as condições que determinam o ponto de qualquer atalho, em que convém ao indivíduo parar, para atingir o máximo de ofelividade relativo às condições do problema, isto é, até onde lhe convém continuar a oferecer da sua mercadoria, ao longo de um determinado atalho.

Para não complicarmos a fig. 14, e podermos dar às linhas de indiferença e atalhos, uma disposição que torne mais visível o raciocínio, sirvamo-nos da fig. 15, em que as linhas de indiferença, de índices sucessivamente crescentes, são $t, t', t'', t''', t'''' \dots$

Evidentemente convir-lhe-á ir trocando do seu (B) por (A) enquanto as trocas, que for fazendo, lhe trouxerem vantagem, isto é, *enquanto o atalho for subindo na colina do prazer*. Convém-lhe parar no momento em que o atalho, parando de subir, recomeça a descer a colina do prazer.

Esta ideia demanda uma explicação muito clara, porque é fundamental, e toda a teoria do equilíbrio económico, exposta no Manual, assenta sobre ela.

Sigamos o atalho nm' , que o nosso indivíduo encontrou aberto diante de si, ao entrar no mercado. Esse atalho começa por *cortar*, no ponto s , a linha de indiferença t ; em seguida eleva-se forçosamente sobre a colina, porque o vemos *tocar* a linha de indiferença t' , no ponto c' ; e esta linha tem, por hipótese, um índice superior ao da linha t , isto é, encontra-se, por construção, mais alta sobre a colina do prazer, do que a linha t . Portanto, se o atalho cortou a linha t , e em seguida o vemos *tocar* a linha t' , é porque entre um e outro ponto *subiu* a colina do prazer. Continuando a segui-lo, vemos porém que volta a cortar a primeira linha t , no ponto s' ; quer dizer encontramos-lo de novo; mais baixo do que ao tocar o ponto c' . É pois evidente que o atalho começou por subir a colina, e em seguida a desceu. Trata-se de saber em que ponto atingiu a sua altura máxima, porque será esse o ponto, em que ao indivíduo convém deter-se, para obter um máximo de felicidade.

Esse ponto é evidentemente o ponto c' em que o atalho é tangente à linha de indiferença t' . Para o vermos claramente, supúnhamos que a nossa colina é oca, e que podemos virá-la de cume para baixo, de forma que, em vez de se levantar sobre o plano do livro, fique subjacente a esse plano. A sua posição em relação a ele, será exactamente a duma bacia de lavar a cara em relação ao plano da circunferência da sua borda.

Suponhamos portanto que esta bacia de lavar a cara é, por um momento, a nossa colina. As linhas de indiferença podemos traçá-las pela parte interior da bacia, sob a forma de curvas *paralelas* à circunferência da borda. Essas curvas, que podemos supor, para maior clareza, arcos de círculo, como as representámos na fig. 15, ir-se-ão, cada vez mais, afastando do plano que passa pela circunferência das bordas da bacia, e ao mesmo tempo diminuindo de raio, até ser atingido o ponto matemático que fosse rigorosamente o ponto mais baixo da bacia, equivalente ao cume da colina do prazer.

Feito isto, façamos partir de uma das bordas da bacia, e percorrendo o seu fundo, uma linha que projectada sobre o plano da circunferência da borda, dê a recta nm' e que, portanto, deverá voltar a atingir a borda da bacia no ponto m' , depois de a ter percorrido interiormente. É evidente que, enquanto esta linha for cortando os arcos de círculo e for tangente a um deles, deixou de descer, e é desse momento em diante que recomeça a subir. É esse o ponto mais baixo do seu trajecto, e é nesse ponto que se deteria, por exemplo, um grão de chumbo que deixássemos cair ao longo da bacia, sobre um sulco partindo de uma borda

e voltando à outra, que nela previamente tivéssemos feito. Esse ponto mais baixo do atalho percorrendo o fundo da bacia, é o ponto mais *alto* do mesmo atalho, se voltarmos a fazê-lo percorrer a superfície externa da nossa colina do prazer, erguida perpendicularmente sobre o plano do livro (fig. 15). Sendo o ponto mais alto desse atalho, é nele que quer-se deter-se. O equilíbrio, ao longo de um atalho, é pois determinado pela tangência desse atalho com uma linha de indiferença.

§ 177.^o — Pelas mesmas considerações, se os preços encontrados pelo indivíduo fossem outros, isto é, se ele tivesse podido seguir quaisquer dos outros atalhos nm'' , nm''' ,..., os seus pontos de equilíbrio seriam os pontos c'' , c''' ,... ou, para falar com rigor, seriam os pontos sobre a colina do prazer que se projectavam em c'' , c''' ,... sobre o plano do papel.

A linha, que une os diversos pontos c' , c'' , c''' , ..., cada um dos quais é um ponto de equilíbrio para um determinado indivíduo, conforme o atalho por ele seguido, chama Pareto -linha das trocas- (*ligne des échanges*). Esta linha é, portanto, uma série de pontos sobre a colina do prazer, cada um dos quais representa um -máximo relativo de ofelividade- para o indivíduo. Esta expressão : -máximo relativo- pode não ser compreensível à primeira leitura. O seu significado é, no entanto, muito simples: o ponto c' representa um máximo de ofelividade quando o atalho percorrido seja nm' ; mas se o atalho for nm'' , esse máximo é dado pelo ponto c'' , e este máximo relativo é, em absoluto, superior ao máximo c' , visto que, por hipótese, a linha de indiferença t'' tem um índice superior ao da linha t' . Quer dizer que, mudando o preço, mudará o máximo de ofelividade que o indivíduo pode atingir; é evidente que, quanto mais caro fosse comprado o seu (B) ao nosso portador desta mercadoria, isto é, quanto menos inclinados sobre o eixo OA forem sendo os atalhos que lhe são abertos, tanto maior será o prazer total que esse indivíduo poderá obter, porque maior quantidade de (A) poderá alcançar, sem maior sacrifício de (B).

O *máximo dos máximos* (*maximum maximorum*) seria atingido no cume da colina (ponto C, fig. 15).

Neste ponto o nosso indivíduo satisfaria inteiramente as suas -necessidades das duas mercadorias (A) e (B). Quer dizer que, possuindo respectivamente destas duas mercadorias, as quantidades Oa e Ob , o nosso indivíduo se consideraria saciado. Uma nova porção de qualquer das duas mercadorias não aumentaria, portanto, o seu prazer, isto é, a sua colina não teria nenhum ponto, cuja projecção sobre o plano OAB ocupasse posição mais afastada dos dois eixos, do que o ponto C.

É claro que, no exemplo que demos, seria preciso que o nosso indivíduo tivesse podido seguir o atalho nC para poder, do ponto n , atingir o cume da colina, supondo este colocado em C. Isto ser-lhe-ia impossível, a não serem gratuitas as duas mercadorias (A) e (B), único caso em que poderia ir aumentando simultaneamente as quantidades de ambas as mercadorias em seu poder, e portanto seguindo um atalho

que o afastava simultaneamente dos dois eixos. Mas entre duas mercadorias gratuitas, não há que estudar o fenómeno da troca, nem as coisas gratuitas dão origem a problemas económicos. O que dissemos, é evidentemente para o caso de se tratar de duas mercadorias tendo, uma na outra, um preço qualquer. Neste caso, os atalhos seguidos pelo indivíduo, a partir do ponto n , têm forçosamente de se aproximar do eixo OA . No limite, o atalho será paralelo a este eixo, se a mercadoria (A) se tornar gratuita, porque neste caso o nosso indivíduo poderá aumentar indefinidamente a quantidade de (A) em seu poder, sem ter de ceder qualquer porção do seu (B). Só tornando-se (B) também gratuito, é que o atalho poderá começar a subir. Mas, em geral (se (A) e (B) tiverem ambas preço), os atalhos partidos de n , aproximar-se-ão do eixo OA , e nunca um indivíduo partido desse ponto poderia, portanto, atingir o cume da colina, máximo dos máximos da ofelimidade, *supondo esse ponto colocado, em relação a n , na posição do ponto C*.

É claro que se o indivíduo possuísse, por exemplo, On' de (B) e o ponto C estivesse onde está, nada impedia que o indivíduo atingisse esse ponto.

§ 178.^o — Antes de passar adiante, é-nos preciso fazer duas restrições a uma afirmativa que conscientemente fizemos de uma maneira absoluta, unicamente para não embrulhar o assunto, já de si bastante abstracto e complexo. Essa afirmativa foi que, seguindo qualquer atalho, o indivíduo encontrava o equilíbrio no ponto em que esse atalho fosse tangente a uma linha de indiferença.

Esta proposição é verdadeira, mas precisaria ser aditada da seguinte maneira: «quando o atalho seguido seja tangente a qualquer linha de indiferença, e quando na mão do indivíduo estiver o segui-lo até onde lhe convenha».

Pode realmente acontecer que um determinado atalho não chegue a ser tangente a qualquer linha de indiferença (fig. 16).

Por exemplo, suponhamos que as linhas de indiferença têm esta forma especial, o que acontece sempre que o valor da mercadoria (B) seja muito pequeno em relação ao da mercadoria (A), porque neste caso, os aumentos de (B) teriam pouca importância em face de uma determinada quantidade possuída de (A). Por isso, as linhas de indiferença teriam pequena curvatura, e se ergueriam quase como se fossem rectas perpendiculares ao eixo OA (este caso seria o limite e equivaleria ao de (B) não ter absolutamente nenhuma ofelimidade). Se, em tal caso, ao possuidor de On de (B) se oferecesse a ocasião de seguir o atalho np , isto é, lhe oferecessem pelo seu (B) um preço muito elevado em (A), (tão elevado que pelo seu On de (B) lhe davam Op de (A)), o nosso indivíduo evidentemente ofereceria *todo o seu* (B). Isto é, o seu ponto de equilíbrio estaria no ponto p , em que o atalho encontrava o eixo OA . Nem neste caso, o indivíduo teria podido deter-se no ponto de tangência entre o atalho e uma linha de indiferença, porque este ponto de tangên-

cia não existia, como mostra a figura. A primeira das restrições, que pusemos, está pois explicada: *o indivíduo deter-se-ia no ponto de tangência, quando esse ponto de tangência existia, o que nem sempre sucede.*

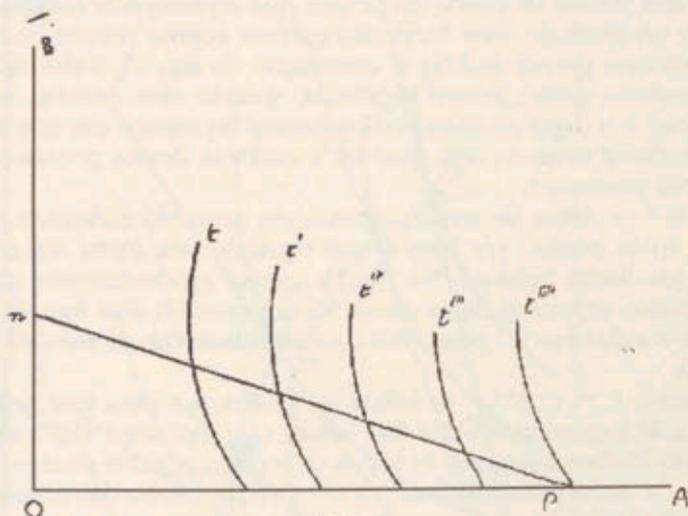


FIG. 16

Ainda pusemos outra restrição: «quando, existindo o ponto de tangência, o indivíduo poder segui-lo até onde quiser». Esta restrição é também fácil de compreender. Voltemos à fig. 15. Suponhamos que o portador de On de (B) ia seguindo o atalho nm' ; isto é, que ia trocando o seu (B) por (A), na proporção indicada pela inclinação desse atalho. O seu desejo seria atingir o ponto c'' , porque era nesse ponto, conforme vimos, que ele atingiria o máximo de ofelimidade relativo ao preço estabelecido. Mas para ele poder atingir o ponto c'' , era evidentemente preciso que um outro indivíduo quisesse dar-lhe, ou ele pudesse obrigá-lo a dar-lhe, em troca da quantidade nn'' do seu (B), a quantidade $n''t''$ de (A). Qualquer desta hipóteses pode não se dar. O indivíduo pode, por exemplo, não encontrar, àquele preço, quem esteja disposto a ceder-lhe mais do que a quantidade $n''h$ de (A) em troca de nn''' do seu (B). Nesse caso, o indivíduo não poderá passar além do ponto h , isto é, neste ponto os seus gostos que tendiam a levá-lo mais longe, são contrabalançados pelos obstáculos que se lhe opõem. O ponto h será um ponto de equilíbrio, e nele ainda o indivíduo obterá um máximo de ofelimidade, compatível com as restantes condições do problema³.

³ O estatuto deste equilíbrio sob restrição quantitativa, determinado pelo lado curto do «mercado», como consequência do facto do preço dado ser um preço *falso-preço*, i.e. diferente do preço de equilíbrio, não parece inteiramente justificado no quadro da hipótese suposta da concorrência perfeita.

Aos pontos p (fig. 16) e h (fig. 15), chama Pareto «pontos terminais» (points terminaux).

Evidentemente, visto que a «linha das trocas», a que nos referimos, é a série dos pontos da colina do prazer, que representam máximos relativos de ofelividade, essa linha não contém apenas pontos de tangência, conforme parece indicar a construção da fig. 15 (linha $c\hat{c}'t''...$). Pode também conter *pontos terminais*, quando eles existam. A «linha das trocas» é o lugar geométrico dos pontos do espaço em que ao indivíduo convém deter-se, seja qual for a natureza desses pontos (de tangência ou terminais).

§ 179.^o — Antes de introduzir-mos um segundo indivíduo no problema, é-nos preciso ver bem a que equivale esta *linha das trocas*, e qual a sua forma habitual. Na fig. 15 apenas incidentalmente traçamos um pequeno segmento dessa curva. Vamos concluir esse traçado.

Seja o indivíduo (1) possuidor da quantidade Om da mercadoria (A) (fig. 17).

Sejam $t, t', t'', t''', t''''...$ as linhas de indiferença para esse indivíduo, relativas às mercadorias (A) e (B). Sejam $mp, mp', mp'', mp''', mp''''...$ diferentes atalhos tangentes às linhas de indiferença nos pontos $c, c', c'', c''', c''''...$. A linha pontuada $mcc', c'', c''', c''''...$ é a linha das trocas para o indivíduo (1).

A construção da fig. 17 supõe, é claro, que ao longo de cada atalho, o indivíduo vai até onde lhe apraz, isto é que encontra sempre, seja qual for o preço, tanta quantidade da mercadoria (B), quanta lhe convém comprar, a esse preço. É por isso que a sua linha das trocas é definida, na fig. 17, apenas por pontos de tangência. Acabámos, é certo, de ver que a linha das trocas pode conter também pontos terminais, o que sucede sempre que, ao longo de qualquer atalho, o indivíduo não encontra quem lhe ofereça tanta mercadoria quanta, a esse preço, lhe convinha obter, caso em que não chega a atingir o ponto de tangência desse atalho, e tem de parar antes dele. Parece, por isto, que a linha das trocas pode ter as formas mais complicadas, em nada se parecendo com a forma indicada em fig. 17.

Na realidade não é assim, e a linha das trocas, mesmo quando passa por pontos terminais, tem uma forma sempre semelhante à indicada em fig. 17. Adiante veremos porquê. Por agora devemos ver se, para o caso da fig. 17 (o da linha das trocas só conter pontos de tangência), a forma que lhe dêmos nessa figura é puramente acidental, e apenas dependente da disposição especial que nessa figura têm as linhas de indiferença, ou se, ao contrário, é essa a sua forma vulgar. Para isso vejamos a que equivale a nossa linha de trocas.

§ 180.^o — Consideremos, por exemplo, o seu ponto c' . A ordenada deste ponto $c'm'$, representa a quantidade de (B) *pedida* pelo indivíduo (1) em troca da quantidade $m'm$, por ele oferecida, da mercadoria (A). Quer dizer: o indivíduo (1), chegado ao ponto c' , do atalho mp' , *pediu* a quantidade $c'm'$ de (B), e ofereceu a quantidade $m'm$ de (A).

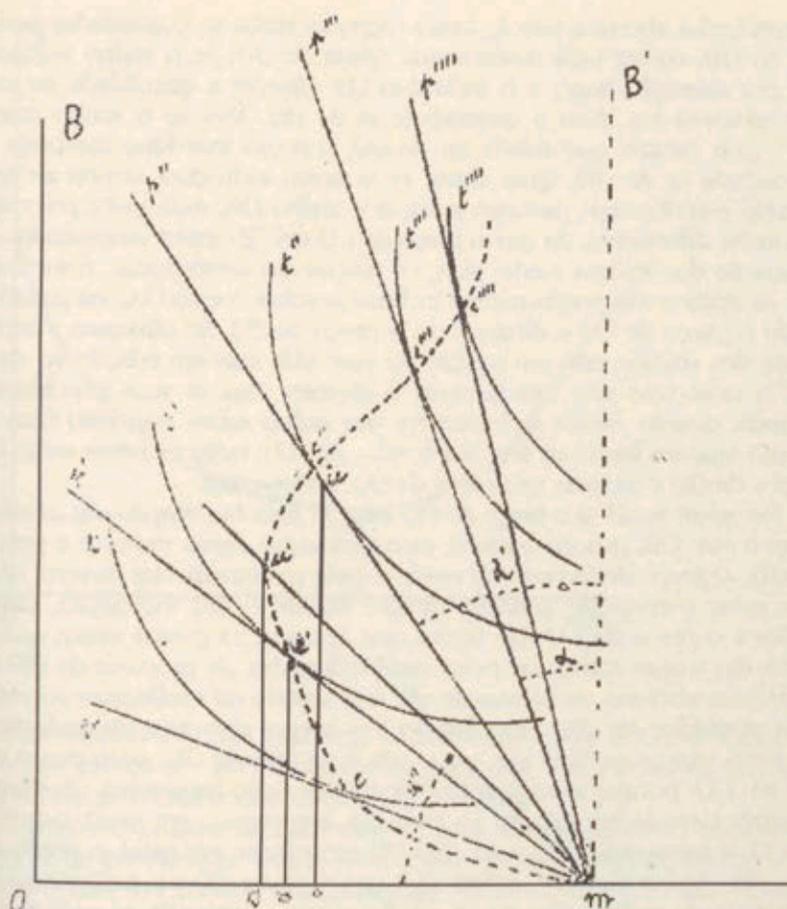


FIG. 17

Estas duas quantidades dependem, é claro, da inclinação do atalho seguido, porque, se outro fosse o atalho, outras seriam as quantidades pedidas de (B) e oferecidas de (A); por exemplo, nos pontos c'' , c''' ,... Em todo o caso, a nossa linha das trocas dá-nos pelas suas ordenadas as procuras de (B), e pelas suas abscissas as quantidades de (A) que ficam em poder do possuidor da quantidade Om desta mercadoria, depois da troca por ele realizada. (Quer dizer que as abscissas correspondentes aos diferentes pontos da curva são sempre iguais às diferenças entre a constante Om , e as ofertas de (A), correspondentes a esse ponto). Poderíamos portanto chamar à curva das trocas: *curva da procura e da oferta, em função da inclinação do atalho seguido*.

É preciso ver o que significa esta inclinação. Quanto mais inclinado for um atalho sobre o eixo OA , isto é, quanto menor for o ângulo por ele feito com esse eixo, tanto menores serão as ordenadas correspondentes a

determinadas abcissas, isto é., tanto menores serão as quantidades *pedidas* de (B), contra uma determinada *oferta* de (A). Se o atalho seguido for, por exemplo, mp' , e o indivíduo (1) *oferecer* a quantidade mr de (A), *receberá* em troca a quantidade rs de (B). Mas se o atalho fosse mp'' , pela mesma quantidade mr de (A), o nosso indivíduo receberia a quantidade ur de (B). Quer dizer: se o nosso indivíduo, depois de ter seguido o atalho mp' , passasse a seguir o atalho OB, diria *que o preço de (B) tinha diminuído, ou que o preço de (A) em (B) tinha aumentado*. A inclinação dos atalhos mede, pois, os preços das mercadorias. À medida que os atalhos vão sendo menos inclinados sobre o eixo OA, vai aumentando o preço de (A) e diminuindo o preço de (B). Se olharmos a inclinação dos atalhos, não em relação ao eixo OA, mas em relação ao eixo OB, o raciocínio será exactamente o mesmo, mas as suas conclusões inversas: quanto *menos* inclinado for um atalho sobre esse eixo (isto é quanto maiores forem os ângulos α, α', \dots fig. 17), tanto menores serão os preços de (B) e maiores os preços de (A), e vice-versa.

Em geral mede-se o preço de (B) em (A) pela inclinação dos atalhos sobre o eixo OB; quanto maior é essa inclinação, tanto maior é o preço de (B). O preço de (A) em (B) mede-se pela inclinação dos mesmos atalhos sobre o eixo OA; também quanto maior é essa inclinação, tanto maior é o preço de (A). De forma que, quando há pouco vimos que a curva das trocas nos dava, pelas suas ordenadas, as procuras de (B) e, pelas suas abcissas, as ofertas de (A) *-em função da inclinação dos atalhos-* podíamos ter dito: *-em função dos preços das duas mercadorias-*.

Estes preços podiam ser, ou o preço de (A) em (B), ou o preço de (B) em (A), porque a inclinação dos atalhos tanto representa um como o outro: tomada em relação ao eixo OA, representa, em geral, o preço de (A); tomada em relação ao eixo OB representa, em geral, o preço de (B). Mas habitualmente *refere-se* a procura de (B) ao preço de (B) representado pela inclinação do atalho sobre o eixo OB, e a oferta de (A) ao preço de (A) representado pela inclinação do mesmo atalho sobre o eixo OA. Quer dizer: habitualmente estuda-se e considera-se a relação entre as ordenadas da curva $mcc'c''c''' \dots$ e a inclinação dos diversos atalhos mp, mp', mp'', \dots sobre o eixo OB, isto é, estuda-se a procura diferenciais (B) em função do preço de (B), e ao mesmo tempo considera-se a relação entre as abcissas da mesma curva e a inclinação dos mesmos atalhos sobre o eixo OA, isto é, estuda-se a oferta de (A) em função do preço de (A).

§ 181.^o — Desta forma, a curva das trocas da fig. 17 é *-curva da procura de (B) em função do preço de (B)-* e *-curva da oferta de (A) em função do preço de (A)-*. Se tivéssemos considerado um indivíduo possuidor, não da quantidade om de (A), mas sim de on de (B) (fig. 18) a curva das trocas teria a forma af indicada, e seria *-curva da procura de (A) em função do preço de (A)-* e *-curva da oferta de (B) em função do preço de (B)-*.

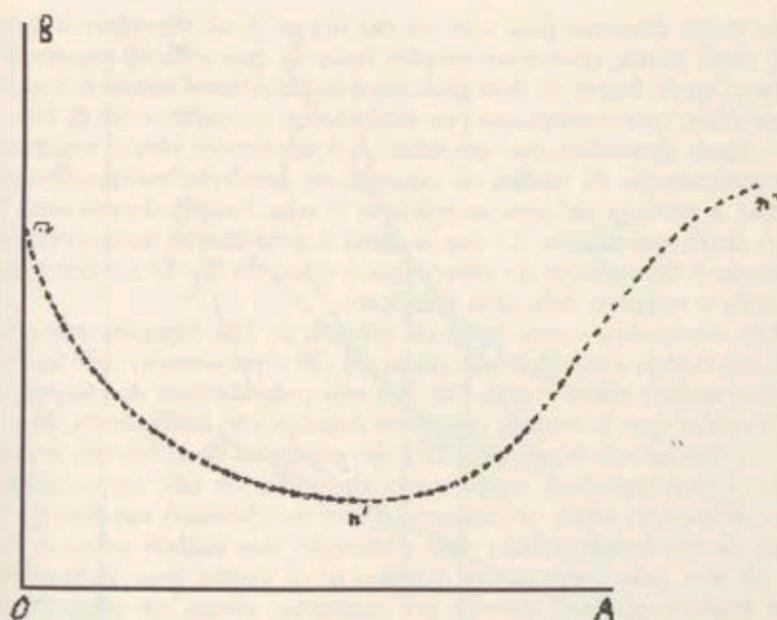


FIG. 18

Estabelecemos, desta maneira, uma relação entre a «curva das trocas», que parecia ser inteiramente nova para nós, e as curvas da oferta e da procura já nossas conhecidas desde o capítulo VI.

É preciso, no entanto, notar que a curva das trocas não é bem nem a «curva da procura» de Walras nem a sua «curva de oferta». Essas duas curvas eram para Walras, absolutamente distintas, ao passo que Pareto encontrou maneira de as juntar em uma só curva, referindo as ordenadas, não às abscissas tomadas como preços, mas à inclinação dos atalhos sobre um dos eixos, o que lhe permite referir as abscissas à inclinação dos mesmos atalhos sobre o outro eixo. Desta forma dá-nos na mesma curva, a procura de uma das mercadorias e a oferta da outra, isto é, consegue representar por uma só curva o movimento das trocas feitas pelo indivíduo, em função dos diferentes preços possíveis de uma mercadoria na outra.

A curva da fig. 17 não é pois, nem a curva da procura nem a curva da oferta, de Walras. Mas representa simultaneamente a procura de uma mercadoria e a oferta da outra, e o seu traçado tem, por isso, de obedecer, para que ela possa realmente representar o movimento das trocas feitas por um indivíduo, aos princípios que relacionam a procura e a oferta com os preços. Quer dizer: a forma que a curva apresenta em figuras 17 e 18 não é puramente acidental e relativa à disposição das curvas de indiferença, que podia ser outra, donde resultasse uma

forma muito diferente para a curva das trocas; é, ao contrário, a forma geral desta curva, com duas simples reservas que adiante exporemos. De facto quais foram os dois princípios fundamentais relativos à oferta e à procura, que começámos por estabelecer, no capítulo VI §§ 108.^o e 112.^o como generalizações empíricas, e que depois vimos resultarem matematicamente da análise da equação de satisfação máxima? Foram: 1.^o que a procura de uma mercadoria é uma função decrescente do preço dessa mercadoria; 2.^o que a oferta é uma função sucessivamente crescente e decrescente do preço. Ora a curva da fig. 17 foi construída de forma a respeitar estes dois princípios.

Considerando-a como curva da procura de (B), representada pelas suas ordenadas, em função do preço de (B) representado pela inclinação dos atalhos sobre o eixo OB, (ou seja pela abertura dos ângulos α e α') vemos que à medida que estes ângulos vão diminuindo, isto é., que vai diminuindo o preço de (B), as ordenadas da curva vão aumentando. Considerando-a como curva da oferta de (A), (representada pelas diferenças entre a constante O_m e as abcissas) em função do preço de (A) (representado pela inclinação dos atalhos sobre o eixo OA, ou seja pela abertura dos ângulos α' ..), vemos que, aumentando estes ângulos, a oferta começa por aumentar, atinge um máximo, em que é igual a mr' , e começa depois a decrescer. A curva da fig. 17, quer como curva de procura, quer como curva da oferta, está pois em harmonia com os dois princípios fundamentais, assentes experimentalmente, e confirmados pela dedução matemática, que regulam as relações entre a oferta, a procura, e os preços.

§ 182.^o — Foi, tendo em vista estes princípios, que dispusemos em fig. 17, as curvas de indiferença, de maneira tal, que, a supor a linha das trocas como sendo toda determinada por pontos de tangência entre atalhos e curvas, ela pudesse ter a forma que lhe demos. É evidente que as curvas de indiferença podem ter muitas outras formas e disposições, que tornariam impossível a construção de uma curva, com forma semelhante à da linha das trocas da fig. 17, se esta curva tivesse sempre de passar apenas por pontos de tangência entre atalhos e linhas de indiferença. Mas isto não se dá, porque a linha das trocas não é senão o lugar geométrico de todos os pontos em que o individuo se detém no movimento das trocas, *dadas as condições do problema*; ora estas condições podem ser tais que o individuo tenha de deter-se, ao longo de qualquer atalho, não em pontos de tangência, que podem mesmo nem sempre existir, mas em qualquer ponto do atalho, que será, na frase de Pareto, um «ponto terminal». Pode, por exemplo, a linha das trocas ser determinada como em fig. 19:

Ao longo dos atalhos mp' e mp'' , o individuo pôde atingir pontos de tangência; mas ao longo do atalho mp'' , não encontrou, por hipótese, quem, a tal preço, estivesse disposto a acompanhá-lo até c''' , isto é, a trocar com ele $c'''m'''$ de (B) contra mm'' do seu (A). Teve de con-

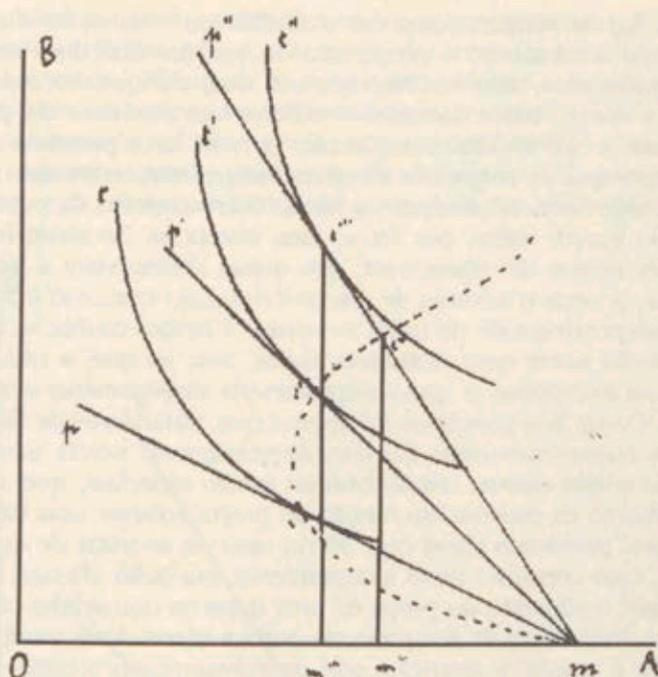


FIG. 19

tentar-se em obter $c''m''$ de (B) em troca de i'' do seu (A). O ponto c'' foi um *ponto terminal*, pelo qual passou a linha das trocas. O importante é fixar que, quer esta passe apenas por pontos de tangência, quer passe também por pontos terminais, a sua forma deve ser sempre semelhante à indicada em figuras 17 e 18.

§ 183.^o — Dissemos que exporíamos duas reservas a fazer. A primeira é a seguinte: no capítulo anterior, vimos que, quando se trata de duas mercadorias, cujo consumo não é independente, o aumento do preço de uma delas na outra, pode ter, como primeiro efeito, o de fazer aumentar o seu consumo em vez de o fazer diminuir. É claro portanto que, quando isto se dê, isto é, quando os consumos de (A) e (B) forem dependentes, a curva das trocas *poderá não ter* a forma que lhe atribuímos. E dizemos *poderá não ter*, porque é preciso notar bem que não basta tratar-se de duas mercadorias de consumos dependentes, para que o aumento do preço de uma delas produza *necessariamente* um acréscimo da sua procura. É possível que esta ideia errada tivesse resultado da leitura do capítulo anterior. Se assim foi, é preciso corrigi-la. Na análise que fizemos no capítulo anterior, supusemos duas mercadorias únicas, abstractamente isoladas do mundo económico, e vimos que, dando-se entre os respectivos consumos uma relação muito espe-

cial (a de ser constante a soma das unidades consumidas das duas mercadorias), e aumentando o preço, não de qualquer das duas mercadorias consideradas, mas exclusivamente daquela que considerámos inferior à outra, desse aumento resultava um aumento da procura. Quer dizer: a nossa demonstração não provou, nem pretendia provar, que *sempre que os consumos de duas mercadorias estivessem ligados por uma dependência qualquer*, a lei do decrescimento da procura em função do preço, sofria, por força, uma excepção. Se assim fosse, as excepções seriam tão numerosas, que quase abrangeriam a totalidade dos casos, porque o número de mercadorias, cujo consumo é absolutamente independente do de todas as outras, é muito restrito, se algumas há que estão nesse caso. Teríamos, assim, uma lei que, a cada passo, encontraria excepções, o que comprometeria singularmente a sua estabilidade. O que nós provámos foi apenas que, tratando-se de duas mercadorias cujos consumos fossem dependentes, podia acontecer, *dando-se várias outras circunstâncias muito especiais*, que a lei do decrescimento da procura em função do preço, sofresse uma excepção. Quer dizer: provámos afinal que, só no caso de se tratar de duas mercadorias, cujo consumo fosse independente, era lícito afirmar, *sem restrições*, que o aumento do preço de uma delas na outra tinha por efeito forçado a diminuição da sua procura contra a oferta dessa outra.

É esta a primeira restrição que desejávamos apresentar relativamente às nossas «curvas da troca». Como curvas de procura a sua forma é *sempre semelbante* à indicada em fig. 17 e 18, *quando os consumos das duas mercadorias (A) e (B) sejam independentes entre si*. Quando o não sejam, *pode essa forma ser diferente, e nada de absoluto pode enunciar-se a tal respeito*.

Esta restrição diz respeito à curva das trocas, tomada como *curva de procura*.

A segunda restrição que vamos apresentar, diz-lhe respeito, considerando-a como *curva de oferta*.

§ 184.º — Esta segunda restrição é a seguinte.

No capítulo VI §§ 111.º e 112.º vimos que, assente a lei do decrescimento da procura em função do preço, dela resultava necessariamente a lei do crescimento e decrescimento sucessivos da oferta, também em função do preço. Quer dizer: se em fig. 17 e 18, as ordenadas da curva das trocas devem, de facto, aumentar à medida que diminui a inclinação dos atalhos sobre o eixo OB, isto é., que diminui o preço de (B), as abcissas, contadas para a esquerda do ponto m, e representando as ofertas de (A), devem aumentar com o aumento dos ângulos feitos pelos atalhos com o eixo OA, isto é., com o preço de (A), até um certo limite r' , depois do qual devem começar a decrescer. Numa palavra a curva das trocas deve ter um ponto de inflexão.

Mas *na prática* parece que tal não acontece, a não ser para o trabalho. Para este, não há a menor dúvida de que, em todos os países civi-

lizados, o aumento dos salários teve por consequência a diminuição das horas de trabalho, isto é, o aumento do preço do trabalho fez diminuir a sua oferta. Mas para as outras mercadorias constata-se, quase sempre, que a sua oferta vai aumentando com o preço. Quer dizer: só quando se trata do trabalho, verificamos pela observação concreta, que a curva das trocas tem o ponto de inflexão u' (fig. 17); para as outras mercadorias, a forma que a experiência nos dá é a indicada na fig. 20:

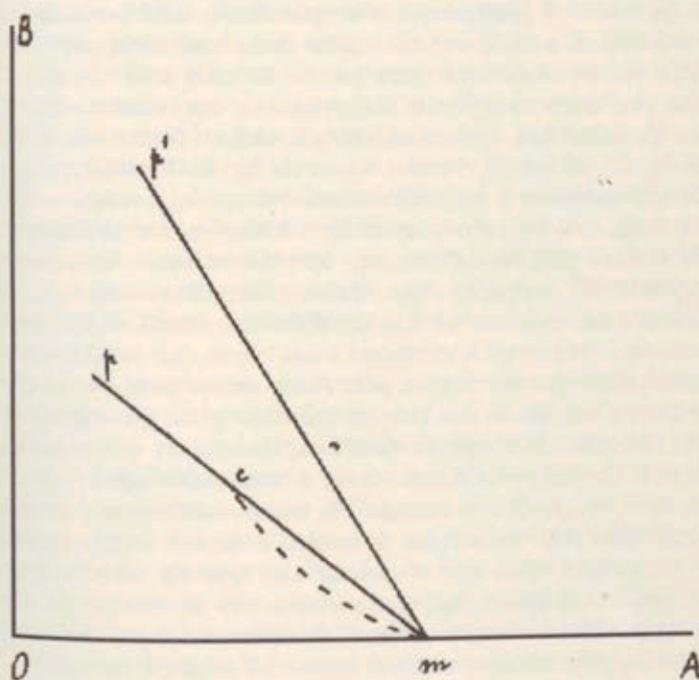


FIG. 20

A este respeito devemos observar o seguinte: o facto de *praticamente* encontrarmos uma forma da linha das trocas, diferente da que lhe dêmos em fig. 17, não basta para provar que deve ser essa e não esta a forma real dessa curva. Em primeiro lugar, as observações são sempre muito limitadas, porque *praticamente* os preços de qualquer mercadoria não vão nunca além de um certo limite. É unicamente dentro deste, que observámos ter a curva das trocas a forma da fig. 20, isto é, que vemos a oferta aumentar sempre, enquanto o preço aumenta. Nada nos prova que, se o preço continuasse a aumentar, a oferta não começasse, por sua vez, a diminuir. A experiência diz-nos que aumentando o preço de (A) até ser expresso pela inclinação do atalho mp sobre o eixo OA , (fig. 20), a oferta foi sempre aumentando. Mas não nos diz que, se o preço aumentasse

ainda, e chegasse a ser expresso pela inclinação do atalho mp' , a oferta não passaria a decrescer. Acresce uma circunstância importante: é que, *praticamente*, não é possível observar a lei da oferta na troca simples; o que se observa é a lei da oferta *na produção*. Se fosse possível isolar do mundo económico um certo número de indivíduos, um dos quais possuísse uma certa quantidade de certa mercadoria, *ofelima para ele e para os outros*, quantidade esta que o seu possuidor não pudesse em caso algum aumentar, isto é, de que obtivesse uma quantidade constante em cada período sucessivo, e puséssemos este indivíduo a fazer permutas com os outros indivíduos, a cada um dos quais daria uma certa porção da sua mercadoria em troca de uma outra porção de cada uma das mercadorias possuídas por esses indivíduos, observaríamos com certeza que a curva da oferta do indivíduo, que considerámos, tinha a forma que lhe atribuímos em fig. 17, 18 ou 19, e não a forma da fig. 20. Realmente, quando o preço da sua mercadoria nas outras, fosse crescendo, o nosso indivíduo ia obtendo cada vez maiores quantidades dessas outras mercadorias, em troca da mesma porção da sua. Isto levava-o a aumentar a sua oferta. Mas, continuando sempre o preço da sua mercadoria a crescer, chegava um momento em que era tal a quantidade das outras mercadorias, que ele obteria se continuasse a aumentar a sua oferta, que as últimas porções das mercadorias, que ele obteria pela troca, seriam para ele menos ofelimas do que as últimas da sua própria mercadoria, de que ele teria de privar-se. Em virtude da condição de satisfação máxima, o nosso indivíduo deixava pois de aumentar a sua oferta, e mantinha-a igual à do período anterior. Se o preço da sua mercadoria continuasse ainda a aumentar, o nosso indivíduo não se limitaria a manter a mesma oferta; começaria a diminuí-la, porque eram tais as quantidades que ele obtinha das outras mercadorias, em troca da sua, que passavam as últimas porções por ele cedidas desta última, a tornar-se-lhe mais ofelimas do que as últimas obtidas das outras mercadorias, o que o levava a diminuir a sua oferta.

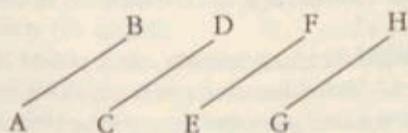
É claro que todas estas operações *seriam feitas em períodos sucessivos*, a cada um dos quais corresponderia um preço diferente da mercadoria oferecida, preço que supusemos ir constantemente aumentando.

Simplemente *na prática*, não é possível isolar este caso teórico, que aliás sempre pusemos como tal, sem nunca termos pretendido dar-lhe foros de facto concreto. Na prática, quem nós encontramos *oferecendo* mercadorias é, em geral, directa ou indirectamente, o seu *produtor*. Ora o produtor não regula os seus actos pelos mesmos princípios, a que obedece o simples detentor que apenas procura obter um máximo de ofelividade, na troca que realiza. Já o dissemos: os princípios, a que obedecem os movimentos do *produtor* são muito diferentes daqueles a que obedece o simples consumidor. O produtor busca, em geral, alcançar um ganho máximo, representado, não em ofelividades directas, mas em numerário. A mercadoria que ele produz e *oferece*, não lhe é, em geral, directamente ofelima, ou se o é, a quantidade de que ele dispõe,

excede tanto a que ele precisa, que essa ofelividade se reduz praticamente a zero. De resto, está, em geral, na sua mão, aumentar, pelo menos dentro de certos limites, a quantidade total que produz e oferece. Quando portanto, o seu lucro aumentar, isto é, quando o preço da mercadoria subir, o produtor não deixará de aumentar a sua produção, e quando ele o não faça, outros empresários virão fazer-lhe concorrência. Por todas as formas, a oferta aumentará. Mas é evidente que se não tratará, neste caso, de uma simples oferta *no caso da troca*, única que estamos estudando. Será a oferta *na produção*. A curva das trocas pode pois *praticamente* apresentar-se-nos com a forma da fig. 20. Isso não prova que *na troca simples*, a forma dessa curva não devesse ser a da fig. 17. É preciso não esquecer que o nosso estudo actual é um estudo abstracto, cujas conclusões trazidas para a *prática*, podem, por vezes, dar lugar a dúvidas no género da que vimos de expor. A *prática*, já o dissemos (§ 16.º do capítulo II) é essencialmente sintética; a ciência essencialmente analítica. Actualmente estudamos *abstractamente* um dos grupos de elementos, de cuja combinação com os outros, que devem estudar-se na «Produção», e ainda com muitos outros, que estão fora do campo da economia política, resultam os fenómenos concretos, tais como a observação no-los apresenta.

§ 185.º — São estes os elementos, cujo estudo prévio nos parecia indispensável para podermos abordar o caso da troca de duas mercadorias feita, entre si, *por dois indivíduos*. Até aqui temo-nos ocupado apenas de um indivíduo único, da representação geométrica dos seus gostos, e dos movimentos a que esse gostos o levam. Trata-se agora de introduzir a noção dos *obstáculos* que esses encontram. Estes obstáculos podem ser de muitas espécies. Neste momento ocupamo-nos apenas dos que resultarão dos gostos de um segundo indivíduo, que vai negociar com o primeiro, dividindo com ele as quantidades totais que ambos possuem de duas determinadas mercadorias. Esta divisão, feita entre si, pelos dois indivíduos, constituindo o fenómeno da troca reduzida ao seu tipo abstracto mais simples, obedece a leis que vamos representar geometricamente, servindo-nos das noções anteriormente dadas. Mais tarde daremos a sua representação algébrica.

Pareto estuda geometricamente este caso, no § 116.º e seguintes do capítulo III do seu Manual. Considera-o, porém, como já fizera Walras, como não correspondendo, de forma alguma, à realidade concreta, que só nos deixa ver *muitos* indivíduos permutando entre si *muitas* mercadorias. Se porém considerarmos a colectividade como formada por um grande número de grupos de dois indivíduos



métrica, qualquer dos atalhos seguidos pelos dois indivíduos. Assim, por exemplo, suponhamos que o indivíduo (1), para quem os eixos são OA e OB, seguiu o atalho mp' , e se encontra no ponto c''' . Para o ter asignado recebeu do indivíduo (2), para quem os eixos são $\omega\alpha$ e $\omega\beta$, a quantidade $m'''c'''$ de (B), dando-lhe em troca mm''' de (A). Que atalho terá seguido o indivíduo (2) para ter realizado esta troca? Olhando os eixos $\omega\omega$ e $\omega\beta$, vemos que, se ele cedeu ao indivíduo (1) a quantidade $m'''c'''$ do seu (B), e dele recebeu $mm''' = \omega\omega'''$ de (A), o atalho que teve de seguir foi precisamente o mesmo atalho mp' , que o indivíduo (1) tinha seguido. O mesmo poderíamos dizer de qualquer outro atalho, que o indivíduo (1) seguisse; forçosamente seria esse mesmo o atalho seguido pelo indivíduo (2).

§ 186.º — Suponhamos que os dois indivíduos se encontram um em frente do outro, para começarem a troca, e, como é precisa uma base qualquer para esta, suponhamos que o preço, ao qual começam debatendo as quantidades que um e outro querem ceder, é, por exemplo, definido pela inclinação do atalho mp'' . Este atalho corta a linha das trocas do indivíduo (1) no ponto d. Este indivíduo não está portanto disposto, ao longo desse atalho, a ir além do ponto d, porque nesse ponto encontra o equilíbrio, dado tal preço. Quer dizer: não lhe convém dar mais do que a quantidade me do seu (A) em troca da quantidade ed do (B) do indivíduo (2). Ao indivíduo (2), porém, o que convinha, dado tal preço, era obter a quantidade mf de (A) em troca de fc'' de (B), porque dessa forma atingia o ponto c'' , pertencente à sua linha das trocas; mas, é claro, que o indivíduo (1) não está disposto a fazer-lhe a vontade, e declara que, a tal preço, não passa além do ponto d.

O indivíduo (2) tenta então ver se consegue atingir, não o ponto c'' , onde positivamente o indivíduo (1) o não quer acompanhar, mas um ponto sobre a sua linha das trocas vizinho do ponto c'' , por exemplo, o ponto g. Para isso faz a *alta* do preço de (A), isto é, resigna-se a seguir um atalho mg , menos inclinado sobre o eixo OA do que o primitivo atalho mp'' . Oferece ao indivíduo (2) a quantidade me' de (A), contra $e'd'$ de (B), isto é, mostra-se disposto a ir até ao ponto d' , mas não além desse ponto que pertence à sua linha das trocas. Trata-se de saber o que será mais vantajoso para o indivíduo (2): se ficar no ponto d, se atingir o ponto d' . Olhando a fig. 21 parece, ao primeiro exame, que o indivíduo (2) tem tudo a perder, passando do ponto d ao ponto d' , porque tendo nós suposto que as suas linhas de indiferença s, s', s'' ,... se elevavam de s para s'' , parece pelo exame da figura, que indo do ponto d para o ponto d' , o indivíduo (2) se afasta da linha de indiferença s' , e se aproxima da linha de indiferença s , que tem um índice menor, isto é, desce a sua colina do prazer.

Mas realmente não é assim. As linhas de indiferença devem ser vistas em relevo, ocupando posições cada vez mais altas em relação ao plano OAB. Sendo assim, e visto que a linha das trocas do indivíduo (1) sobe

de m para M , é evidente que o ponto d' estará mais alto do que o ponto d , e ambos eles mais baixos do que o ponto c . E como este pertence simultaneamente à linha de indiferença t do indivíduo (1), e à linha de s do indivíduo (2), temos de concluir que o ponto d' mais baixo do que esta linha, está, no entanto, mais perto dela que o ponto d . Quer dizer que o indivíduo (2) ganhou em ofelividade passando do ponto d para o ponto d' . Como neste último ponto ainda não está em equilíbrio, visto que o seu desejo, ao longo do atalho md' , seria atingir o ponto g , fará ainda a *alta* do preço de (A); proporá ao indivíduo (1) um novo atalho md'' , e assim sucessivamente, até atingir o atalho mp , que o conduzirá ao ponto c . Neste ponto nem o indivíduo (1) nem o indivíduo (2) sentirão a necessidade de mudar, visto que ambos se encontram sobre a linha das trocas, isto é, visto que ambos estão *em equilíbrio*. É fácil ver que acabamos de repetir, por outras palavras, e de harmonia com as bases adoptadas ponto Pareto no Manual, o que dissemos nos §§ 38.º e 39.º do capítulo III, sobre o problema da troca de duas mercadorias, feita entre si por dois indivíduos. De resto, por meio da figura 21, não tratámos de *demonstrar*, mas apenas de *explicar* a forma por que se estabeleceu o equilíbrio no caso abstracto a que essa figura diz respeito.

A *demonstração* já a dêmos algebricamente no capítulo VI, e repeti-la-emos, sob nova forma, daqui a pouco. Devemos no entanto dizer que a explicação, que acabamos de dar por meio da fig. 21, se não parece com a que Pareto dá no seu Manual, muito embora atinja a mesma conclusão. No Manual, Pareto não trata propriamente o caso abstracto de dois indivíduos, isolados da colectividade. Considerando este caso como irreal, no que estamos perfeitamente de acordo com ele, julga desnecessário estudá-lo¹ e apenas se ocupa do caso de dois indivíduos considerados como fazendo parte de uma colectividade, e sem perder de vista a influência que esta exerce sobre eles. Daqui resulta que a *explicação* que nos fornece do caso abstracto de que nos estamos ocupando² pressupõe a existência de outros indivíduos, além dos dois de que se ocupa o problema. Sem contestarmos o direito que ao Professor Pareto cabia de não se ocupar propriamente do caso de dois indivíduos, *considerados abstractamente e só abstractamente*, como isolados do resto da colectividade, quisemos, pela nossa parte, fazer uma referência a esse caso, visto que dele nos ocupámos no capítulo VI, e mostrar como é possível traduzi-lo geometricamente nos novos símbolos empregues no Manual.

§ 187.º — Voltemos ao ponto c da fig. 21. Dissemos que era um ponto de equilíbrio.

Acrescentaremos: «e um ponto de equilíbrio estável».

Esta frase precisa ser explicada.

¹ Manual III, 110.

² Manual III, 120 a 127.

Suponhamos que atingido o ponto de equilíbrio c , uma causa qualquer tende a afastar dele os nossos dois indivíduos; por exemplo no mercado seguinte, (porque a noção de períodos sucessivos é indispensável), mantendo-se iguais todas as outras condições, encontram estabelecido um outro preço de (A) em (B). Se o novo preço de (A) é inferior ao de equilíbrio, isto é, se o novo atalho aberto aos dois indivíduos é mais inclinado sobre o eixo OA do que o atalho mp (fig. 21), o indivíduo (2) se encarregará de o levantar, fazendo a *alta* do preço da mercadoria, que ele *pede*, e cujo preço se tornou inferior ao de equilíbrio; restabelecerá assim o atalho mp . Se, ao contrário, o novo preço de (A) é superior ao preço de equilíbrio, isto é, se o novo atalho é menos inclinado sobre o eixo OA, do que o atalho mp , será o indivíduo (1) que porá em movimento o mecanismo da alta, levantando o preço de (B) ou baixando o de (A), até que o atalho volte a ocupar a sua posição de equilíbrio mp . Assim, tanto no caso da alta como no caso da baixa do preço de (A), (correspondendo à baixa e à alta do preço de ((B))), os dois indivíduos, afastados do ponto c , tenderão imediatamente a voltar para lá. O ponto c será um *ponto de equilíbrio estável*, e o preço de (A) em (B) ou de (B) em (A), definido pela inclinação do atalho mp , *preço estável de equilíbrio*. Quer isto dizer que pode haver pontos de equilíbrio *instáveis*? Pode.

O professor Pareto observa que as linhas das trocas dos dois indivíduos podem não se cortar apenas num ponto, como supusemos na figura 21, mas sim em 3 pontos conforme indicamos em figura 22:

Quando isto acontece, é preciso acrescentar o seguinte às noções anteriormente dadas. Os pontos α e γ estão exactamente dentro da hipótese que estudámos: são *pontos de equilíbrio estável*, isto é, aos quais os dois indivíduos tendem espontaneamente a voltar, quando deles são desviados por qualquer motivo. Assim, por exemplo se os dois indivíduos se encontravam em equilíbrio no ponto α , e o preço de (A) baixava, de forma a terem, no período seguinte, de seguir o atalho mp , o indivíduo (2), (ao qual pertence a linha das trocas pontuada) obrigado a deter-se no ponto c , quando o seu desejo era ir até ao ponto p , fazia a *alta* do preço de (A), porque a quantidade que lhe *oferciam* era menor do que a que ele *pedia*, e voltava assim a restabelecer a posição $m\alpha$ ao atalho seguido. O mesmo aconteceria, se encontrando-se os dois indivíduos no ponto de equilíbrio γ , o atalho baixasse da posição $m\gamma$ para a posição mp^4 : o indivíduo (2) fazia a *alta* do preço de (A) e restabelecia a posição de equilíbrio do atalho. Se, ao contrário, o atalho se tivesse desviado, no caso do ponto α , para a posição mp^1 , e no caso do ponto γ , para a posição mp^5 , seria o indivíduo (1) que, obrigado pelos gostos do indivíduo (2), a deter-se nos pontos c^1 e c^5 , quando a sua vontade seria ir até p^4 e p^5 , se poria em movimento, fazendo a *alta* do preço da mercadoria (B), da qual ele desejava quantidade superior à que lhe *oferciam*, isto é, fazendo a *baixa* do preço de (A), e reconduzindo o atalho às suas posições de equilíbrio.

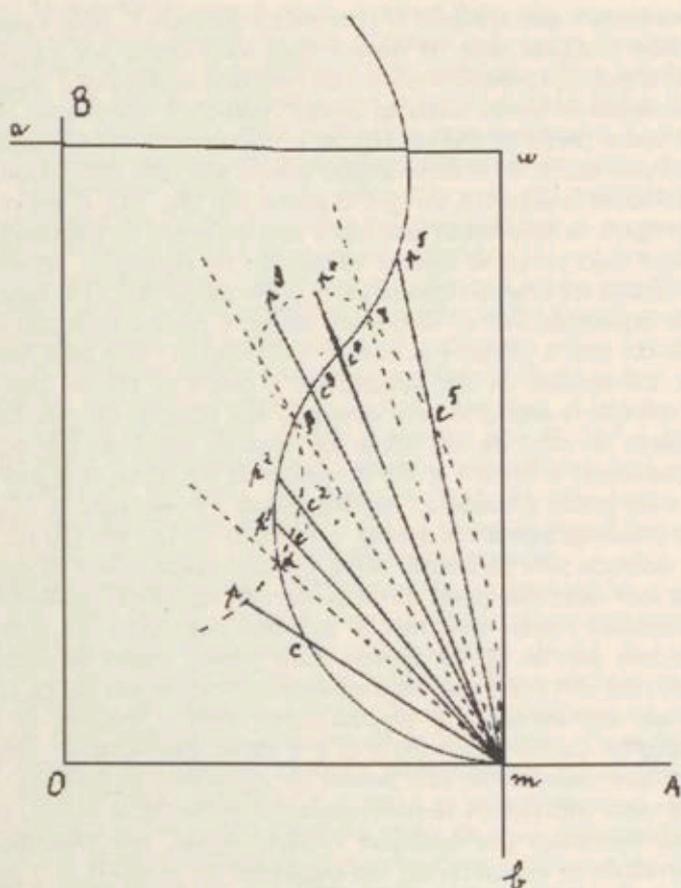


FIG. 22

§ 188.^o — Vejamos agora o ponto β . Se uma causa qualquer desviar o atalho para a posição mp^2 , isto é, se se der uma *baixa* do preço de (A), será o indivíduo (1), possuidor de (A) quem se não sentirá bem, porque o seu desejo seria levar as trocas até atingir o ponto p^2 , que pertence à sua linha das trocas, mas o indivíduo (2) não quererá ir além do ponto c^2 . Quer dizer: o indivíduo (1), que é dos dois o único que não está contente, porque o indivíduo (2) encontra sobre a sua linha das trocas, e não tem portanto razão de queixa, terá apenas um recurso, que será o de fazer a *alta* do preço da mercadoria que *pede*, para ver se consegue atingir, se não o ponto p^2 , ao menos um ponto próximo desse. Mas o resultado desta *alta* de (B) ou *baixa* de (A), será o afastar ainda mais o atalho mp^2 do ponto β , aproximando-o do ponto α . Por outro lado, se o desvio do atalho tivesse sido, não para a posição mp^2 , mas sim para a posição mp^3 , isto é, se se tivesse dado

Em geral, diz o professor Pareto, entre dois pontos *de equilíbrio estável*, existe um ponto *de equilíbrio instável*, que marca o limite entre as posições, das quais se tende para um ou para outro dos dois pontos de equilíbrio estável.

§ 189.^o — Resta-nos estudar o equilíbrio no caso dos fenómenos do tipo (II) (§ 161.^o do capítulo VII), ou seja no caso do monopólio.

Consideremos ainda os mesmos dois indivíduos, e suponhamos que, no *regime da livre concorrência*, as linhas das trocas destes indivíduos seriam *msb* para o indivíduo (1) possuidor de *Om* de (A), e *meγ* para o indivíduo (2) possuidor de *om* de (B). O indivíduo (2), adquire de repente, por qualquer motivo que nos não importa determinar, o direito de fixar o preço de (B), isto é, de impor ao outro indivíduo o atalho a seguir. Seja qual for esse atalho, o indivíduo (1), que supomos continuar a regular-se pelos princípios da livre concorrência, procurará atingir sempre a sua linha das trocas. Para além dela, não quererá passar, nem o indivíduo (2) terá poder para o levar a fazê-lo contra vontade. Se o indivíduo (2) fixar, por exemplo, o atalho *me*, o indivíduo (1) segui-lo-á até *d*, mas daí não passará, nem o indivíduo (2) terá poder para o obrigar a seguir até ao ponto *e*. De resto o indivíduo (2) já não comparará, como na livre concorrência, a ofelividade que obtém em *d* com a que obteria em *e*. Visto possuir o poder de fixar o atalho a seguir, o que ele comparará será a ofelividade que obtém em *d*, com a que obteria em qualquer dos outros pontos a que lhe será possível levar o indivíduo (1). Ora estes pontos são todos os da linha das trocas deste indivíduo, *msb*. O indivíduo (2) limitar-se-á a procurar saber qual o ponto desta linha, que para ele terá um índice de ofelividade mais alto. Será este o ponto que ele escolherá. Ora se considerarmos a linha das trocas do indivíduo (1) como um *atalho* que o indivíduo (2) pode ir percorrendo (visto que na sua mão está o levar o indivíduo (1) a qualquer ponto desse atalho), o seu ponto mais alto para o indivíduo (2) será aquele em que tal atalho seja tangente a uma linha de indiferença do mesmo indivíduo. Esse ponto será *t*. O atalho *mt* será pois o que mais convirá ao indivíduo (2), e *t* será o ponto de equilíbrio na troca.

Simplemente, como este ponto é muitas vezes dificilmente determinável na prática, o monopolista propõe-se frequentemente um outro fim: o de obter a maior quantidade possível da mercadoria do seu cliente. Ora o ponto da linha das trocas deste indivíduo em que ele cede um *máximo* da sua mercadoria, é o ponto *s*. O ponto *s* será por isso, frequentes vezes escolhido pelo monopolista; para o conseguir basta-lhe fixar, para ser seguido na troca, o atalho *ms*. Quando a mercadoria (B) sujeita ao monopólio, é fracamente ofeliva para o monopolista, o que frequentemente sucede, ou porque dela possui tal quantidade que os seus gostos só lhe permitem absorver uma pequena fracção dessa quantidade, sendo-lhe o resto indiferente, ou porque qualquer outro motivo, o ponto *s* tende a confundir-se com o ponto *t*, porque em tal caso, o

máximo de ofelividade para o monopolista tende a confundir-se com o estado em que ele obtém o máximo de quantidade da mercadoria que ele recebe. Se a mercadoria monopolizada não tem ofelividade alguma para o monopolista, o ponto *t* confunde-se com o ponto *s*, visto que, em tal caso, as linhas de indiferença desse indivíduo são paralelas ao eixo OB (porque a ofelividade só depende da quantidade possuída de (A), sendo indiferente a maior ou menor quantidade possuída de (B)).

Se o monopolista se propusesse outro fim qualquer, outro seria o atalho que fixaria, e outro o ponto de equilíbrio atingido. Mas em geral o monopolista propor-se-á atingir um dos dois fins, a que fizemos referência: ou um máximo de ofelividade, ou um máximo de quantidade da mercadoria, que lhe dão em troca da sua. Serão estes os dois casos que estudaremos algebricamente.

§ 190.^o — Findámos aqui a exposição em linguagem corrente das bases da doutrina de Pareto. Só nos referimos ao equilíbrio no caso de um ou de dois indivíduos, porque se se introduzisse no problema um maior número de indivíduos e de mercadorias, a simples exposição em linguagem corrente, tornar-se-ia grandemente embaraçosa. O caso de um ou dois indivíduos e três mercadorias, ainda seria talvez compreensível por meio de simples considerações geométricas, e em linguagem vulgar. Mas já ofereceria largas dificuldades de compreensão. Quanto ao caso geral de muitos indivíduos e muitas mercadorias, só a linguagem algébrica permite representá-lo. De resto as noções que temos dado, até este instante, são simples explicações, meras ilustrações da teoria de Pareto, que é uma teoria matemática, que só matematicamente pode ser compreendida e demonstrada.

*
* *

§ 191.^o — Não nos referiremos naturalmente, senão a alguns dos pontos principais dessa teoria exposta por Pareto no apêndice do seu Manual. Tal teoria não está, de resto, completa, segundo o seu autor é o primeiro a afirmar. Representa apenas o resultado dos últimos estudos do professor de Lausanne, mas em muitos dos seus pontos não faz mais do que indicar o caminho a seguir em investigações ulteriores. Em alguns outros é excessivamente resumida, o que, juntamente com o seu enorme grau de abstracção, torna naturalmente difícil e trabalhoso o seu estudo. Ao pé dela, as mais complicadas deduções de Walras, e do próprio «Cours d'Economie Politique», são brinquedos de criança.

Vamos desenvolver alguns dos pontos principais dessa teoria.

*
* *

Caso de 1 indivíduo e 2 bens

Comecemos pelo caso abstracto de um só indivíduo e duas mercadorias. Pareto insiste sempre em que o estudo deste caso não é indispensável, senão como preparatório para o estudo do caso geral de muitos indivíduos e muitas mercadorias. É ideia estabelecida no seu espírito que o uso das matemáticas só se torna indispensável para estudar o fenómeno geral do equilíbrio. No entanto ao começar pelo estudo do caso de um só indivíduo, o caso geral é depois facilmente compreensível.

Voltemos à fig. 17. Supusemos que o indivíduo era possuidor da quantidade O_m da mercadoria (A). Seja:

$$O_m = x_0$$

Os diversos atalhos mp , mp' , mp'' ,... que dissemos poderem ser seguidos pelo indivíduo, representam-se algebricamente por equações da forma,

$$f(x,y) = 0 \quad (151)$$

dependendo os valores de f da inclinação desses atalhos, ou seja da proporção em que se vão realizando as trocas das duas mercadorias.

As curvas de indiferença t , t' , t'' ,... são algebricamente expressas por equações da forma:

$$\varphi(x,y) = 0 \quad (152)$$

dependendo os valores de φ das diferentes combinações de mercadorias, a que corresponde cada uma das linhas de indiferença.

Simplesmente é preciso lembrar que as equações (151) e (152) não representam, em rigor, os atalhos e as linhas de indiferença, mas apenas as projecções de uns e de outras sobre o plano OAB. Os atalhos não são realmente linhas assentes sobre o plano OAB, mas sim linhas que se vão elevando gradualmente sobre a colina dos índices da ofelividade, até atingirem uma altura máxima, voltando em seguida a descer, e a aproximar-se do plano OAB. As suas equações devem ser, pois, da forma:

$$f(x,y,z) = 0$$

ou seja da forma:

$$z = f(x,y) \quad (153)$$

Fazendo nesta última:

$$z = 0$$

obtemos (151) que dá a projecção sobre o plano OAB.

Por outro lado, as linhas de indiferença são também séries de pontos *no espaço*, que têm para cada uma dessas linhas, a mesma altura acima do plano OAB. As suas equações devem ter, pois, a forma:

$$I = \varphi(x, y) \quad (154)$$

A cada linha de indiferença corresponderá um valor diferente da constante I, que será o *índice* dessa linha. Se fizermos, para qualquer linha de indiferença:

$$I = 0$$

obteremos a equação (152), que representará a projecção dessa linha sobre o plano OAB. São essas projecções que representámos, sobre a fig. 17, pelas curvas t, t', t'', \dots

Como em (154) I é uma constante *para cada linha de indiferença*, teremos sempre, ao longo de qualquer dessas linhas:

$$dI = 0$$

ou seja:

$$\varphi_x dx + \varphi_y dy = 0 \quad (155)$$

sendo φ_x, φ_y , as derivadas parciais da função (154).

§ 192.º — Postas estas bases, é fácil determinar algebricamente o ponto em que, ao longo de qualquer atalho, o indivíduo querera deter-se, isto é, se encontrará em equilíbrio. Esse ponto será o ponto *mais alto* do atalho seguido, isto é, o ponto em que, aumentando de dy , e diminuindo de dx , as quantidades das duas mercadorias possuídas pelo indivíduo, o atalho deixe de elevar-se, para começar a descer a colina dos índices. Será, numa palavra, o ponto em que, na equação (153):

$$dz = 0 \quad (156)$$

ou seja, representando z pelo 2.º membro dessa equação:

$$f_x dx + f_y dy = 0 \quad (157)$$

sendo f_x, f_y , as derivadas parciais da função (153).

Mas este ponto terá também de pertencer a uma linha de indiferença, visto que é nele, como vimos, que o atalho é tangente a uma linha de indiferença. Os valores de x e y , que satisfazem (157), deverão

portanto satisfazer a equação diferencial (155). O ponto de equilíbrio, ou melhor a sua projecção sobre o plano OAB, será pois determinada pelas equações (151), (155) e (157), a primeira indicando o atalho a que o ponto pertence, e as duas últimas exprimindo que o equilíbrio deve verificar-se no ponto mais alto desse atalho, em que ele é tangente a uma linha de indiferença.

Entre as equações (155) e (157) é possível eliminar dx e dy . Da primeira, tira-se:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{\varphi_x}{\varphi_y} \quad (158)$$

e da segunda:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{f_x}{f_y} \quad (159)$$

Donde se deduz:

$$\frac{\varphi_x}{\varphi_y} = \frac{f_x}{f_y}$$

ou seja:

$$f_x \varphi_y - f_y \varphi_x = 0 \quad (160)$$

É possível substituir por esta equação as duas (155) e (157), e o equilíbrio será portanto condicionado por ela e pela (151):

$$f(x, y) = 0 \quad (151)$$

$$f_x \varphi_y - f_y \varphi_x = 0 \quad (160)$$

Concretizemos por um exemplo.

Seja (fig. 17), mp' o atalho seguido pelo indivíduo. As ordenadas representam, como sabemos, as quantidades recebidas da mercadoria (B), pelo portador da quantidade $Om = x_0$ da mercadoria (A), e as abcissas representam as quantidades que ele guarda da sua mercadoria, ou sejam as diferenças entre a constante x_0 e as porções de (A) que vai cedendo. Supúnhamos que estas trocas se fazem ao longo do atalho mp' , em proporção tal que, por cada unidade de (A), o nosso indivíduo recebe b unidades de (B). Quer dizer que a equação do atalho, ou antes, da sua projecção, será:

$$x_0 - x = by \quad (161)$$

Esta equação representa, no nosso exemplo, a (151). O equilíbrio, isto é, o ponto c' (fig. 17) será pois determinado pelo sistema:

$$\begin{aligned} by + x - x_o &= 0 \\ \varphi_y - b\varphi_x &= 0 \end{aligned} \quad (162)$$

representando a 2.^a destas equações a equação (160), visto que, em (161):

$$\begin{aligned} f_x &= 0 \\ f_y &= b \end{aligned}$$

As duas equações (162) teriam como raízes, (fig. 17):

$$\begin{aligned} x &= Om' \\ y &= m'c' \end{aligned}$$

Seriam estas as quantidades de mercadorias que satisfariam o indivíduo.

§ 193.^o — É interessante ver que o sistema (162) reproduz exactamente o sistema (63) do capítulo VI, por meio do qual Walras determina o equilíbrio no caso que estamos estudando.

A primeira destas equações, a que Walras chama «equação da troca», e pela qual exprime, conforme dissemos, «que a quantidade oferecida ou pedida de uma mercadoria, multiplicada pelo seu preço na outra, é igual à quantidade pedida ou oferecida desta outra», é exactamente equivalente à 1.^a das (162), a que Pareto chama «equação dos obstáculos», ou «equação do atalho seguido na troca». Realmente, escrevendo esta equação sob a forma:

$$x_o - x = by$$

vemos que o seu 1.^o membro representa a quantidade *oferecida* pelo indivíduo portador da mercadoria (A), e o 2.^o membro a quantidade por ele *pedida* de (B), multiplicada pelo preço (A) em (B) (visto que b é o número de unidades de (B) dadas contra uma unidade de (A)).

A 2.^a das equações (63) do capítulo VI, equivale também exactamente à 2.^a das (162). De facto aquela equação exprime, como dissemos, que no ponto de equilíbrio, «a relação das raridades é igual ao preço»; e a 2.^a de (162) posta sob a forma:

$$\frac{\varphi_x}{\varphi_y} = b$$

exprime que a relação entre as ofelimitades elementares é igual ao preço.

Ora as *ofelimitades elementares* de Pareto equivalem exactamente às *raridades* de Walras. Para Walras, as raridades são as derivadas das funções de utilidade total. Para Pareto as *ofelimitades elementares* são as derivadas parciais das funções que dão a ofelimitade total (funções índices). Pareto recorre às derivadas parciais, e não às derivadas simples, como Walras, porque, para este, a utilidade geral era função de uma só variável (a quantidade da mercadoria a que se referia), ao passo que Pareto, já no Cours, conforme expusemos no capítulo VII, considerava a ofelimitade total uma função de muitas variáveis; para obter a relação entre o acréscimo desta função e o de qualquer das suas variáveis, tem pois de recorrer às derivadas parciais.

Em todo o caso, a *ofelimitade elementar* equivale à *raridade* de Walras¹, e a 2.^a das equações (162) é apenas uma forma diferente da 2.^a de (63).

É interessante verificar que os dois sábios, partindo de bases diferentes, chegaram a resultados análogos. Veremos daqui a pouco que esta analogia se mantém nos sistemas que condicionam os outros casos do equilíbrio. Mostraremos depois quais as diferenças que há entre os pontos de partida das duas teorias.

•
• •

Caso de 1 indivíduo e M mercadorias

§ 194.^o — Quando se trate, não apenas de duas, mas sim de 3 mercadorias, as linhas traçadas sobre a fig. 17, têm de ser substituídas por superfícies. A equação (151), passa a ser:

$$f(x, y, \delta) = 0 \quad (163)$$

e a (154) fica

$$I = \varphi(x, y, \delta) \quad (164)$$

O equilíbrio realizar-se-á, pelas razões já indicadas, no ponto de tangência das duas superfícies (163) e (164).

Quando porém se trate de mais de 3 bens, as considerações geométricas deixam de ser aplicáveis. A equação (151) passa a ser:

$$f(x, y, z, \dots, s, t) = 0 \quad (165)$$

¹ *Manuel d'Economie Politique*, III, 227, 228.

e representa, na frase de Pareto, *uma variedade no hiperespaço*, sobre a qual supomos mover-se o indivíduo; na troca, o valor de f depende dos preços existentes no mercado, visto que a equação (165) não faz mais do que dar-nos as combinações possíveis que ao indivíduo é lícito formar com as mercadorias que possui, trocando uma parte de umas por certas quantidades de outras, numa proporção determinada (preço).

Esta equação equivale rigorosamente à equação (70) do capítulo VI, sob cuja forma o seu sentido é muito mais visível.

Pareto chama-lhe também «equação dos obstáculos», porque na realidade são os *obstáculos* encontrados sobre o mercado, pelo nosso indivíduo, que determinam o valor de f .

Dando a forma diferencial à equação (165), obtemos a equação,

$$f_x dx + f_y dy + f_z dz + \dots + f_s ds + f_t dt = 0 \quad \dots \quad (166)$$

A cada uma das possíveis combinações das m mercadorias, que a função f pode representar, corresponde um índice de ofelividade, cuja equação é:

$$I = \varphi(x, y, z, \dots, s, t) \quad (167)$$

dependendo a função φ das séries de combinações das m mercadorias que são *indiferentes* para o indivíduo, isto é, entre as quais a escolha lhe é indiferente. A função φ nada tem que ver com as condições do mercado, ao contrário da função f , e depende apenas dos *gostos* do nosso indivíduo. Pareto chama-lhe, por isso, «*equação dos gostos*».

É claro que o indivíduo, movendo-se sobre a variedade (166), irá sempre escolhendo as combinações que, para ele, serão *melhores*, e não aceitará evidentemente passar de uma combinação a outra, se o índice da segunda for menor do que o da primeira. Só aceitará essa passagem, quando o índice aumente. Quando já lhe não for possível passar para outra combinação, cujo índice seja mais elevado, e quando muito, lhe seja possível substituir a combinação que possui, por outra *diferente*, o nosso indivíduo recusará continuar a mover-se. Encontra-se em equilíbrio.

Mas no ponto em que só lhe seja possível mudar para outras combinações ou piores, ou, pelo menos, *indiferentes*, verificar-se-á a equação (167) ou a respectiva equação diferencial (visto que I é uma constante).

$$\varphi_x dx + \varphi_y dy + \varphi_z dz + \dots + \varphi_s ds + \varphi_t dt = 0 \quad (168)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\delta x_y}{\delta y_x} &= -\frac{\varphi_y}{\varphi_x} \\ \frac{\delta x_z}{\delta z_x} &= -\frac{\varphi_z}{\varphi_x} \\ \dots\dots\dots \\ \frac{\delta x_t}{\delta t_x} &= -\frac{\varphi_t}{\varphi_x} \end{aligned} \right\} \quad (173)$$

Combinando-os num sistema único, vista a igualdade dos 1.º membros das respectivas equações, obtemos:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_x &= \frac{f_x}{f_y} \varphi_y \\ \varphi_x &= \frac{f_x}{f_z} \varphi_z \\ \dots\dots\dots \\ \varphi_x &= \frac{f_x}{f_t} \varphi_t \end{aligned} \right\} \quad (174)$$

Estas equações são em número .

Acrescentando-lhes a «equação dos obstáculos», (165):

$$f(x,y,z,\dots,s,t) = 0 \quad (165)$$

obteríamos m equações, por meio das quais poderíamos determinar as m incógnitas x, y, z, \dots, s, t .

§ 195.º — Este sistema é exactamente equivalente aos sistemas que estudámos no capítulo VI.

A equação (165) corresponde exactamente à equação (70), e o seu sentido é rigorosamente idêntico; o sistema (174) corresponde ao sistema (71). As equações deste último exprimiam, na frase de Walras, «que as relações das raridades eram, no ponto de equilíbrio, iguais aos preços». As equações do sistema (174) exprimem o mesmo. Escrevendo-as sob a forma:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\varphi_y}{\varphi_x} &= \frac{f_y}{f_x} \\ \frac{\varphi_z}{\varphi_x} &= \frac{f_z}{f_x} \end{aligned} \right\} \quad (175)$$

vemos que os 1.º membros representam as relações das ofelimitades elementares, que são as derivadas parciais das funções índices, e que equivalem às raridades de Walras. Quanto aos 2.º membros represen-

tam eles os preços y, z, \dots como é fácil ver nas equações do sistema (170). Realmente, tiramos delas:

$$\left. \begin{aligned} -\frac{\delta x_y}{\delta y_x} &= \frac{f_y}{f_x} \\ -\frac{\delta x_z}{\delta z_x} &= \frac{f_z}{f_x} \end{aligned} \right\} \quad (176)$$

O primeiro membro da 1.^a destas equações representa a relação entre a quantidade de x e a quantidade de y , trocadas uma contra a outra; essa relação representa o *preço de y em x* , visto que definimos os preços: *as relações inversas das quantidades de mercadorias trocadas*. O mesmo podemos dizer da 2.^a das equações (176). Portanto podemos escrever:

$$\left. \begin{aligned} \frac{f_y}{f_x} &P_y \\ \frac{f_z}{f_x} &P_z \end{aligned} \right\} \quad (177)$$

O que nos permitiria escrever (175) sob a forma:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\varphi_y}{\varphi_x} &P_y \\ \frac{\varphi_z}{\varphi_x} &P_z \end{aligned} \right\} \quad (178)$$

ou seja:

$$\begin{aligned} \varphi_y &= P_y \varphi_x \\ \varphi_z &= P_z \varphi_x \\ \dots \end{aligned} \quad (179)$$

forma exactamente igual à das equações do sistema (71) (capítulo VI).

É esta a solução teórica do equilíbrio de um indivíduo, quando existem no mercado m mercadorias.

§ 196.^o — Quanto à maneira pela qual teoricamente o nosso indivíduo atingiria o equilíbrio, se lhe fosse possível, já hoje, orientar-se pelas conclusões da economia pura, seria ela a seguinte.

Chegado ao mercado, o que ele encontrava eram os $(m-1)$ preços de $(m-1)$ das mercadorias na mercadoria de ordem m , que seria o numerário; suponhamos que esta era a mercadoria X . Os preços podiam ser *constantes* ou *variáveis*, conforme já dissemos no § 174.^o do

presente capítulo: seriam constantes quando as mercadorias fossem trocadas contra a mercadoria numerário, na mesma proporção, desde a primeira até à última unidade; seriam variáveis quando essa proporção pudesse variar de umas unidades para outras. A hipótese de serem os preços constantes é a que mais se aproxima da realidade; em geral, sobre os mercados, existe *num momento dado, um preço de y, um preço de z,...* etc.; quer dizer que *nesse momento* é possível a qualquer indivíduo comprar um certo número de unidades de qualquer mercadoria, dando por cada uma dessas unidades uma quantidade *fixa* da mercadoria numerário.

Um indivíduo que compra 10 quilos de pão, não compra, em geral, o 1.º quilo por dois vinténs, o 2.º por três, o 3.º por 4, ... etc.; em geral se o 1.º quilo lhe custa dois vinténs, o 10.º custa-lhe os mesmos dois vinténs. No entanto pode, em certos casos, acontecer o contrário, e os preços variarem com as quantidades x, y, z, \dots . Estudaremos depois essa hipótese.

Por agora estudemos a dos preços constantes.

Quando ela se verifique, os preços serão dados pela combinação das equações (176) e (177), isto é., o nosso indivíduo, chegando ao mercado, encontrará estabelecidos os valores,

$$\left. \begin{aligned} p_y &= -\frac{\delta x_y}{\delta y_x} \\ p_z &= -\frac{\delta x_z}{\delta z_x} \end{aligned} \right\} \quad (180)$$

Pondo estes valores na equação (166), obterá a equação

$$dx + p_y dy + p_z dz + \dots = 0 \quad (181)$$

Integrando esta equação, o que pode sempre fazer no caso dos preços serem constantes, obtém a equação

$$x + p_y y + p_z z + \dots = c \quad (182)$$

sendo c uma constante que representa a riqueza do indivíduo calculada em unidades de numerário, isto é, sendo c um valor tal que, representando por x_0, y_0, z_0, \dots as quantidades inicialmente trazidas pelo indivíduo, no momento de chegar ao mercado, se verificasse a equação,

$$x_0 + p_y y_0 + p_z z_0 + \dots = c \quad (183)$$

É claro que, sejam quais forem os preços de y , de z, \dots em x , e as quantidades compradas pelo indivíduo, de todas as mercadorias, a

constante c não mudará porque a riqueza do indivíduo em unidades de numerário é sempre a mesma: o indivíduo chega ao mercado com dez mil reis ou com coisas que valem essa quantia; compra 3 quilos de carne ao preço de 1000 reis o quilo, 10 quilos de batatas ao preço de 40 reis, um par de botas por 4000 reis. No momento em que chegou ao mercado, a sua riqueza c era:

$$x_0 = c = 10.000$$

no momento em que saiu, essa riqueza era ainda:

$$3 \times 1.000 + 10 \times 40 + 4.000 + 2.6000 = c = 010.000$$

sendo 2.600 a quantia em dinheiro que levou para casa. A sua riqueza em numerário não mudou.

Subtraindo as duas equações (182) e (183), obtinha o nosso indivíduo a equação:

$$x - x_0 + p_y (y - y_0) + p_z (z - z_0) + \dots = 0 \quad (184)$$

As diferenças $(x - x_0)$, $(y - y_0)$, $(z - z_0)$,... representam as quantidades de x , y , z ,... que o indivíduo compra ou vende; a equação (184) dá-nos pois todos os possíveis orçamentos de um indivíduo, que encontra no mercado os preços p_y , p_z ,... Cada um desses orçamentos corresponderá a certas quantidades das diversas mercadorias, oferecidas e pedidas pelo indivíduo. O que a equação (184) estabelece é uma relação entre essas diversas quantidades, sejam elas quais forem, e os preços correntes do mercado.

É claro, em face disto, que não é por meio da equação (184), que o indivíduo tomado para exemplo chegará a determinar as quantidades de cada uma das mercadorias, com que mais lhe convém ficar, isto é, chegará a determinar o seu ponto de equilíbrio. A equação (184) só lhe ensinará que, para guardar certas quantidades de certas mercadorias, terá de resignar-se a ficar com certas quantidades de certas outras, e que, portanto, quanto maior quantidade quiser conservar de uma ou mais mercadorias, tanto menor será a que lhe será lícito conservar de quaisquer outras, e vice-versa, tudo segundo proporções que a equação (184) lhe traduz com rigor. Mas o que esta equação lhe não indica é a combinação entre as quantidades $(x - x_0)$, $(y - y_0)$, $(z - z_0)$,... que mais vantajosa lhe é. Para que o indivíduo consiga descobri-la, tem de socorrer-se dos sistemas (173) ou (174). É combinando as equações de qualquer destes sistemas com a (184), que ele pode chegar a determinar as quantidades que mais lhe convém comprar e vender de cada uma das mercadorias, isto é, que ele chega a fixar o seu ponto de equilíbrio.

A equação (184) é a (165) depois de resolvida.

Não podemos resolver, pelo mesmo processo, as equações dos sistemas (173) ou (174), porque nestas, os valores de ϕ dependem dos gostos dos indivíduos, e para a medida dos gostos humanos não nos forneceu até hoje a ciência meio algum.

No dia em que tal se consiga, a economia pura, tornada prática, dará às conclusões económicas o mesmo rigor das que a astronomia nos fornece.

Vamos dar um exemplo da dedução que acabamos de expor.

§ 197.^o — Supúnhamos que se trata de três bens, e que o nosso indivíduo encontra no mercado preços *constantes* de y e z , em x , cujos valores são:

$$\left. \begin{aligned} p_y &= \frac{ay}{x} \\ p_z &= \frac{bz}{x} \end{aligned} \right\} \quad (185)$$

Estes valores postos em (181) dão:

$$dx + \frac{ay}{x} dy + \frac{bz}{x} dz = 0 \quad (186)$$

ou seja:

$$x dx + ay dy + bz dz = 0$$

Integrando esta equação obterá o nosso indivíduo:

$$\int x dx + ay dy + bz dz = \int x dx + a \int y dy + b \int z dz = c \quad (187)$$

ou seja:

$$x^2 + ay^2 + bz^2 = c \quad (188)$$

Procedendo como fizemos para obter (184) chegaríamos a:

$$x^2 - x_0^2 + a(y^2 - y_0^2) + b(z^2 - z_0^2) + \dots = 0 \quad (189)$$

Esta equação combinada com as (173) ou (174) daria o ponto de equilíbrio.

Se porém se tratasse, não de preços constantes, mas sim de preços variáveis, já o problema não poderia ser resolvido sem se fixarem previamente certas outras condições. Isto porque, quando os preços variam com as quantidades x , y , z ,... pode acontecer que a equação

(181) não seja integrável, isto é, que dela não seja possível passar para a equação (182), sem previamente se fixar a ordem dos consumos das mercadorias. Neste caso é evidente que não existe *uma* equação como (184) ou, em geral, como (165), que traduza os *obstáculos*, isto é, que nos dê a série dos orçamentos possíveis do indivíduo, dadas as condições do mercado, dentre os quais ele escolherá aquele que melhor satisfaça os seus gostos; haverá sim, tantas equações dessas, quantas as ordens possíveis nos consumos, e portanto só depois de fixada esta ordem, será possível achar a equação que lhe diz respeito.

Compreenderemos melhor esta ideia por um exemplo.

Suponhamos que os preços, em vez de terem os valores (185), eram:

$$\left. \begin{aligned} p_y &= \frac{ay + cz}{x} \\ p_z &= \frac{bz}{x} \end{aligned} \right\} \quad (190)$$

Em (185), p_y era uma relação *constante* entre y e x ; significava que, *fossem quais fossem as quantidades x , y das mercadorias x , y , em poder do indivíduo*, o preço de y em x era sempre o mesmo.

Em (190) vemos que, o preço de y em x já não é uma relação constante entre duas quantidades dessas mercadorias; esse preço varia com a quantidade z , de uma terceira mercadoria z , em poder do indivíduo.

Apliquemos a este caso o processo que seguimos no exemplo anteriormente dado.

Pondo os valores dos preços (190) em (181), obtínhamos:

$$dx + \frac{ay + cz}{x} dx + \frac{bz}{x} dz = 0 \quad (191)$$

Ora esta expressão não é integrável, enquanto z for uma variável.

$$\int dx + \frac{ay + cz}{x} dy + \frac{bz}{x} dz = \int x dx + (ay + cz) dy + bzdz \quad (192)$$

$$\int x dx + (ay + cz) dy + bzdz = \int x dx + \int (ay + cz) dy + b \int zdz \quad (193)$$

O 1.º e o 3.º destes últimos integrais são imediatos:

$$\int x dx = \frac{x^2}{2} + C \quad (194)$$

$$b \int zdz = \frac{bz^2}{2} + C \quad (195)$$

Mas a expressão:

$$\int (ay + cz)dy \quad (196)$$

não é integrável, enquanto z for uma variável.

Suponhamos porém que o nosso indivíduo fixa a ordem das compras, que vai fazer, e resolve, por qualquer motivo, comprar y antes de z , ou z antes de y .

Se resolver comprar y antes de z , é evidente que, no momento de comprar y , só possuirá o z que trazia consigo. Quer dizer: no valor de p_y dado em (190):

$$z = z_0$$

A equação (191) ficaria

$$dx + \frac{ay + cz_0}{x} dy + \frac{bz}{x} dz = 0 \quad (197)$$

que seria integrável facilmente

$$\begin{aligned} \int dx + \frac{ay + cz_0}{x} dy + \frac{bz}{x} dz &= \int x dx + a \int y dy + cz_0 \int y dy + b \int z dz = \\ &= \frac{x^2}{2} + a \frac{y^2}{2} + cz_0 y + b \frac{z^2}{2} = x^2 + ay^2 + bz^2 + 2cz_0 y = 0 \end{aligned} \quad (198)$$

Esta equação é a (182). Assim como desta última passámos para a (184), podemos da (198) passar para a seguinte:

$$x^2 - x_0^2 + a(y^2 - y_0^2) + b(z^2 - z_0^2) + 2cz_0(y - y_0) = 0 \quad (199)$$

que nos daria o orçamento do indivíduo, para o caso de ser variável o preço de y , e de o indivíduo só comprar z , depois de ter acabado as suas compras de y .

Se ao contrário, ele comprasse primeiro z , e depois y , no momento em que lhe fosse preciso determinar o preço de y , dado em (190), já a quantidade de z se tornara constante, ficando igual à quantidade z_0 , inicialmente trazida por ele ao mercado, mais a quantidade por ele comprada dessa mercadoria. Sendo assim, já a equação (191) é integrável, e repetindo, para este caso, o que dissemos para o caso de ser $z=z_0$, chegaríamos à seguinte equação, correspondente à (199):

$$x^2 - x_0^2 + a(y^2 - y_0^2) + b(z^2 - z_0^2) + 2cz_0(y - y_0) = 0 \quad (200)$$

§ 198.^o — Nos dois últimos §§ fizemos uma espécie de digressão com o fim de indicar o caminho que praticamente teria de seguir um indivíduo sobre o mercado, caso fosse possível resolver as equações que dão o equilíbrio. É inútil repetir que este desideratum está ainda longe de ser atingido, e que as equações do equilíbrio têm, *por enquanto*, simples importância teórica, dando-nos a *representação* exacta do fenómeno, mas não nos servindo, por forma alguma, para atingir a sua solução prática.

Em todo o caso a digressão que vimos de fazer, levando-nos a supor resolvidas as equações do equilíbrio, no caso de um indivíduo e *m* mercadorias, veio indicar-nos uma outra forma que é possível dar a essas equações, e que é, por sinal, a empregada por Pareto a pg. 569 do seu Manual: em vez de lhes dar a forma (174) e (165) (§ 194.^o), podemos representá-las assim:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_x &= \frac{I}{p_y} \varphi_y = \frac{I}{p_z} \varphi_z = \dots \\ (x - x_0) + p_y(y - y_0) + p_z(z - z_0) + \dots &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (201)$$

As da primeira linha são em número (*m*-1), e são exactamente as (174) combinadas com as (177). A última é a (165) resolvida, pelo processo que vimos de indicar nos §§ 196.^o e 197.^o.

*
.....*

Caso geral da troca com preços constantes

§ 199.^o — Suponhamos que os indivíduos são em número θ , indicá-lo-emos pelos números 1, 2,...

Sejam em número *m* as mercadorias *x*, *y*, *z*,... Suponhamos que todos os indivíduos seguem nas suas trocas o princípio da livre concorrência, isto é, que não tratam de influir *directamente* nos preços, muito embora exerçam sobre eles uma influência *indirecta*.

Para cada um dos indivíduos, teremos um grupo de equações iguais às (201). Obteríamos as equações:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_{1x} &= \frac{I}{p_y} \varphi_{1y} = \frac{I}{p_z} \varphi_{1z} = \dots \\ \varphi_{2x} &= \frac{I}{p_y} \varphi_{2y} = \frac{I}{p_z} \varphi_{2z} = \dots \\ \dots\dots\dots \\ \varphi_{\theta x} &= \frac{I}{p_y} \varphi_{\theta y} = \frac{I}{p_z} \varphi_{\theta z} = \dots \end{aligned} \right\} \quad (202)$$

as quantidades $x_{1,0}, y_{1,0}, \dots$ inicialmente trazidas ao mercado pelos indivíduos, figuram entre os dados do problema, teremos neste caso, uma incógnita a menos, visto que:

$$y_1 = y_{1,0}$$

Mas, por outro lado, temos de suprimir também, no sistema (202), a equação:

$$\varphi_{1x} = \frac{1}{p_y} \varphi_{1y}$$

visto que o indivíduo não consome a mercadoria y . Desta forma, o número das equações continuará sendo igual ao das incógnitas.

A moeda, sendo uma mercadoria, deve ter, como todas as outras, uma ofelividade própria para certos indivíduos; mas pode acontecer que para outros a não tenha. Em tal caso, dentre as equações (202) temos de eliminar algumas que deixam de ter razão de existir; se, por exemplo, a moeda não tem ofelividade alguma para o indivíduo (1) temos de suprimir a equação em φ_{1x} , que seria, por exemplo, supondo que y passava a ser a mercadoria numerário para o indivíduo (1),

$$\varphi_{1y} = \frac{1}{p_x} \varphi_{1x}$$

mas, neste caso, visto que a moeda X não era ofeliva para o indivíduo (1), este oferecia toda a quantidade que dela possuía, empregando-a em comprar os outros bens y, z, \dots entre os quais estaria compreendido um qualquer em que ele faria as suas economias. Teríamos, portanto:

$$x_1 = x_{1,0}$$

Como $x_{1,0}$ é dado do problema, x_1 ficava conhecido. Se tínhamos, pois, uma equação a menos no sistema (202), tínhamos também uma incógnita a menos.

O problema continuava portanto um problema rigorosamente determinado.

Temos assim determinado o equilíbrio, no caso da livre concorrência, isto é, supondo que nenhum dos θ indivíduos pensa conscientemente em exercer influência sobre os preços.

§ 201.º — Vejamos as modificações a introduzir se um dos indivíduos procurar modificar em seu proveito o preço de uma mercadoria. Este caso compreende os monopólios, mesmo porque, em geral, conforme dissemos, ninguém pensa em modificar os preços de uma mercadoria, quando não possui qualquer vantagem especial sobre os outros indivíduos, donde tire a esperança de que os seus esforços darão resultado.

Se o indivíduo (1), por exemplo, pensar em modificar, por meio de certas manobras, o preço de y , é evidente que as quantidades que oferece ou pede de y , deixam de ser por ele reguladas pelo índice de ofelividade dessa mercadoria, porque o seu fim relativamente a essa mercadoria, já não é o de satisfazer o melhor possível, os seus gostos, mas sim um outro muito diferente.

Desde que o indivíduo deixa de ter em conta a ofelividade da mercadoria y , a equação

$$\Phi_{1x} = \frac{1}{p_y} \Phi_{1y} \quad (205)$$

falta no sistema (202). Ficámos pois com uma equação a menos. Para restabelecer a igualdade entre o número das incógnitas e o das equações torna-se necessário precisar o fim ou fins que o indivíduo (1) se propõe exactamente, com relação à mercadoria y .

Estes fins podem, evidentemente, ser muitos. Mas habitualmente serão um ou outro dos dois seguintes: 1.º, o indivíduo trata de obter o máximo produto, expresso em moeda, do seu monopólio; 2.º, o indivíduo pensa apenas em obter um máximo de ofelividade.

1.º caso.

Suponhamos que o indivíduo (1) possuindo o monopólio de y , pensa apenas em tirar o maior produto expresso em moeda, dessa sua vantagem.

Como vimos, falta-nos, no sistema (202) a equação (205); mas, em compensação, o monopolista pode permitir-se o luxo de fixar uma das incógnitas, y_1 , quantidade que vende do seu y ou p_y , preço ao qual vende essa mercadoria. Seja p_y a incógnita que ele resolve fixar. Evidentemente, conforme for maior ou menor a quantidade que venderá da sua mercadoria. Quer isto dizer que:

$$y_{1,0} - y_1 = f(p_y) \quad (206)$$

Se o nosso indivíduo se propõe tirar do seu monopólio, a maior soma possível de moeda, deverá tornar máxima a expressão:

$$(y_{1,0} - y_1) p_y = p_y f(p_y) \quad (207)$$

e para isto deverá resolver a equação seguinte:

$$\frac{d [p_y f(p_y)]}{p_y} = 0 \quad (207)$$

Esta equação dá-lhe p_y e o problema fica determinado.

2.º caso.

Se o monopolista se propõe obter, não uma quantidade máxima de moeda, mas um máximo de ofelividade (não temos neste instante que nos ocupar da relação que *praticamente* une estes dois fins, teoricamente distintos), a equação que terá de resolver, será:

$$\frac{d\Phi_1(x_1, y_1, z_1, \dots)}{dp_y} = 0 \quad (208)$$

sendo $\Phi_1(x_1, y_1, z_1, \dots)$ a função representando a sua *ofelividade total* (§ 152.º do capítulo VII). Como o numerador do 1.º membro de (208), representando o diferencial da função de ofelividade total, é igual à soma dos diferenciais parciais de ofelividade, resultantes do consumo de cada uma das mercadoria x, y, z, \dots podemos escrever a equação (208) sob a forma:

$$\varphi_{1x} \frac{dx_1}{dp_y} + \varphi_{1y} \frac{dy_1}{dp_y} + \varphi_{1z} \frac{dz_1}{dp_y} + \dots = 0 \quad (209)$$

Como conhecemos x_1, y_1, \dots em função de p_y , a equação (209) só encerra quantidades conhecidas, e resolve inteiramente o problema, dando-nos a equação que nos faltava.

O caso de dois monopolistas, cada um deles possuindo o monopólio de uma mercadoria distinta, é uma repetição do que acabamos de dizer.

Se dois indivíduos possuírem simultaneamente e exclusivamente; o poder de dispor de uma dada mercadoria (a palavra *monopólio* já não é neste caso rigorosamente aplicável), o problema torna-se muito diferente, e não admite solução perante a economia pura, porque se traduz num sistema de 3 equações para achar duas incógnitas.

Falta-nos o espaço para dele nos ocuparmos. Pode ver-se no *Manual*, pg. 595.

§ 202.º — O que acabamos de expor, basta para mostrar que as conclusões fundamentais do *Manual* não diferem das do *Cours*, como as deste não diferem das da *Economia pura* de Walras. Os sistemas (202), (203) e (204) equivalem exactamente aos que podiam formar-se com as equações (114), (117) e (119) do capítulo VII pelos quais Pareto representava, no *Cours*, as condições do equilíbrio, e aos sistemas (71), ao que se poderia formar com as equações (70), (72)... e ao (76), do capítulo VI, por meio das quais Walras, o verdadeiro fundador da teoria matemática do equilíbrio económico, pôs, pela primeira vez, o problema para o caso da livre concorrência.

Já no *Cours*, como dissemos no capítulo VII, Pareto veio acrescentar ao caso da livre concorrência, estudado por Walras, o caso dos mono-

pólios. O estudo destes últimos desenvolve-o no *Manual*, integrando-o definitivamente na doutrina do equilíbrio económico.

O *Manual* leva-nos, pois, além do maior desenvolvimento de certos pontos, às mesmas conclusões fundamentais do *Cours*, como este não fizera mais do que generalizar as conclusões de Walras.

Mas se as conclusões são as mesmas, o ponto de partida é, pelo menos aparentemente, muito diverso. Foi mesmo, como dissemos já, (§ 164.^o) o desejo de abandonar o ponto de partida, até então aceite, que levou o professor Pareto a elaborar a sua teoria do *Manual*. Pareto julgou atendível a observação do professor Irving Fischer, segundo o qual Walras partira da hipótese de que o prazer é uma quantidade medível, sem o demonstrar. Foi para fugir a esta dificuldade que Pareto escreveu o *Manual* em que afirma deduzir toda a teoria do equilíbrio sem ter necessidade de recorrer à hipótese de Walras.

Nunca nos pareceu que a objecção de Fischer atacasse realmente as conclusões de Walras⁴. Simplesmente, como já dissemos, não nos tendo sido possível obter um exemplar da obra de Fischer (é interessante notar que quase todas as obras dos economistas matemáticos estão esgotadas, e só muito dificilmente conseguem alcançar-se), e só conhecendo, por isso, a sua objecção pelas ligeiras referências que lhe faz Pareto, achamos mais sensato nos abster-mos de discutir uma afirmação que só imperfeitamente conhecemos. Simplesmente, se nos não é possível discutir a objecção de Fischer, é-nos, ao contrário, muito lícito dizer que toda a teoria de Walras poderia ser deduzida de um facto experimental, sem que o seu autor tivesse a mais pequena necessidade de introduzir a hipótese que realmente introduziu.

Este ponto não está bem esclarecido, e merece que o analisemos.

§ 203.^o — Walras deduz toda a sua teoria do equilíbrio económico da «curva da utilidade» ou «curva da raridade». Esta curva traduz apenas um facto experimental, e para a construir não era preciso introduzir a mais simples hipótese; bastava observar os factos e achar-lhes a representação geométrica. Fica-se, por isto, sem compreender bem que necessidade tem Walras de introduzir no seu raciocínio uma hipótese perfeitamente dispensável, prestando assim o flanco a uma crítica justa, que deitaria abaixo a sua teoria, se, felizmente para o autor e para a teoria, a hipótese por aquele introduzida nesta, não fosse uma pura excrescência, que pode pôr-se de lado, sem prejudicar uma única das conclusões.

O facto experimental, em que assenta a «curva da utilidade», e de que ela não é mais do que a tradução geométrica, consiste apenas em os prazeres resultantes da satisfação de um desejo irem diminuindo à medida que o desejo vai sendo satisfeito. Fora de certos casos excepção

⁴ António Osório volta à crítica de Fisher a Walras sobre a mensurabilidade da utilidade defendendo este último, apesar de, como afirma, não desejar questionar a autoridade de Pareto que aceita a crítica como justa e de não conhecer em rigor aquela crítica.¹

nais, a que nos referimos no § 167.^o deste capítulo, este *facto* observa-se sempre, e é verdadeiro para todos os nossos desejos e prazeres. Seja qual for a espécie do desejo e do prazer resultante da sua satisfação, este último vai forçosamente diminuindo à medida que o primeiro vai sendo satisfeito. E quase sempre chega um momento em que o prazer se transforma em mal-estar, este se transforma em dor, e esta chega a ser insuportável. Um copo de água para um indivíduo sequioso dá um prazer intenso; um segundo copo pode dar ainda prazer, conquanto menos intenso; um terceiro pode já repugnar, mas se o indivíduo insistir em continuar bebendo, em breve não poderá vencer a sua repugnância. Este *facto* é verdadeiro de *todos* os nossos desejos, e de *todos* os nossos prazeres. O desejo traduz sempre um estado de sensibilidade de certos centros nervosos, aos quais se tornou precisa uma determinada excitação. Se a excitação vem, os centros nervosos podem descarregar a força que tinham armazenado, e essa descarga dá-nos o *prazer* que sentimos. Quando todo o excesso de tensão neles contida, consegue descarregar-se, atingimos a *saciedade* em que os centros nervosos, libertos da sua tensão excessiva, encontram o equilíbrio. Mas se, depois disto, insistirmos em renovar a mesma excitação, em vez de encontrarmos uma tensão excessiva que precisa descarregar, vamos perturbar violentamente um estado de equilíbrio, pedindo aos centros nervosos uma renovação da sua actividade. Esses centros, até um certo ponto, poderão obedecer; mas a sua actividade excessiva e forçada traduzir-se-á na consciência por uma sensação de esforço e de mal estar, que pode chegar a tornar-se a mais insuportável das dores. Este *facto* experimental, de observação diária, é portanto uma lei da nossa dinâmica sensorial. E Walras representando-o pela sua curva da utilidade (fig. 1), e assentando sobre ele toda a sua teoria não precisava de introduzir nela hipóteses indemonstráveis.

Limitava-se a tirar conclusões de uma lei experimental. E a sua teoria adquiria assim todo o rigor das teorias que só da experiência tiram a sua base, e que nas suas deduções empregam o mais rigoroso dos métodos.

O que levou Walras a introduzir a sua hipótese de ser o prazer uma *quantidade medível*, foi a preocupação de querer considerar as rectas $o\beta_{r,1}$, $q'r''$, $q''r'''$,... (fig. 1) como a *medida das raridades, ou dos prazeres* resultantes de um dado consumo, quando poderia considerar essas rectas como uma simples *representação* desse prazer, sem avançar coisa alguma sobre a sua medida. Bastar-lhe-ia, verificando a lei experimental do decrescimento do prazer em função das quantidades consumidas dizer: *«esta lei experimental pode ser geometricamente expressa, por uma curva cujas abcissas representando os prazeres, vão decrescendo pela forma indicada em fig. 1, à medida que as ordenadas, representando as quantidades consumidas, vão aumentando. Devemos notar que a extensão das abcissas é arbitrária, o que quer dizer que, para cada mercadoria, podemos obter um número infinito de curvas, todas representando o decrescimento da respectiva raridade, porque as*

abscissas não medem de forma alguma o prazer; apenas o representam. Se o prazer, porém, for medível, então uma das curvas em número infinito, que poderemos construir sobre os simples dados da experiência, será exactamente a curva do prazer, e as suas abscissas medirão rigorosamente os prazeres correspondentes aos diferentes consumos. Mas a respeito deste último ponto nada desejamos avançar.

Se Walras tivesse escrito estas palavras, as conclusões e o desenvolvimento da sua teoria, não sofreriam a mais pequena alteração, e o professor Fischer não poderia nunca ter-lhe oposto a objecção, a que nos referimos. Em vez, porém, de as escrever, Walras, dominado pela ideia, que aliás lhe não era precisa para fim algum, de *medir* os prazeres pelas rectas $o\beta_{r,1}$, $q''r''$, $q'''r'''$,... escreveu a pg. 74 da 4.^a edição da sua *Economia Pura*:

«Cette analyse est incomplete, et, au premier abord, il semble qu'il soit impossible de la pousser plus loin, à cause de ce fait que l'utilité absolue d'intensité (raridade, prazer,...) nous échappe parce qu'elle n'est, ni avec le temps ni avec l'espace, dans un rapport direct et mesurable, comme l'utilité d'extension, et comme la quantité possédée. Eh bien! cette difficulté n'est pas insurmontable. *Supposons que ce rapport existe*, et nous allons pouvoir nous rendre un compte exact et mathématique de l'influence respective de l'utilité d'extension, de l'utilité d'intensité (raridade, prazer...) et de la quantité possédée sur les prix.

Je suppose donc qu'il existe un étalon de mesure de l'intensité des besoins ou de l'utilité intensive (raridade, prazer,...) commun non seulement aux unités similaires d'une même espèce de la richesse, mais aux unités différentes des espèces diverses de la richesse.

Está aqui o ponto fraco da teoria de Walras.

O interessante porém é que, como acabamos de ver, a curva de utilidade, e portanto toda a teoria do equilíbrio, poderiam muito bem ser postas e deduzidas, exactamente como o foram por Walras na *Economie Pure*, e por Pareto no *Cours*, sem que para isso fosse precisa a introdução dessa hipótese.

E a prova está em que o professor Pareto, no *Manual*, abandonando por completo tal hipótese, atinge, como vimos, exactamente as mesmas conclusões.

§ 204.^o — De facto no *Manual* não se supõe em parte alguma que o prazer seja uma *quantidade medível*. O prazer é considerado *uma quantidade*, mas esta consideração não representa uma hipótese, porque a nossa experiência ensina-nos que há prazeres maiores do que outros, iguais a outros, ou menores do que outros. E isto basta para que possamos, *e tenhamos de considerar* o prazer como uma quantidade. Mas entre considerar o prazer quantitativamente, e supô-lo uma *quantidade medível*, a diferença é imensa. O prazer tem indiscutivelmente um lado quantitativo que nós todos sentimos a todo o instante, pode quase dizer-se, em todos os actos da nossa vida. De facto quase

todos os nossos actos são provocados pelo desejo de obter afinal um determinado prazer de preferência a outro, isto é, pela representação mental de um certo prazer futuro que se nos afigura maior do que outro. É porque o julgamos *maior*, que o preferimos. A nossa consciência é uma espécie de balança, em que são continuamente pesadas as representações de prazeres passados com as sensações dos prazeres actuais. E a todo o instante sentimos que uns são maiores, outros menores, e outros devem ser iguais.

Evidentemente todo este processo interno não é outra coisa senão uma comparação quantitativa dos prazeres (à qual a própria comparação *qualitativa* em última análise se reduz), e nada impede portanto, antes tudo indica, que estudemos cientificamente o prazer como uma quantidade.

O que não temos é o direito de o considerar uma quantidade *medível*. E não o temos, salvo como mera hipótese indemonstrável, porque até hoje ainda ninguém encontrou forma de dosar os prazeres, nem nos é, portanto, possível afirmar que tal se conseguirá amanhã. O prazer e a dor são estados de consciência, por enquanto mal conhecidos na sua essência, e portanto muito longe ainda de poderem ser medidos, como a febre ou a força muscular. Parece apenas que, em regra geral, o prazer acompanha as acções úteis, e a dor as acções prejudiciais ao organismo. Saber isto é saber pouco, tanto mais que esta lei, formulada por Spencer, tem numerosas excepções, muito fáceis de ver: o alcoolismo, o uso dos remédios desagradáveis...etc. No entanto é evidente, (e a moderna psicologia de laboratório orienta actualmente os seus estudos no sentido desta espécie de investigações), que os estados de prazer e de dor têm uma vasta repercussão orgânica sobre a circulação, a sensibilidade, e sobre as funções da vida vegetativa em geral. A continuação dos estudos iniciados neste sentido, poderá levar talvez um dia a obter uma forma de medir o prazer pela espécie e intensidade das suas reacções sobre o organismo. Quando tal se consiga, as ciências sociais darão um passo enorme no caminho do seu desenvolvimento. Por enquanto não é tal *desideratum* mais do que uma esperança. Sabemos apenas, que o prazer tem um lado quantitativo. Sobre a maneira de o medir, não temos dados alguns. O mesmo nos acontece relativamente às distâncias das estrelas; essas distâncias existem por certo, e são rigorosamente iguais a um certo número de quilómetros. Mas até hoje, só algumas dessas distâncias puderam ser medidas, e, ainda assim, por uma forma bem imperfeita. O *Manual* de Pareto, considerando o prazer quantitativamente, mas não fazendo hipótese alguma sobre a sua mensurabilidade, veio mostrar que as conclusões da economia pura, tiradas da experiência, e obtidas com o auxílio do mais rigoroso dos métodos, deviam ter o mesmo grau de certeza, que possuem as conclusões da mecânica racional.

¹ *Manuel d'Economie Politique*, III, 227, 228.

APÉNDICE

INTRODUCTION

Vilfredo Pareto

Quelle place occupe l'économie pure parmi les sciences sociales? A quoi sert-elle?

Pour répondre à ces demandes, il faut remonter un peu plus haut, et se les poser au sujet de l'économie politique en général.

A l'origine de l'économie politique, après les travaux des Adam Smith et des Say, on croyait que cette science allait avoir une influence pratique des plus considérables.

L'utilité de l'économie politique? Mais comment peut-on poser cette demande, quand Adam nous dit qu'elle se propose deux objets distincts: le premier, de procurer au peuple un revenu ou une subsistance abondante; le second, de fournir à l'État ou à la communauté un revenu suffisant pour le service public; elle se propose d'enrichir à la fois le peuple et le souverain? Vraiment ce n'est pas peu¹.

A quoi sert l'économie politique? Mais, malheureux, lisez donc J. B. Say! «L'économie politique, en nous faisant connaître les lois suivant lesquelles les biens peuvent être créés, distribués et consommés, tend donc efficacement à la conservation et au bien-être non seulement des individus, mais aussi de la société qui, sans cela, ne saurait présenter que confusion et pillage². Certes, une science qui a de tels effets mérite la première place parmi les connaissances pratiques des hommes. «Au lieu de fonder la prospérité publique sur l'exercice de la force brutale, l'économie politique lui donne pour fondement l'intérêt bien entendu des hommes. Les hommes ne cherchent plus dès lors le bonheur là où il n'est pas mais là où l'on est assuré de le trouver³.»

Il y avait bien une ombre à ce tableau: les hommes ne paraissaient pas très pressés de suivre la voie qui devait les conduire au bonheur.

¹ Adam Smith, *Recherches sur la nature et les causes de la richesse des nations*, trad. Garnier, t. II, p. 1.

² J. B. Say, *Cours complet d'économie politique*, Bruxelles, 1844, p. 9.

³ J. B. Say, *Loc. cit.*, p. 10.

Mais on ne voyait là qu'un effet de leur ignorance. Dès lors, il ne s'agissait plus que de répandre la connaissance de l'économie politique, pour qu'elle eut une action considérable sur la vie pratique. Des gens bien intentionnés dépensèrent une somme considérable d'activité pour la propagande des saines doctrines économiques; on les enseigna un peu partout; on proposa même d'étendre cet enseignement aux écoles primaires.

Un événement considérable parut un moment démontrer d'une manière irréfragable que le succès pratique des doctrines économiques n'était qu'une question de propagande, d'une action qui dissiperait les ténèbres des préjugés et de l'ignorance, et qui ferait éclater les lumières de la raison et de la science. La ligue de Cobden, en Angleterre, avait atteint ce but, et avait conduit à une application pratique des doctrines des économistes au sujet de la liberté du commerce.

Hélas! ce beau jour n'eut pas de lendemain. On put espérer, il est vrai, pendant quelque temps, que d'autres Etats imiteraient l'Angleterre; mais bientôt ils orientèrent tous leur politique économique dans le sens du protectionnisme, qui maintenant, même en Angleterre, a eu un retour offensif. Il ne s'agit pas d'une doctrine en supplantant une autre, les doctrines protectionnistes ont suivi, n'ont pas précédé les faits, il s'agit d'une suite de faits pratiques, se développant dans un sens opposé à celui des doctrines qu'on nous enseignait au nom de la science.

Celle-ci n'a pas été plus heureuse dans ses autres domaines. Elle prêchait la libre concurrence, et les atteintes qu'y portent les particuliers et les gouvernements ne se comptent plus. A vrai dire, cette malheureuse libre concurrence est en train de se transformer en une sorte d'entité mystérieuse, source de tous les maux : c'est le Satan des peuples modernes, qui ne diffère pas beaucoup du Satan des peuples du Moyen Age.

Il est des théories économiques qui ont obtenu un haut degré de probabilité (rien n'est certain en ce monde), et qui sont tout aussi bien établies que d'autres lois des sciences naturelles. Par exemple, la loi de Gresham: la mauvaise monnaie chasse la bonne, en de certaines circonstances. La démonstration théorique ne laisse rien à désirer, les vérifications pratiques sont nombreuses et variées. Eh! bien en Italie, il y a quelques années, on voyait les gendarmes courir après les gens qui étaient soupçonnés d'exporter la monnaie d'argent! En d'autres pays, le change étant défavorable, on demande, pour le rendre favorable, que l'État frappe des monnaies d'or. Parmi les théories économiques, celle du papier-monnaie est une des mieux établies, des mieux vérifiées expérimentalement. On peut voir tous les jours des gouvernements se conduire comme si les personnes qui les composent l'ignoraient complètement. Pourtant ces personnes ont passé par les Universités où on l'enseigne, ils ont à leur disposition une foule de livres où elle est

expliquée; et si, malgré cela, ils n'en ont pas connaissance, c'est que vraiment leur ignorance est irrémédiable.

Mais en réalité, il ne s'agit nullement d'ignorance; il s'agit d'un choix pratique qui se fait indépendamment de certaines théories. Celles-ci sont laissées de côté, parce que d'autres considérations l'emportent sur celles auxquelles ces théories font appel. De toutes façons, de quelque manière qu'on veuille expliquer le fait de leur inutilité pratique, celui n'en demeure pas moins acquis.

Au point de vue exclusivement direct et pratique, on ne saurait trouver, jusqu'à ce jour, une grande utilité aux théories de l'économie politique.

A l'origine de l'économie pure, nous trouvons une erreur du même genre de celle que nous venons de remarquer pour l'économie en général.

On s'est imaginé qu'en appliquant les mathématiques à l'économie politique, on donnerait aux démonstrations de cette science une rigueur et une évidence qui leur faisaient défaut, et que, de la sorte, on obligerait tout le monde à les accepter. Walras a donné en plein dans cette erreur, non seulement pour l'économie pure, mais pour des questions pratiques dont il croyait pouvoir imposer la solution au nom de la rigueur des mathématiques. Inutile d'ajouter qu'il s'est complètement trompé. Il est l'auteur d'un projet dans lequel, par de longs développements mathématiques, il démontre que l'État doit racheter toutes les terres; mais jusqu'à présent aucun Etat ne s'est rendu à l'évidence de cette démonstration. Il est aussi l'auteur d'un projet fort savant mais aussi peu pratique — pour régler la monnaie aux Indes; mais le gouvernement anglais ne paraît pas en avoir tenu le moindre compte.

Même au point de vue exclusivement théorique, l'usage des mathématiques n'ajoute rien à la rigueur des démonstrations⁴; et si les prémisses sont erronées, les mathématiques en tireront des conclusions tout aussi erronées que celles qu'en tirerait la logique ordinaire. C'est donc ailleurs qu'il faut chercher — si elle existe — l'utilité de l'application des mathématiques d'économie politique⁵.

En attendant, nous voyons que l'économie pure, comme l'économie politique en général, n'ont pas *directement* une utilité pratique appréciable; elles ne peuvent avoir, du moins pour le moment, qu'une utilité théorique: celle de nous faire connaître les uniformités expérimentales de certains phénomènes, auxquelles on donne le nom de lois.

Nous ne pouvons pas savoir si un jour ces recherches n'auront pas au moins une utilité indirecte. Rien ne semble plus vain, au point de

⁴ Pareto distancia-se claramente do matematicismo radical de A. Osório relativizando a contribuição da matemática para o estudo da economia (nota de edição).

⁵ Voir à ce sujet: P. Boven. *Les applications mathématiques à l'économie politique*. Lausanne, 1912.

vue pratique, que des spéculations sur le mouvement des astres; et pourtant la mécanique céleste, par l'exemple du déterminisme de certaines lois naturelles, a eu une influence considérable sur la marche de l'esprit humain.

Socrate, se plaçant à un point de vue pratique, condamnait absolument les recherches des sciences physiques, et voulait qu'on s'occupât exclusivement de morale. Où en serions-nous, si l'on avait suivi ses conseils? Toute notre civilisation moderne repose sur ces sciences physiques dont il lui semblait folie de s'occuper⁶.

Mais je ne veux pas traiter ici cette question de l'utilité indirecte des connaissances humaines qui a besoin de développements dépassant de beaucoup les bornes d'une simple préface; il me suffit de l'avoir indiqué pour faire comprendre le sens précis de la proposition suivant laquelle on affirme que l'utilité directe et pratique aussi bien de l'économie pure que de l'économie politique en général, n'est pas considérable.

Occupons-nous donc de l'utilité théorique; c'est à-dire voyons comment nous pouvons arriver à la connaissance expérimentale des lois de certains phénomènes sociaux.

Toutes les sciences suivent uniformément la voie de séparer d'abord, par l'analyse, les différentes parties d'un phénomène concret, pour les réunir, ensuite par la synthèse. On n'étudie pas ensemble, pêle-mêle, la géométrie, la minéralogie, la chimie, la physiologie végétale, etc., bien que toutes ces sciences aient leur place marquée dans le phénomène de la culture d'un champ; on les étudie séparément, pour en réunir ensuite les résultats.

Dans un phénomène concret social, nous séparons donc différentes parties dont s'occupent les différentes sciences sociales, et parmi lesquelles s'en trouve une qui est l'objet de l'économie.

Cette première opération est suivie d'autres semblables, et parmi les nouvelles divisions que l'on forme ainsi, se trouve l'économie pure qui est à peu près dans les mêmes rapports avec l'économie appliquée, que la mécanique rationnelle avec la mécanique appliquée.

⁶ Xenophon, *Memor.* IV, 7. Il dit de Socrate: «Il recommandait d'apprendre assez d'astrologie pour reconnaître les divisions de la nuit, du mois et de l'année, en cas de voyage, de navigation ou de garde, et afin d'avoir des points de repère dans tout ce qui se fait la nuit... il ajoutait qu'il était facile d'apprendre ces points auprès des chasseurs de nuit, des pilotes, de tous les gens enfin qui ont intérêt à le savoir. Quant à l'astronomie et aux recherches qui concernent les globes placés en dehors de la rotation de notre ciel, à savoir les astres errants et sans règle, leur distance de la terre, leurs révolutions et les causes de leur formulation, il en dissuadait fortement, disant qu'il n'y voyait aucune utilité» (trad. Talbot).

C'est précisément d'une manière semblable que bien des personnes s'expriment actuellement au sujet des théories de l'économie. En un autre endroit, *Memor.*, I, I, II, Xénophon dit que Socrate démontrait que ceux qui s'occupaient de rechercher les lois des phénomènes célestes étaient atteints de folie.

Il est un fait très important, qui domine toute la matière économique, et c'est la mutuelle dépendance des phénomènes. La division du travail dont on a tant parlé, n'est qu'un des aspects de ce fait. Chaque homme est un centre d'influences économiques qui s'exercent sur une infinité d'autres hommes, et un centre de réceptions d'influences économiques qui s'exercent sur lui. A notre époque, la facilité de communications a énormément étendu ce champ de influences réciproques. Si, par exemple, les Etats-Unis ont une année prospère, ils achèteront beaucoup de porcelaines en France, cette industrie procurant alors des gains élevés à ses ouvriers, ceux-ci achèteront plus de viande; le prix de la viande augmentant en France, il en viendra d'autres pays, par exemple d'Italie; les éleveurs de ce pays-là gagnant plus, ils augmenteront leurs consommations de luxe par exemple, ils achèteront en plus grande quantité des articles de Paris. Ainsi de suite indéfiniment; on a une foule d'effets qui se croisent et s'entrecroisent de mille manières, et qui se trouvent en un état de mutuelle dépendance. Les connaître tous en détail est impossible, tout aussi bien que de compter les grains de sable du rivage de la mer; mais ne pourrait-on pas, au moins, en avoir une très grossière image d'ensemble? Si nous ne pouvons pas avoir une carte topographique, avec les moindres détails d'une contrée, devons-nous renoncer à en avoir une carte géographique?

L'entreprise, même réduite aux plus simples termes, est encore assez difficile. C'est pour en esquiver les difficultés que les premiers économistes ont si souvent parlé de Robinson dans son île. En considérant un homme isolé, on supprimait, par là même, l'action qu'il exerce sur les autres hommes, et les actions que les autres hommes exercent sur lui. Cette étude peut donner quelque lumière sur les phénomènes économiques, mais elle ne tarde pas à devenir absolument insuffisante: il est impossible de continuer longtemps à faire abstraction d'un fait d'une importance capitale, tel que celui des rapports économiques des hommes.

Ici se dresse un obstacle. La logique ordinaire permet de traiter convenablement les problèmes où l'on considère des causes et des effets; elle devient impuissante dans les cas de mutuelle dépendance, et il faut alors avoir recours à une logique spéciale : à la logique mathématique.

En d'autres termes, on peut dire que les mutuelles dépendances s'expriment en général par un système d'équations simultanées; or, le langage ordinaire est impuissant pour résoudre un tel système; on n'en peut obtenir la solution qu'en ayant recours aux mathématiques.

L'oeuvre d'un demi-siècle, des économistes littéraires, en tant qu'ils s'occupaient des théories générales, peut se définir un ensemble de tentatives pour résoudre, au moyen du langage ordinaire, un système d'équations simultanées.

Malgré les efforts déployés, qui quelque fois touchent au génie, ces tentatives devaient demeurer infructueuses, uniquement par la faute de

l'instrument employé. L'économie pure est venue écarter cet obstacle; elle a fait connaître la nature générale du problème économique, les conditions de ses solutions.

Voilà donc un commencement de réponse aux questions que nous nous étions posées dès le début.

L'économie pure est une science théorique qui, jusqu'à présent du moins, nous fournit le seul moyen que nous ayons de nous rendre compte de la forme générale du phénomène économique, dans sa complexité des mutuelles dépendances.

Mais ce n'est là qu'un commencement. L'obstacle qui s'opposait au progrès de la théorie générale du phénomène économique étant écarté, une voie nouvelle s'ouvrit aux recherches. On vit surgir des problèmes dont jusqu'alors on ne soupçonnait pas l'existence, des théories qui étudiaient les nouveaux rapports mis en lumière, par exemple, le maximum d'ophélimité pour une collectivité. En outre, il se produisit un mouvement provoqué par le besoin de donner aux prémisses des raisonnements le degré de précision requis par l'usage des mathématiques et par les analogies qui s'établissaient ainsi avec d'autres sciences expérimentales. Tout cela amena peu à peu les nouvelles doctrines économiques à se soustraire aux influences métaphysiques et éthiques, à imiter les sciences expérimentales, à se mettre dans une voie parallèle à celle que ces sciences ont suivie avec tant de succès.

L'oeuvre d'analyse, de séparation, de simplification, qui nous a conduit à l'étude de l'économie pure, se continue dans le sein même de cette science.

Il est bien évident que nous ne pouvons pas considérer tous les détails du phénomène économique, et, le pourrions-nous, que cela serait parfaitement inutile. Voici un homme qui a déjeuné. Nous pourrions noter le sentiment de satiété d'aliments qu'il éprouve et le suivre d'heure en heure — pourquoi pas aussi de minute en minute? — jusqu'au moment où, avant le dîner, il s'est transformé en appétit. Mais nous pouvons aussi passer sur tous ces détails, et considérer seulement le moment du déjeuner et celui du dîner; mieux encore: ne considérer que le besoin d'aliments que l'homme éprouve chaque jour.

Regardez avec une loupe grossissante l'aiguille des minutes d'une montre, vous la verrez marcher par soubresaut, et alors, au lieu d'un mouvement continue de cette aiguille, vous pouvez considérer ses soubresauts successifs. C'est ce qu'on fait en économie pure.

A chaque soubresaut, l'aiguille reçoit une impulsion, qui s'éteint lorsque l'aiguille s'arrête; au point de vue mécanique, on dit qu'alors elle est en *équilibre*.

D'un repas à l'autre, l'individu reçoit une certaine impulsion qui se manifeste par le besoin d'aliments. Cette impulsion s'arrête, ce besoin s'éteint quand l'individu a pris son repas. C'est là l'état qu'il est important de considérer en économie, pour ne pas se perdre en des détails

oiseux et futiles ; on pourrait lui donner un nom quelconque, le désigner par une simple lettre de l'alphabet, par exemple l'appeler l'état X; mais, par analogie avec le phénomène mécanique, on peut simplement l'appeler *l'état d'équilibre*.

Le nom importe peu; c'est la chose que le nom désigne qui seule importe; et pour connaître cette chose il faut se reporter à la définition qui en est donnée; les recherches étymologiques ou autres, au sujet du nom, ne servent absolument à rien.

Quand nous disons, en un certain cas, que nous étudions un état d'équilibre, nous voulons seulement dire que nous étudions l'état final de certains phénomènes, sans nous arrêter à des états successifs; que, par exemple, nous nous occupons de la consommation journalière de houille d'une chaudière, sans nous arrêter à observer chaque pelletée de houille que le chauffeur jette dans le foyer.

Cette définition, étendue à un nombre quelconque d'agents, nous fait connaître un état dans lequel chacun de ces agents a, pour le moment, accompli son oeuvre, et c'est cet état que nous étudions.

Du reste, il n'y a ici de nouveau que la précision donnée à une conception ancienne, qui était assez vague. De même que M. Jourdain faisait de la prose sans le savoir, les économistes littéraires considéraient un état *d'équilibre* sans bien se rendre compte de ce que c'était en réalité.

Il y a quelque chose de justifié dans l'hostilité que l'économie pure a rencontrée dès ses débuts, et ce quelque chose se retrouve toutes les fois qu'une science théorique fait irruption dans la pratique; on en a eu des manifestations bien plus importantes dans l'hostilité qu'on a vu autrefois apparaître entre les maîtres de forges et les chimistes métallurgistes, entre les ingénieurs pratiques et les «polytechniciens»; et on peut l'exprimer en disant que, en vertu même de sa nature analytique, une des sciences théoriques ne peut pas prétendre de résoudre, à elle seule, un problème pratique, qui est essentiellement synthétique.

Mais ce n'est pas ainsi, en général, que s'expriment les adversaires des applications théoriques. Au lieu d'ajouter, ils suppriment; au lieu de dire: «il faut ajouter quelque chose à la science dont vous prétendez tirer ces applications», ils trouvent plus simple d'écarter la science elle-même, de la nier.

Toute personne qui veut tirer la solution d'un problème pratique exclusivement des théories de l'économie pure, ou même de celles de l'économie appliquée, est généralement dans le faux ; il faut y ajouter des considérations d'un grand nombre d'autres sciences sociales. De même toute personne qui voudrait cultiver un champ en se laissant guider exclusivement par des considérations de chimie agricole, serait dans le faux.

De ces faits indéniables, doit-on tirer la conclusion que les théories économiques sont fausses, qu'elles sont inutiles pour la connaissance des phénomènes sociaux, ou bien que les théories chimiques sont faus-

ses, qu'elles sont inutiles pour la connaissance des phénomènes agricoles? Non, évidemment. La seule conclusion légitime est que ces théories ne considèrent qu'une partie des phénomènes, qu'il faut en ajouter d'autres, qui tiennent compte des autres parties.

Mais pour cela il faut étudier, travailler, se donner de la peine, et c'est ce qui effarouche la paresse de bien des gens. Il est bien plus aisé de tâcher de deviner ce qu'on ne connaît pas et d'en parler au hasard. Sur dix personnes qui jugent les théories de l'économie pure, il y en a bien neuf qui n'en ont pas la moindre idée, qui en parlent comme un aveugle des couleurs. Celles d'entre elles qui prennent plaisir à ce petit exercice n'ont qu'à continuer; elles ne font de mal à personne; au contraire, leur naïve ignorance est bien propre à amuser. Quant à celles qui désirent ne traiter des questions qu'en connaissance de cause, il faut qu'elles se persuadent bien que dans son état actuel, l'économie pure est une science tout aussi difficile à étudier que n'importe quelle autre science, que, par exemple, la chimie, la physique, l'astronomie, etc., et, de même qu'on ne saurait prétendre acquérir la connaissance de ces sciences par la lecture superficielle d'un traité quelconque, il est impossible, sans une étude sérieuse, de se rendre maître des doctrines de l'économie pure.

Tout ce qu'on peut demander, c'est d'avoir des traités clairs, bien ordonnés, sachant allier la simplicité de la forme à la profondeur de la pensée. C'est de genre qu'est ce traité ; et c'est pour cela que je crois qu'il pourra rendre de grands services aux personnes qui veulent étudier la science.

PRÉFACE

António Osório

Cet ouvrage initie une série d'études sur l'application des mathématiques à l'économie pure. Nous y examinons certains aspects généraux de l'usage de la méthode mathématique et nous y exposons la théorie de l'équilibre économique dans l'échange. Dans le second volume nous nous occuperons de la production.

Nous ne nous proposons ici qu'une étude de science pure et abstraite. Les quatre premiers chapitres sont à la portée de tout le monde. Les quatre derniers présupposent quelques connaissances d'algèbre, de géométrie analytique et de calcul infinitésimal chez les lecteurs dont le nombre sera, par conséquent, assez réduit. Et puis, il n'y a qu'une petite élite qui prend goût à des spéculations de ce genre, où l'on néglige toute idée d'utilité immédiate, pour n'envisager que l'établissement de relations objectives entre les choses. Il est de notre devoir d'en avertir le public.

Nous n'étudions aucun problème pratique et nous ne présentons aucune solution de questions concrètes. Nous nous bornons à poser les rapports abstraits, qui existent entre les désirs humains et entre ceux-ci et les obstacles, qui s'opposent à leur satisfaction.

L'économie politique, contrairement à l'opinion courante, est loin d'avoir réalisé des progrès aussi considérables qu'on le dit. L'orientation de nombreux économistes modernes ne peut même mener à aucun résultat, au point de vue scientifique.

En effet la plupart des ouvrages sur l'économie politique, paraissant chaque jour, appartiennent à l'une des deux catégories suivantes: 1) travaux d'application pratique et de résolution de certaines questions concrètes. Ces études sont presque toujours d'une grande utilité et les seules même dont il puisse résulter quelque avantage immédiat. Toutefois leur importance scientifique est assez limitée, car on n'y envisage que des points concrets de l'économie d'un peuple donné, et puis leurs conclusions regardent seulement le milieu qui a été étudié. Ainsi les principes qui dérivent des conditions de fonctionnement de la

Banque d'Angleterre ne permettent pas de résoudre pratiquement les problèmes qui se rattachent à notre circulation fiduciaire et au régime du contrat entre l'État et la Banque du Portugal: 2) des études théoriques où les auteurs font la propagande de leurs sentiments drapés scientifiquement.

Les travaux de la première espèce sont utiles au point de vue pratique, mais leur sphère d'action est très restreinte; ceux de la deuxième catégorie ne sont que des moyens de propagande, qui déterminent parfois d'importants courants d'opinion et de grands mouvements sociaux, mais dont la valeur scientifique est toujours ou presque toujours nulle. La plupart des publications socialistes se trouvent dans ce cas. Ceux qui sont un peu au courant de la bibliographie économique moderne savent très bien que les auteurs socialistes sont d'une fécondité, qui doit enorgueillir des sectaires du nouveau Christianisme du XX^e siècle, dont le dieu s'appelle Karl Marx. Dans beaucoup de ces livres on ne se donne pas même la peine de voiler le métaphysique des propositions, qui s'y formulent, et qui deviennent de vrais préceptes d'une nouvelle Bible, tandis que d'autres se revêtent soigneusement d'une forme scientifique. La République de Platon ainsi que les ouvrages de certains communistes modernes comptent parmi les premiers; *Le Capital* de Karl Marx est le prototype des derniers. Il est vrai que Marx a l'air de déduire plusieurs de ses conclusions de la simple observation des faits et de ne pas s'écarter du domaine de la science. Toujours est-il que ses propositions fondamentales furent posées avant et indépendamment des faits d'où il semble les induire. Les faits en question ont été surajoutés à la conception préformée, à l'idée préconçue. Ils n'ont pas servi de base à la théorie; ils en ont été la justification.

Manifestement les auteurs, qui se proposent la démonstration d'une thèse donnée ou la confirmation d'un certain principe prédéterminé auquel leur esprit seul a donné naissance, ne peuvent jamais rien produire de bien remarquable sous le rapport de la science. Celle-ci ne s'occupe que des faits et de leurs relations. Les uniformités ou les lois qui régissent ces relations se déterminent par des comparaisons successives entre les faits et leurs relations. La science ne s'étend pas au delà. Evidemment les seuls procédés scientifiques sont l'expérience et l'observation, lorsque la première est impossible. Ces deux méthodes n'ont rien de commun avec celle qui consiste à encadrer des faits réels dans des conceptions préformées, méthode qui peut donner d'excellents apôtres à une religion, mais qui ne peut jamais être suivie par un savant.

La *plupart* des traités d'économie modernes suivent cette dernière orientation. Il n'est donc pas étonnant que la science économique n'ait pas fait les progrès qu'on s'imagine ordinairement. La *grande majorité* des publications économiques de nos jours sont, ou bien des études pratiques d'un intérêt restreint, ou bien de purs romans.

Cela ne veut pas dire que nul ouvrage d'économie moderne ne soit scientifique. Nous tenons seulement à souligner que la plupart de ceux-ci n'ont qu'une valeur scientifique assez insignifiante ou nulle et que la vraie science économique n'est pas encore organisée.

De la réaction contre les tendances métaphysiques d'un grand nombre d'économistes et de sociologues est née l'école mathématique.

Son fondateur a été Léon Walras, professeur d'Economie Politique à l'Université de Lausanne dont l'oeuvre a été continuée par Vilfredo Pareto. Les essais sur l'application des mathématiques à l'économie datent de très loin. Mais la doctrine de l'école dite mathématique ne peut se considérer comme constituée qu'à partir de la publication des travaux des deux savants précités.

Pour cette école, la science économique doit être envisagée comme une science expérimentale. De certains phénomènes très simples, dont tout le monde peut constater l'évidence, elle déduit la science économique pure, théorie abstraite des goûts humains, espèce de mécanique rationnelle des désirs, pour en faire la base des possibles travaux pratiques de l'avenir, tout comme la mécanique rationnelle est aujourd'hui la base des travaux pratiques de l'ingénieur et du constructeur de machines.

Il est toutefois curieux que l'un des arguments contre l'école mathématique soit précisément que ses conclusions s'écartent de la réalité, que ses principes, peut-être vrais pour des êtres de fantaisie, ne sauraient s'appliquer aux hommes tels qu'ils sont. Et cependant l'école mathématique obéit précisément à l'idée d'étudier objectivement et en toute rigueur les phénomènes économiques, en donnant ainsi à l'économie le caractère d'une vraie science expérimentale affranchie des considérations éthiques ou métaphysiques, auxquelles ses propositions se trouvent mêlées d'ordinaire. Si les auteurs qui se plaisent à répéter l'objection précitée, se donnaient la peine de faire des mathématiques pendant quelques années avant d'aborder la lecture des oeuvres qu'ils critiquent, ils se garderaient bien d'émettre de pareilles opinions. Ils verraient que les principes de l'économie pure sont aussi applicables aux hommes réels que ceux de la mécanique rationnelle le sont à la construction des ponts. Ils sauraient que l'économiste qui chercherait à résoudre des questions concrètes en se basant sur les simples conclusions de l'économie pure, commettrait une erreur aussi considérable qu'un ingénieur, qui entreprendrait l'installation d'une fabrique, orienté seulement par les principes de la mécanique rationnelle. Mais jamais ils ne pourraient conclure que l'économie pure est une chimère, ou que la mécanique rationnelle est une science dont les principes vrais pour des machines idéales ou des ponts fictifs n'ont aucune relation avec des machines ou des ponts réels. Ils n'oublieraient pas que la science est essentiellement analytique, et la pratique essentiellement synthétique, principe que le Professeur Pareto ne cesse de répéter et que les socio-

logues n'ont que très rarement dans l'esprit, malgré sa banalité en fait de sciences naturelles. Les phénomènes réels sont toujours d'une infinie complexité. Pour les bien connaître il faut les décomposer, trier leurs éléments constitutifs et comparer ces éléments entre eux, afin de fixer les uniformités qui existent entre leurs rapports.

Le rôle de la science consiste à séparer pour connaître, abstraire pour généraliser. La science est un tout dont les parties se spécialisent et se divisent de plus en plus. Pourtant les sciences appliquées ou les arts ne se contentent pas de la connaissance intime des éléments constitutifs des phénomènes; il leur faut rapprocher et combiner ces phénomènes entre eux, afin de les utiliser dans la pratique.

Cette notion est développée au chapitre III. Nous ne nous en référons ici que pour justifier la méthode suivie par les économistes, dont nous exposons la doctrine, au cours de ce travail.

Mais que le lecteur ne se fasse pas d'illusions! Qu'il ne s'attende pas à trouver dans ce travail, basé, sur les conclusions de l'économie mathématique une solution *pratique* des nombreux problèmes concrets de l'économie, solution d'autant plus rigoureuse qu'elle serait déduite mathématiquement.

Tel n'est pas le but de Walras et de Pareto, qui divergent de l'orientation *pratique* de presque tous les économistes, que d'ailleurs ils ne blâment pas. Mais leur fin est tout autre. Ils se proposent de contribuer à la fondation de la science économique selon les principes des sciences expérimentales. Leur chemin est plus long. Ils n'aboutiront à des résultats pratiques que plus tard; mais leurs conclusions n'en seront que plus exactes et plus rigoureuses. Les procédés généralement adoptés par les autres économistes ne sauraient les égaler.

Ce livre n'est donc, par conséquent, qu'une étude de science pure. Il est parfois fatigant à force de détails minutieux que l'on ne peut éviter lorsqu'on tient à examiner à fond la vérité. Quoique cet ouvrage repose sur les conceptions des deux grands fondateurs de la théorie de l'équilibre économique, comme nous l'avons dit, il n'est pas une reproduction textuelle des conclusions de ces deux savants. L'ordre des matières est autre et l'exposition est presque toujours différente. Certains points se trouvent éliminés d'autres ont été développés. La concision excessive de certaines déductions fondamentales est une des grandes difficultés que nous avons dû surmonter dans l'oeuvre des deux maîtres. Nous avons tâché de l'éviter et de produire un travail d'une lecture facile pour ceux qui auront les connaissances mathématiques indispensables.

Le chapitre I traite des précurseurs de l'école mathématique. Nous nous y arrêtons plus longtemps sur les idées de Gossen. Son oeuvre contient en germe plusieurs bases de la doctrine de Walras que nous y résumons, puisque nous ne saurions le faire dans les chapitres suivants. Le chapitre II est l'exposition critique des théories de Walras sur l'objet

de l'économie pure. Il nous a toujours semblé que les idées de Walras, à cet égard, étaient la quintessence de la métaphysique, ce qui est une anomalie singulière, chez le savant, qui a conçu la doctrine vaste et profonde de l'équilibre économique général. Mais les plus grands penseurs manifestent souvent de pareilles contradictions. Newton, commentant l'Apocalypse, n'est pas le même Newton *des Principes* et de la gravitation universelle. Augustin Cauchy faisant des discours sur la politique n'a rien de commun avec le mathématicien auquel la science doit de si merveilleuses découvertes. Spencer, qui a conçu l'«Inconnaissable», et la première partie des *Premiers Principes*, n'est pas le savant qui a formulé la loi de l'évolution et qui a écrit les admirables pages de *La Psychologie* et de *la Sociologie*. Walras, auteur de la théorie de l'équilibre économique, dans le cas de la libre concurrence, n'est pas le métaphysicien de «l'Economie sociale» et de la première partie de «l'économie pure».

La critique, contenue dans le chapitre II, vise uniquement à mettre ce fait en relief. Walras, penseur et mathématicien, ne doit pas subir les attaques auxquelles se prête Walras métaphysicien.

Le chapitre III étudie et développe la conception de Pareto sur l'économie pure. Nous résumons et condonsions certaines notions éparpillées un peu partout, dans les oeuvres du maître, qui ne s'est jamais donné la peine de bien définir l'objet de l'économie pure dans un chapitre à part. Il nous donne là-dessus quelques notions, inconciliables au premier abord, et qui produisent une certaine confusion, à ceux qui n'ont pas fait une étude prolongée de ses idées. Au moyen de plusieurs considérations nous avons largement développé la théorie de Pareto, dont nous avons démontré la haute portée, ainsi que ses rapports avec l'étude des sciences sociales en général.

Le chapitre IV a été écrit à l'effet d'éclaircir les doutes que l'emploi de la méthode mathématique serait susceptible de susciter. Les économistes mathématiciens abordent très superficiellement ce point. Il nous a semblé utile d'approfondir l'idée de Pareto, à ce sujet de montrer les raisons qui rendaient indispensable la méthode mathématique, et son champ d'application. Nous devons pourtant rappeler que les conclusions auxquelles nous y aboutissons n'empêchent pas que la méthode mathématique ne soit utile et parfois absolument nécessaire dans l'étude de certaines questions économiques concrètes. C'est au moyen du calcul infinitésimal et de probabilités, que Pareto a étudié dans son «Cours», la «Courbe des revenus» dont il a obtenu l'équation logarithmique par interpolation.

N'étaient-ce les mathématiques, les conclusions du maître n'auraient pas la haute signification pratique qu'elles ont. Toutefois, si l'emploi des mathématiques peut être parfois indispensable dans l'étude de certains problèmes économiques concrets, son principal champ d'application est dans l'économie pure, et c'est ce que démontre le chapitre IV.

Les chapitres V, VI, VII et VIII résument les théories de Walras et de Pareto sur l'équilibre économique de l'échange, dans les cas de la libre concurrence et du monopole.

Quoique les chapitres précités soient empreints d'idées des deux savants fondateurs de l'École mathématique, la forme, l'ordre des matières, quelques démonstrations et plusieurs développements n'offrent rien de commun avec les maîtres.

Comme il a été dit nous avons tâché d'éviter les difficultés inhérentes à l'extrême concision de certaines déductions de Walras et de Pareto, dont la lecture devient parfois épuisante pour cette raison. Que l'un des rares lecteurs, que nous aurons au Portugal, trouve matières exposées avec clarté et nous nous tiendrons pour récompensés !

Lisbonne, Février 1911

ÍNDICE ONOMÁSTICO

- Adamson, 14, 16
Anaximandro, 42
Anaximene, 42
Auspitz, 22
- Barone, 22
Bastiat, 107
Beccaria, 11
Bertrand, 181, 182
Boehm-Bawerk, 17
Bolyai, 71
Bordas, 13
Bortkewicz, 21
- Canard, 12
Cauchy, Augustin, 7
Copérmico, 14
Cournot, 12, 13, 15, 16, 99
- D'Alembert, 65
Dupuit, 13, 15
- Edgeworth, 21, 22, 113, 154, 183, 184, 195,
218, 224-228, 230
Euclides, 70, 71
- Fechner, 114
Fisher, Irving, 22, 113, 132, 182, 183, 217,
274
- Galileu, 200
Genovesi, 131
Gossen, 7, 13-17
Guglielmo, 11
- Hegel, 38
- Jevons, Stanley, 15, 16, 17, 21, 113, 187
- Kant, 38
- Lagrange, 200
Lehr, J., 22
Leverrier, 82
Lieben, 22
Lobatchevsky, 70, 71
- Malthus, 209
Marshall, Alfred, 22
Marx, Karl, 4
Menger, Carl, 15, 16, 17
Mill, Stuart, 27
- Newton, 7, 96
- Ortes, Gianmaria, 12
- Pantaleoni, 17
Pareto, Vilfredo, 5-8, 22, 38, 45-48, 56, 83, 85,
93, 97, 99, 106, 107, 110, 113, 114, 131,
132, 135, 181-183, 186, 187, 191, 196-201,
209, 217, 218, 223, 227, 228, 230, 232,
235, 238, 241, 242, 247, 250, 251, 254,
255, 258-260, 269, 273, 274, 276
- Pearson, 22
Platão, 4
- Quesnay, 25
- Ricardo, 44
Riemann, 71
Roscher, 16
- Say, J.-B., 27, 28
Senior, 131
Silio, 12
Smith, Adam, 25, 27, 44
Spencer, 7, 85, 276
- Walras, August, 131
Walras, Léon, 5-8, 14-18, 20-22, 27-38, 83,
92, 93, 97-99, 101, 113-115, 118-120,
122, 123, 127, 129, 131-135, 139, 148-

- 151, 153, 154, 160, 163, 167, 175, 176,
181-187, 189-191, 195, 196, 198, 199,
201, 205, 206, 209, 241, 247, 255, 258,
262, 273-276
- Whewell, 11, 12
Wieser, 17
Zola, 12

ÍNDICE TEMÁTICO

- Abstração, 26, 41, 42, 44, 53, 56, 63, 84, 96, 114
- Aproximações sucessivas, 42, 43, 190, 201
- Ações humanas, 45, 46, 57, 60, 61, 63, 84
- lógicas*, 45, 56, 57, 60
 - não lógicas*, 45
 - económicas*, 45-47, 56, 57, 58, 59
- [v. tb. homo economicus]
- Capitais
- temas*, 18, 97
 - faculdades pessoais*, 18, 97
 - capitais mobiliários*, 18, 97
- [v. tb. capitalização e mercados (tipologia)]
- Capitalização, 18, 20, 21, 31, 32, 86
- [v. tb. capitais]
- Ciência económica
- economia política*, 16, 18, 25, 28, 30, 41, 107, 116, 231, 247
 - economia aplicada*, 28, 29, 31, 43, 64, 83, 108, 110
 - economia social*, 29, 31
 - economia pura*, 18, 20, 25, 28-32, 41-43, 45, 47, 48, 50, 56, 60, 63, 64, 65, 69, 83, 99, 110, 113, 132, 189, 277, 278
- [v. tb. teoria matemática da riqueza social]
- Colina do prazer, 226-235, 238, 250
- [v. tb. curva de indiferença e equilíbrio]
- Curva de indiferença, 230-236, 238, 240-242, 246, 248-251, 254, 256
- [v. tb. equilíbrio]
- Custo de produção, 20, 94
- [v. tb. preço de venda, produção]
- Estados de consciência, 72, 73, 76
- [v. tb. percepção]
- Economia política [v. ciência económica]
- Equilíbrio
- "atalbos"*, 230-242, 246, 249, 251-254, 256
 - pontos terminais*, 238, 242, 243
 - estável*, 249-251, 254
 - instável*, 253, 254
- [v. tb. curva de indiferença e trocal]
- Equilíbrio económico, 18, 21, 22, 48, 53, 55, 56, 65, 83, 84, 89, 90, 93-95, 98, 107, 108, 110, 113, 167, 181, 182, 198, 200, 210, 213, 217, 219, 228, 274, 275
- geral*, 91, 96, 97, 105, 169, 199
- [v. tb. equilíbrio]
- Factos
- naturais*, 28, 30, 32-34, 37
- [v. tb. economia pura]
- humanos* (humanitários), 28, 29, 32-34, 36, 37
- [v. economia aplicada, economia social e vontade humana]
- Generalização, 2, 65, 69, 73, 183, 225
- [v. tb. abstração]
- Gostos (ou desejos) [v. equilíbrio, obstáculos, ofelividade e utilidade]
- Homo Economicus, 44, 46, 47, 56
- [v. tb. acções económicas]
- Intuição, 69, 74, 76, 77, 80
- [v. tb. percepção]
- Lei da oferta e procura efectivas, 149
- [v. tb. oferta e procura]
- Lógica
- vulgar*, 54, 55
 - matemática*, 11, 17, 54, 106
- [v. tb. método matemático]
- Matemática
- economia matemática*, 12, 15, 18, 21, 83, 127
 - escola matemática*, 17, 44, 55, 83, 120, 131
 - linguagem algébrica*, 11
 - linguagem matemática*, 106
 - teoria matemática*, 15, 20, 181, 254, 255
- [v. tb. economia pura e lógica]

- Mecânica racional dos desejos humanos, 56, 65, 200
[v. tb. economia pura]
- Métodos
dedutivo, 55, 69, 70, 75, 83
estatístico, 70, 83
histórico, 55, 70
indutivo, 55, 69, 70, 75, 83, 84
matemático, 13, 17, 69, 83, 84
[v. tb. abstração, generalização e lógico]
- Mercado (organização)
Livre concorrência, 18, 32, 95, 96, 98, 103, 105, 108, 148, 149, 164, 167, 175, 176, 187, 189, 190, 191, 192, 198, 200, 210, 213, 214, 233, 254, 274
Monopólio, 95, 96, 98, 99, 105, 187, 190, 191, 200, 210, 212-214, 273, 274, 275
- Mercado (tipologia)
de capitais novos, 20
[v. tb. capitais e capitalização]
de produtos, 18, 98, 99, 103, 104
de serviços produtores, 19, 92, 97-99, 103, 104, 105
[v. tb. capitais]
- Numerário, 19, 102, 168, 169, 175, 192, 197, 201, 210, 250, 263, 264
- Obstáculos, 45, 47-50, 52, 54, 55, 63, 64, 90, 93, 94, 109, 189, 236, 246, 258, 259, 266
[v. tb. ofelimidade e utilidade]
- Ofelimidade, 17, 46, 47, 55, 56, 59, 62, 83, 84, 102, 103, 106, 132, 146, 186-188, 191, 196-198, 200, 205, 210, 214, 217-219, 235-238.
índice de ofelimidade, 223, 226
- Oferta
curva da oferta, 145, 147, 149, 150, 155, 161, 162, 202, 209, 238-242, 244
total, 144, 145, 148, 155
efectiva, 99, 122, 149, 175, 176
[v. tb. oferta e procura]
- Percepção, 72-74
[v. tb. intuição]
- Preços
correntes, 19, 20, 120, 175, 189, 233, 265
de venda, 19, 94, 95, 103
[v. tb. custo e produção]
- Procura
curva da procura, 145, 147, 150, 153-155, 209, 238, 239, 242
efectiva, 99, 122, 144, 155, 175
parcial, 139, 142, 143, 155
total, 139, 142, 144, 145, 148, 155
[v. tb. leis da oferta e procura, utilidade]
- Produção, 28, 32, 60-63, 84, 96, 97, 101, 103, 214, 246, 250
coeficiente de fabricação, 21
teoria da produção, 21
[v. tb. custo da produção, troca e produção]
- Raridade, 17, 21, 29, 118, 123-126, 131-136, 153, 154, 159, 162, 168, 184, 186, 198, 205, 259, 260, 275, 276
[v. tb. ofelimidade e utilidade]
- Relações entre fenômenos
Causa efeito, 55, 85, 86, 88, 89
Mútua dependência (influência), 55, 85, 86, 88-90, 104-106, 108, 110
[v. tb. equilíbrio geral]
- Relações (objectivas) entre coisas
Coextensão, 77, 78, 80, 81
Coexistência, 76, 78-82
Identidade de natureza, 76, 78, 80, 81
[v. tb. intuição, percepção]
- Teoria matemática da riqueza social, 18, 32, 113
[v. tb. economia pura]
- Troca
teoria da troca, 21
[v. tb. economia pura]
troca e produção, 61, 63, 84, 108
[v. tb. teoria da produção]
equação das trocas, 16, 113, 120, 162
linha (curva) das trocas, 233, 236-244, 248-251, 254
[v. tb. curva de indiferença e equilíbrio]
- Satisfação máxima (condição), 16, 113, 114, 119, 120, 127, 129, 130, 159, 162, 165, 202, 246
[v. tb. equilíbrio, ofelimidade, raridade e utilidade]
- Serviços consumíveis, 92, 97, 101-104, 191
[v. tb. capitais, mercado e serviços produtores]
- Utilidade, 13, 15, 17, 18, 21, 27, 30, 31, 37, 43, 45-47, 113-119, 126, 128, 132, 155, 161, 184-187, 198, 217, 273-275
Efectiva, 117-119, 128, 131, 136, 184-186, 195, 196.
Curva de utilidade, 114-116, 119, 125, 126, 130, 131, 133, 134, 146, 184, 275
Marginal, 187
Acréscimos diferenciais de utilidade, 184, 185
[v. tb. ofelimidade, procura e raridade]
- Vontade Humana, 28-30, 32-37
[v. tb. factos humanos (humanitários)]

COLEÇÃO DE OBRAS CLÁSSICAS DO PENSAMENTO ECONÓMICO PORTUGUÊS

A Coleção de Obras Clássicas do Pensamento Económico Português é uma iniciativa editorial que visa possibilitar um mais fácil contacto, quer do público em geral, quer dos estudiosos das áreas das ciências sociais e humanas em particular, com obras desde há muito esgotadas ou com textos apenas disponíveis em forma manuscrita. Pretende-se com esta *Coleção* proporcionar um melhor conhecimento dos autores que no passado construíram as suas interpretações e análises sobre a realidade económica e social portuguesa.

Concepção e realização: CISEP (Centro de Investigação Sobre Economia Portuguesa do Instituto Superior de Economia e Gestão da Universidade Técnica de Lisboa).

Coordenador Geral: José Luís Cardoso.

Consultor Principal: Manuel Jacinto Nunes.

Patrocínio Financeiro: Banco de Portugal e Fundação Calouste Gulbenkian.

Editor: Banco de Portugal