

# Lições de um modelo estrutural com agentes de vida finita

**Paulo Júlio**  
Banco de Portugal and CEFAGE

**José R. Maria**  
Banco de Portugal

Janeiro 2021

## Resumo

Este artigo pretende identificar diferenças de narrativa para economia portuguesa decorrentes de dois modelos estruturais estimados, idênticos em todas as dimensões excepto na estrutura das famílias. No modelo com agentes de vida finita, as famílias vivem de acordo com o esquema de gerações sobrepostas e têm vidas estocásticas finitas, atribuindo maior valor económico a eventos de curto prazo. O modelo com agentes de vida infinita segue a prática padrão na literatura. Concluí-se que a estrutura das famílias desencadeia diferenças quantitativas pouco significativas na narrativa. Quando as diferenças existem, elas atuam principalmente por meio dos efeitos dos choques de procura, que desempenham um papel mais proeminente nos desenvolvimentos económicos no modelo com agentes de vida finita, e que são alternativamente canalizadas para perturbações tecnológicas no modelo de agentes com vida infinita. Estas diferenças não transmitem uma narrativa alternativa em termos qualitativos e não fornecem uma visão geral dramaticamente diferente para a economia portuguesa ao longo do período 1999-2019. Dois componentes importantes neste resultado são a presença de famílias que gastam a totalidade do seu rendimento, em cada período, no modelo com agentes de vida infinita—que cria efeitos não-Ricardianos não desprezíveis—e a regra fiscal sempre ativa—que limita fortemente o financiamento via dívida das despesas públicas. (JEL: C11, C13, E20, E32)

Keywords: Modelos DSGE, área do euro, pequena economia aberta, estimação bayesiana, OLG, vida finita, vida infinita.

---

## 1. Introdução

Nas últimas duas décadas (1999–2019), a economia portuguesa apresentou um vasto conjunto de perturbações, com origens distintas. A evolução económica foi moldada por várias forças motrizes—eventos externos, condições de financiamento ou política orçamental discricionária, entre outros—alternando entre ambientes favoráveis e desfavoráveis. Dois períodos de crise destacam-se na história recente: a recessão de 2009, após o colapso do Lehman Brothers e a forte queda do comércio mundial; e a recessão de 2011-2012, no contexto da crise da dívida soberana na área do euro. A acumulação de desequilíbrios macroeconómicos significativos até então estiveram na

---

Agradecimentos: Agradecemos os comentários e sugestões de todos os participantes no seminário do Banco de Portugal que decorreu em novembro de 2020. As análises, opiniões e conclusões aqui expressas são da exclusiva responsabilidade dos autores e não refletem necessariamente as opiniões do Banco de Portugal ou do Eurosistema. Este trabalho é financiado por Fundos Nacionais da FCT—Fundação Portuguesa para a Ciência e Tecnologia—no âmbito do projeto UIDB/04007/2020.

E-mail: pfulio@bportugal.pt; jrmaria@bportugal.com

origem do programa de assistência económica e financeira que entrou em vigor em 2011, o qual desencadeou, entre diversas medidas de correção do desequilíbrio orçamental do Estado, o aumento de tributação mais severo na história recente.

Os modelos dinâmico-estocásticos de equilíbrio geral (do inglês, *Dynamic Stochastic General Equilibrium Models*, devorante designados por modelos DSGE) fornecem uma interpretação estrutural das flutuações do ciclo económico, e os subprodutos da estimação—dos quais os mais importantes são decomposições históricas e de variância e funções impulso-resposta—constituem poderosos dispositivos de narrativa e instrumentos de análise de política.<sup>1</sup> No entanto, a visão fornecida por esses modelos depende muito da sua estrutura, e diferentes características podem levar a interpretações concorrentes da história. Uma dimensão-chave ao longo da qual esses modelos podem diferir diz respeito ao enquadramento estrutural das famílias, que afeta muito as características Ricardianas intrínsecas e resulta em diferentes interpretações da evolução do orçamento de Estado, tal como a que teve lugar no decurso da acumulação dos desequilíbrios orçamentais até 2011 e a que ocorreu na sequência do programa de assistência financeira.

Este artigo está relacionado com uma longa tradição em economia em relação à especificação incorreta de modelos, e a literatura empírica sobre DSGE coloca um foco importante na dinâmica associada aos choques.<sup>2</sup> Neste artigo, o foco incide na narrativa produzida por dois modelos estimados para Portugal, idênticos em todas as dimensões, exceto a estrutura das famílias. Ambos são modelos de média escala para uma economia integrada numa união monetária, incorporando concorrência imperfeita e fricções, tal como as referências mais influentes na área (*por exemplo* Smets and Wouters 2003; Christiano *et al.* 2005; Adolfson *et al.* 2007). O setor financeiro é modelizado nos moldes de Bernanke *et al.* (1999) e Christiano *et al.* (2014).

---

1. A implementação e estimação de modelos DSGE tem assumido um papel importante entre várias instituições, como o *Riksbank* (Adolfson *et al.* 2008), o *Suomen Pankki* (Kilponen *et al.* 2016), o *Bundesbank* (Gadatsch *et al.* 2015), o Banco Central Europeu (Christoffel *et al.* 2008), o *Banco Central do Brasil* (De Castro *et al.* 2015), ou a Comissão Europeia (Ratto *et al.* 2009). Vários episódios que afetam a economia portuguesa já foram identificados e analisados à luz dos modelos DSGE. Almeida *et al.* (2009) utiliza um modelo calibrado de gerações sobrepostas—o modelo PESSOA—para avaliar, no contexto europeu, os efeitos de várias perturbações na economia portuguesa. Detalhes técnicos podem ser encontrados em Almeida *et al.* 2013a. Castro *et al.* (2015) avalia o ambiente económico sob o qual uma política de consolidação orçamental pode levar a um aumento do endividamento no curto prazo, em percentagem do Produto Interno Bruto (PIB). Outros exemplos de aplicações num quadro calibrado incluem Almeida *et al.* (2010, 2013b) e Castro *et al.* (2013). Júlio and Maria (2017) apresenta uma versão estimada do modelo PESSOA para abordar o período pós-2008. Esta versão também foi usada para identificar os principais determinantes subjacentes às projeções do PIB do Banco de Portugal ao longo de 2020–2022 (Banco de Portugal 2020).

2. Por exemplo, Ireland (2004) admite que as equações na forma reduzida de um modelo DSGE têm erros de medição que seguem um VAR (do inglês, *Vector Autoregressive model*); Cúrdia and Reis (2010) considera que os distúrbios exógenos podem não ser processos autorregressivos independentes de ordem um; Schmitt-Grohé and Uribe (2011) favorece a inclusão de uma tendência estocástica comum na produtividade neutra e na produtividade específica do investimento; Justiniano and Preston (2010) afirma que choques correlacionados entre países constituem um passo adequado para dar conta da variabilidade observada nos dados. Mais recentemente, Den Haan and Drechsel (2020) publicou alertas severos sobre as conclusões tiradas dos modelos estimados, uma vez que estes podem ser severamente distorcidos se perturbações estruturais entrarem no modelo de forma incorreta.

O modelo de agentes com vida infinita (doravante designado modelo INF) segue a prática padrão na literatura. As famílias podem ser de dois tipos: detentoras de ativos financeiros; ou sem acesso ao mercado de títulos (usualmente designadas por famílias “*hand-to-mouth*”). As decisões de consumo do primeiro tipo de famílias são em grande parte baseadas na hipótese do rendimento permanente. Em geral, as famílias podem suavizar o consumo ao longo do tempo, acedendo aos mercados financeiros para comprar e vender ativos conforme necessário. As características Ricardianas intrínsecas geram uma indiferença entre o financiamento da despesa pública com recurso a impostos ou a dívida, uma vez que este último instrumento é equivalente a impostos futuros e, portanto, impacta severamente a riqueza presente. Uma vez que o nível de ativos externos líquidos (do inglês, *Net Foreign Assets*, devorante NFA) não está vinculado a um determinado nível de equilíbrio de longo prazo (Harrison *et al.* 2005), é comum supor que uma posição de investimento externa líquida mais elevada gera uma prémio entre as taxas de juros domésticas e estrangeiras (Schmitt-Grohe and Uribe 2003), por forma a determinar o estado estacionário. Admitir que algumas famílias são do tipo *hand-to-mouth* interfere nas características Ricardianas acima mencionadas (Galí *et al.* 2007).

O modelo de agentes com vida finita, por outro lado, possui características intrínsecas não Ricardianas. As famílias evoluem de acordo com um esquema de Gerações Sobrepostas (do inglês, *Overlapping Generations model*, devorante designado por OLG), ao longo das linhas inicialmente sugeridas por Blanchard (1985) e Yaari (1965), e estão sujeitas a tempos de vida estocásticos e finitos. As famílias preferem fortemente financiar os gastos do governo por meio da emissão de dívida pública, uma vez que os impostos futuros serão cobrados em grande parte sobre as gerações que ainda não nasceram ou pagos posteriormente na vida, quando o rendimento do trabalho for inferior devido à queda da sua produtividade ao longo do tempo. O modelo deve, portanto, ser capaz de gerar mais facilmente respostas realistas do consumo privado aos choques nos gastos do Estado (Blanchard 1985; Galí *et al.* 2007). Ao invés da morte biológica, o enquadramento estrutural das famílias pode ser interpretada como um indicador do grau de “miopia,” onde o futuro é um período de menor relevância econômica (Bayoumi and Sgherri 2006). Incluir famílias do tipo *hand-to-mouth* cria neste quadro outra camada de efeitos não-Ricardianos. Finalmente, os NFA são por natureza uma variável estacionária e endogenamente definida (Harrison *et al.* 2005).<sup>3</sup>

O objetivo do presente artigo é averiguar se dois modelos alternativos, semelhantes em todos os aspetos exceto na modelização das famílias, providenciam interpretações diferentes da história recente para a economia portuguesa. A escolha dos modelos é motivada pela acumulação de desequilíbrios orçamentais durante a primeira década de 2000, e pelo ajustamento que se seguiu à crise da dívida soberana de 2011-12. Estes desenvolvimentos desencadeiam um conjunto rico de perturbações, que cada modelo pode abordar de forma diferente. Especificamente, a evolução orçamental pode induzir

---

3. Exemplos de modelos com tempos de vida finito-estocásticos incluem Smets and Wouters (2002) ou Kumhof *et al.* (2010).

efeitos de riqueza mais fortes no modelo de gerações sobrepostas devido a um horizonte de planeamento mais reduzido, quando comparado com o modelo com agentes de vida infinita, uma vez que os déficits serão suportados por impostos futuros que podem ser pagos por gerações ainda não nascidas. Isso poderia desencadear maiores contribuições dos desenvolvimentos orçamentais para as flutuações do PIB no modelo de gerações sobrepostas, que o modelo de agentes com vida infinita poderia atribuir a mecanismos alternativos, como perturbações de procura ou tecnologia.

Ambos os modelos foram estimados utilizando métodos bayesianos e observações trimestrais para vinte e quatro séries observáveis durante o período de 1999:1–2019:4. Estas incluem variáveis reais, nominais e financeiras. O comportamento estocástico é impulsionado por vinte e quatro choques estruturais, agrupados em seis categorias distintas: procura (pública e privada), tecnologia, *markups*, financeira, orçamental e externa. O artigo mostra que o enquadramento estrutural das famílias implica algumas diferenças quantitativas na narrativa, particularmente nas categorias de tecnologia e procura, mas não na orçamental. Os choques tecnológicos desempenham um papel mais proeminente na evolução do PIB no modelo de agentes com vida infinita, com as maiores contribuições para o crescimento do PIB ocorrendo nas recessões de 2009 e 2012. Na direção oposta, a procura desempenha um papel mais importante no modelo de agentes com vida finita, com as maiores contribuições ocorrendo durante a recessão de 2011-2012 e a recuperação de 2014. A decomposição da variância do erro de previsão do PIB sugere que os choques tecnológicos são uma fonte mais importante de flutuações no modelo de agentes com vida infinita, enquanto o componente de procura desempenha um papel maior no modelo com agentes de vida finita. As funções de resposta a impulsos sugerem que aumentos no consumo público despoleta incrementos inferiores no PIB no modelo de agentes com vida infinita, apresentando um efeito de *crowding-out* sobre o consumo privado. Isso contrasta com o modelo de agentes com vida finita, em que o consumo privado aumenta. Perturbações na tecnologia levam a maiores níveis de PIB no caso de agentes com vida infinita, ao mesmo tempo que despoletam um aumento discreto no impacto.

Essas diferenças quantitativas são pequenas e insuficientes para transmitir uma história qualitativamente diferente. A regra de política orçamental vinculativa, que garante a estabilidade da dívida, e a presença de famílias *hand-to-mouth*, particularmente no modelo de agentes com vida infinita, parece desempenhar um papel fundamental nos resultados. As respostas do consumo privado diante de uma perturbação da gastos públicos é uma diferença importante, mas os efeitos são pequenos e não criam uma análise económica alternativa ao longo do período da amostra. Além disso, existem também semelhanças quantitativas importantes em ambos os modelos, das quais a capacidade de reproduzir a variância dos dados e a evolução estimada dos choques são dois exemplos.

O restante do artigo está organizado da seguinte forma. A próxima seção fornece uma breve descrição de ambos os modelos. Posteriormente é apresentada a base de dados e o conteúdo estocástico. A seção seguinte destaca as principais diferenças em termos de narrativa entre os dois modelos. A última seção conclui.

## 2. Modelos com agentes de vida finita e infinita

Os modelos com agentes de vida infinita e finita, estimados e analisados neste artigo, são o mais equivalentes possível. Ambos são modelos DSGE de inspiração neo-keynesiana para uma pequena economia aberta integrada numa união monetária, com estruturas de produção multissetoriais, concorrência de mercado imperfeita e rigidez nominal e real idênticas. Adicionalmente, ambos os modelos incorporam fricções financeiros, e assim os choques financeiros produzem impactos e propagam-se pela economia real. Os fluxos comerciais e financeiros estão restritos aos países da área do euro, sendo que esta região é imune a choques domésticos, uma consequência do enquadramento associado a uma economia pequena e aberta. A lei de um preço implica que os preços domésticos estão unidos ao nível de preços da área do euro no longo prazo.

A economia doméstica é composta por nove tipos de agentes: famílias, produtores de bens de capital, empresários, bancos, produtores de bens intermédios, produtores de bens finais (distribuidores), estado, importadores e agentes estrangeiros (da área do euro remanescente). Coexistem no modelo dois tipos de famílias: as detentoras de ativos financeiros ou famílias do tipo  $\mathcal{A}$ , que podem alisar o consumo ao longo do tempo utilizando esses ativos; e as *hand-to-mouth* ou do tipo  $\mathcal{B}$ , *i.e.* famílias sem acesso ao mercado de títulos e que gastam a totalidade do seu rendimento em cada período. Considere-se que o tipo de famílias é identificado por  $\mathcal{H} \in \{\mathcal{A}, \mathcal{B}\}$ . As diferenças entre os modelos surgem no plano das famílias, com o modelo contemplando agentes de vida finita a criar efeitos não-Ricardianos muito substanciais.

O modelo com agentes de vida infinita está próximo do modelo padrão normalmente utilizado na literatura. O utilidade esperada ao longo da vida é dada por

$$E_t \sum_{s=0}^{\infty} \beta^s U_{t+s}^{\mathcal{H}}(C_{t+s}, L_{t+s})$$

em que  $\beta$  é o fator de desconto,  $U^{\mathcal{H}}$  é a função de utilidade do agente representativo  $\mathcal{H}$ ,  $C_t$  representa o nível de consumo agregado, e  $L_t$  as horas trabalhadas totais.

No modelo com agentes de vida finita, as famílias evoluem de acordo com o esquema de gerações sobrepostas proposto inicialmente por Blanchard (1985) e Yaari (1965). Estas estão sujeitas a vidas finitas estocásticas e enfrentam uma probabilidade de morte idêntica e constante, independente da idade (ver Frenkel and Razin 1996; Harrison *et al.* 2005; Bayoumi and Sgherri 2006). A população é constante, implicando que em cada período o número de recém-nascidos é igual àquele dos que perecem. Uma seguradora com atividade no ramo vida, operando num mercado perfeitamente competitivo, distribui a riqueza daqueles agentes que morreram pelos que sobreviveram, assegurando desta forma que as famílias não deixam heranças. Neste contexto, as famílias com acesso ao mercado de títulos preferem claramente a emissão de dívida pública para financiar despesas do Estado, uma vez que os impostos futuros serão cobrados em grande parte junto das gerações futuras (Buiters 1988). Os efeitos não-Ricardianos são amplificados pelo perfil de rendimento ao longo do ciclo de vida, que modifica o incentivo dos agentes em prol de preferirem pagar impostos mais tarde,

quando o rendimento do trabalho é menor. O utilidade esperada ao longo da vida é dada por

$$E_t \sum_{s=0}^{\infty} (\beta\theta)^s U_{a+s,t+s}^{\mathcal{H}}(C_{a+s,t+s}, L_{a+s,t+s})$$

em que  $\theta$  é a probabilidade de permanecer vivo (independente do tempo), e por conseguinte a esperança média de vida em qualquer momento no tempo está constante em  $(1 - \theta)^{-1}$ . Nesta formulação, o consumo e as horas trabalhada estão dependentes da idade e assim  $U_{a+s,t+s}^{\mathcal{H}}$  é a função de utilidade do agente representativo  $\mathcal{H}$  que pertence à geração  $a + s$ .<sup>4</sup>

O mecanismo de determinação dos salários também é idêntico em ambos os modelos. Os sindicatos contratam às famílias as diversas variedades de trabalho, as quais são posteriormente cedidas aos produtores de bens intermédios. As equações que determinam o salário de equilíbrio são similares e contemplam um *markup* que será pago por esses produtores, refletindo o diferencial entre a desutilidade marginal do trabalho e o salário auferido pela família.

Os produtores de bens intermédios combinam capital, alugado aos empresários, com serviços de mão-de-obra (cuja produtividade é directamente afetada pelas componentes estacionária e tendencial da tecnologia), para produzir um bem intermédio que depois é vendido aos distribuidores. Estes agentes operam em concorrência perfeita no mercado de *inputs* e em concorrência monopolística no mercado de *outputs*, suportando custos de ajustamento quadráticos sempre que alteram os preços e pagando contribuições para a segurança social e impostos sobre os lucros.

O acelerador financeiro—no qual as fricções financeiras afectam a taxa de rentabilidade do capital, depois de impostos, e por conseguinte a procura de capital—compreende os produtores de bens de capital, os empresários e os bancos, tal como em Bernanke *et al.* (1999) e Christiano *et al.* (2014). Neste mecanismo, as fricções financeiras afectam a rentabilidade o capital e, portanto, a acumulação de capital. Os produtores de bens de capital detêm o exclusividade da sua produção. Antes de cada ciclo de produção, eles compram o capital não depreciado aos empresários e combinam-no com bens de investimento comprados aos distribuidores para produzir o novo capital da economia, o qual é depois novamente vendido aos empresários. Os produtores de bens de capital suportam custos de ajustamento quadráticos quando alteram os níveis de investimento, operando num ambiente perfeitamente competitivo tanto nos mercados de *inputs* como de *outputs*.

As decisões dos empresários têm um efeito direto sobre a acumulação de capital da economia. Eles não possuem recursos próprios suficientes para financiar a aquisição

---

4. Os detalhes técnicos de agregação das gerações pode ser encontrado em Almeida *et al.* (2013a). Em vez de morte biológica,  $(1 - \theta)$  também pode ser interpretado como o horizonte temporal relevante para o qual os agentes económicos tomam as suas decisões, *i.e.* a probabilidade de “morte económica” ou um indicador do grau de “miopia.” Neste caso,  $(1 - \theta)^{-1}$  é interpretado como um “horizonte médio de planeamento” (Bayoumi and Sgherri 2006), onde o presente surge como um período de maior relevancia económica.

desejada de capital—junto dos produtores de bens de capital—, mas podem colmatar a diferença recorrendo a empréstimos bancários.<sup>5</sup> Dado o capital próprio, esta decisão determina diretamente a composição do balanço da empresa e, por conseguinte, a alavancagem. Os empresários operam num ambiente com risco no qual choques idiossincráticos alteram o valor do stock de capital (depois da composição do balanço ter sido decidida). Estes agentes alugam posteriormente este stock de capital aos produtores de bens intermédios, pagando impostos sobre os lucros obtidos.

Os bancos operam num ambiente perfeitamente competitivo, e o seu papel é unicamente recolher fundos das famílias detentoras de ativos e disponibilizar esses recursos financeiros aos empresários. Se um empresário declarar falência, devido a um choque idiossincrático adverso, o banco deve pagar todos os custos de falência às famílias detentoras de ativos. Dado que as aquisições de capital são arriscadas, também os empréstimos dos bancos o são, originando a cobrança de um *spread* sobre a taxa de juro da economia para cobrir perdas por falência. Embora os empréstimos individuais sejam arriscados, a carteira agregada dos bancos é livre de risco, uma vez que cada banco detém uma carteira de empréstimos totalmente diversificada. O contrato celebrado entre o empresário e o banco engloba um menu de taxas de juros condicionais, as quais asseguram lucro zero em todos os períodos e em todos os estados da natureza. Os empréstimos das famílias são portanto livres de risco em todos os momentos.

Os distribuidores combinam bens intermédios domésticos com bens importados para produzir os bens finais. Os bens de consumo são adquiridos pelas famílias, os bens de investimento pelos produtores de bens de capital, os bens de consumo público pelo Estado, e os bens de exportação pelos distribuidores estrangeiros. Os distribuidores são perfeitamente competitivos no mercado de *inputs* e monopolisticamente competitivos no mercado de *outputs*, suportando custos de ajustamento quadráticos quando alteram os preços e pagando impostos sobre os lucros obtidos.

As despesas do Estado compreendem não só a aquisição dos já mencionados bens de consumo público, adquiridos junto dos distribuidores, como também transferências *lumpsum* para as famílias e juros da dívida pública. Estas despesas são financiadas através de impostos sobre os salários, os rendimentos de capital e o consumo das famílias. O governo também pode emitir títulos de dívida pública com maturidade de um trimestre para financiar despesas, pagando uma taxa de juro sobre a dívida pública. Os impostos sobre os rendimentos de salários incluem as contribuições pagas pelos trabalhadores—doravante denominados impostos sobre o trabalho— e pelos produtores de bens intermédios. As alterações nos impostos sobre o trabalho garantem que a dívida evolua ao longo de uma trajetória não explosiva, embora as políticas de estabilização automáticas permitam que o equilíbrio orçamental possa desviar-se temporariamente do objetivo pré-determinado.

O resto do mundo corresponde ao resto da união monetária, e assim a taxa de câmbio efetiva nominal está irrevogavelmente fixada na unidade. A economia doméstica

---

5. A distribuição de dividendos considerada no modelo impede uma acumulação de capitais próprios além do necessário para recorrer a financiamento externo.

interage com a economia externa através do mercado de bens e do mercado financeiro. A taxa de juro doméstica pode desviar-se da taxa de juro externa devido à existência de um prémio de risco da economia. No mercado de bens, os importadores compram bens ao exterior para serem usados na produção de bens finais domésticos, suportando custos de ajustamento quadráticos quando alteram os preços. No mercado financeiro internacional, as famílias detentoras de ativos comercializam ativos para suavizar o consumo.

### 3. Choques estruturais e variáveis observadas

O comportamento estocástico do modelo principal é impulsionado por vinte e um choques estruturais que afetam diretamente a economia doméstica, os quais seguem processos autorregressivos de primeira ordem. Os parâmetros e três processos de choque adicionais para o resto da área do euro são estimados conjuntamente com os da pequena economia da área do euro. Os vinte e quatro choques estruturais foram categorizados em seis ramos:

1. Dois choques de procura, no consumo das famílias (componente privada), e no consumo e investimento públicos (componente pública);
2. Quatro choques tecnológicos, na tendência estocástica da tecnologia (mundial), na componente estacionária da tecnologia, na eficiência das importações e na eficiência do investimento privado;
3. Seis choques de *markup*, sobre salários e preços de bens de consumo, investimento, governo, exportação e importação;
4. Cinco choques orçamentais, nas transferências das famílias, na regra fiscal (ou equivalentemente nos impostos sobre o trabalho) e nas taxas de imposto sobre o consumo e capital, e nas contribuições sociais;
5. Três choques financeiros, no risco dos empresários, no património líquido do empreendedor e no prémio de risco soberano; e
6. Quatro choques externos, na quota de mercado das exportações e na inflação, produto e taxa de juro da área do euro.

O modelo foi estimado para a economia portuguesa, utilizando observações trimestrais para o período 1999:1–2019:4 para vinte e quatro séries cronológicas observáveis. Todas as variáveis endógenas e sua transformação, antes da estimação, seguem a prática padrão na literatura (por exemplo, Ratto *et al.* 2009; Christiano *et al.* 2011) e são apresentadas no Quadro 1. Deve-se notar que as transformações dos dados observados isolam a estimação de influências exógenas não diretamente contabilizadas pela estrutura do modelo. O rácio receita/PIB dos impostos sobre os salários e o rácio benefícios sociais/PIB são dois exemplos de dados observados dotados de tendências na amostra que estão em grande medida relacionadas com um aumento prolongado da proteção social e com o envelhecimento. O modelo não se destina a captar essas características, que assumem um carácter estrutural. Para levar em consideração movimentos de alta frequência, foi calculada a primeira diferença (log). Foi igualmente extraída a média da maioria das séries temporais—suprimindo assim diferenças de

Variáveis observadas	Transformação
<b>Variáveis reais</b>	
PIB, per capita	Primeira diferença de logs, centrada
Consumo privado, per capita	Primeira diferença de logs, centrada
Consumo e investimento públicos, per capita	Primeira diferença de logs, centrada
Investimento privado, per capita	Primeira diferença de logs, centrada
Exportações, per capita	Primeira diferença de logs, centrada
Importações, per capita	Primeira diferença de logs, centrada
Salários reais, per capita	Primeira diferença de logs, centrada
Horas trabalhadas, per capita	Primeira diferença de logs, centrada
<b>Variáveis nominais</b>	
Deflator do PIB	Primeira diferença de logs, centrada
Deflator do consumo privado	Primeira diferença de logs, centrada
Deflator do consumo e investimento públicos	Primeira diferença de logs, centrada
Deflator do investimento privado	Primeira diferença de logs, centrada
Deflator das exportações	Primeira diferença de logs, centrada
<b>Política orçamental</b>	
Rácio receitas/PIB: impostos indiretos	Nível, centrado
Rácio receitas/PIB: impostos sobre rend. das famílias	Nível, centrado
Rácio receitas/PIB: impostos de empresas	Nível, centrado
Rácio receitas/PIB: contribuições	Primeira diferença de logs, centrada
Rácio despesas/PIB: prestações sociais	Primeira diferença de logs, centrada
<b>Variáveis financeiras</b>	
Prémio de risco da economia	Nível
Empréstimos reais a sociedades não financeiras	Primeira diferença de logs, centrada
Spread de taxas de juro de empresas	Nível, centrado
<b>Variáveis da área do euro</b>	
PIB, per capita	Primeira diferença de logs, centrada
Deflator do PIB	Primeira diferença de logs, centrada
EURIBOR a 3 meses	Nível, centrado

#### QUADRO 1. Variáveis observadas

Fontes: INE, EUROSTAT e Banco de Portugal.

Notas: Os agregados per capita são calculados com a população total. Os salários reais encontram-se deflacionados pelo deflator do consumo privado. Os empréstimos reais estão deflacionados pelo deflator do PIB. O prémio de risco da economia é medido exogenamente pelo diferencial entre a taxa de juro de títulos de dívida portuguesas e alemãs de curto prazo (exceto no período 1999–2002, em que se assumiu um diferencial nulo, e no período 2011–2012, em que se utilizou o diferencial entre taxas de juro de empresas não financeiras portuguesas e alemãs).

crescimento da tendência exógena ou diferenças de nível—para favorecer o conteúdo do ciclo económico dos dados observados e para evitar tendências nos processos exógenos que afetem os grandes rácios. Todas as observações trimestrais são corrigidas de sazonalidade. Sempre que as séries oficiais ajustadas não estavam disponíveis, a transformação foi realizada usando o programa X12 ARIMA. A variância dos erros de medida é calibrada em 5 por cento da variância de cada série para dados reais e 25 por cento para dados nominais e financeiros.<sup>6</sup>

Foi seguida a prática comum na literatura e calibrados vários parâmetros não identificáveis ou fracamente identificados de acordo com estudos empíricos

6. Erros de medida permitem a inclusão de dados para todos os componentes do PIB, além do próprio PIB, ao mesmo tempo em que evita singularidade estocástica na restrição de recursos.

relacionados ou microevidência, ou cruzando os grandes rácios ou qualquer outra medida no estado estacionário com contrapartidas observáveis. Os demais parâmetros são estimados por meio de métodos bayesianos. A informação *à priori* é combinada com a função de máxima verosimilhança para obter o *kernel* posterior, o qual é maximizado através de uma rotina de otimização numérica para obter uma estimativa para a moda posterior e para a matriz de variância-covariância correspondente. Esta informação é utilizada para inicializar o algoritmo de passeio aleatório *Metropolis-Hastings*, produzindo uma amostra da densidade posterior dos parâmetros do modelo. Foram calculadas 3 cadeias paralelas de 1 milhão de extrações cada e descartadas as primeiras 500 mil como a fase de *burn-in*. A convergência da simulação é avaliada através dos diagnósticos sugeridos por Brooks and Gelman (1998). Todos os subprodutos da estimação são avaliados na média posterior. As séries de dados observados utilizadas na estimação e as variáveis que excluem os erros de medida são, em geral, praticamente idênticas, com exceção das variáveis mais ruidosas, como o crescimento do crédito e as taxas implícitas de impostos.

#### 4. Lições de um modelo OLG para a economia portuguesa

Esta seção apresenta algumas diferenças fundamentais nas narrativas que estão assentes nos modelos com vidas finitas e infinitas para a economia portuguesa. O foco incide sobretudo na comparação dos resultados obtidos. Apresentam-se vários subprodutos da estimação, todos avaliados na média da distribuição *a posteriori*, cada um deles com informação específica que é utilizada para analisar o período amostral utilizado.<sup>7</sup>

Ambos os modelos reproduzem de forma aproximada a volatilidade presente nos dados (ver Quadro 2). Estes resultados incluem a maior volatilidade do consumo privado em relação ao PIB. O lado nominal da economia doméstica é um pouco mais volátil do que o gerado por ambos os modelos, com exceção para a inflação calculada a partir do deflator do consumo. Os erros de medida contribuem para esse resultado, dado que absorvem algum ruído presente nos dados. A maior discrepância na volatilidade entre dados e modelos encontra-se na volatilidade das receitas de impostos sobre o trabalho, em rácio do PIB. A regra fiscal está desenhada de molde a reduzir *deficits* orçamentais persistentes através do aumento dos impostos sobre o trabalho. Se os dados não forem compatíveis com esta hipótese de trabalho, o procedimento de estimação compensa os desvios registados em relação à regra fiscal com perturbações exógenas, refletidas no desvio padrão estimado da respectiva inovação e, portanto, na volatilidade do modelo. Nesse sentido, o modelo com vidas infinitas tem pior desempenho, gerando maior volatilidade na relação receita fiscal dos impostos sobre o trabalho em percentagem do PIB.

A evolução dos choques implícitos em cada um dos modelos é, em geral, muito semelhante, pelo que as diferenças nos impactos sobre as variáveis endógenas terão de surgir dos mecanismos próprios de cada modelo, e não tanto das diferenças na dimensão

---

7. Todos os resultados podem ser disponibilizados pelos autores mediante solicitação.

Variáveis observadas	Data	Modelo INF	Modelo OLG
PIB	0.76	0.79	0.81
Consumo privado	0.94	1.05	1.16
Investimento privado	4.53	5.06	5.14
Consumo e inv. públicos	1.43	1.46	1.45
Exportações	2.61	2.64	2.62
Importações	2.58	2.89	3.02
Emprego	0.87	0.65	0.70
Salários	0.74	0.79	0.78
Deflator do consumo	0.48	0.50	0.50
Deflator do investimento privado	2.81	2.37	2.40
Deflator do cons. e inv. publicos	0.98	0.90	0.91
Deflator das exportação	1.04	0.72	0.73
Deflator das importações	1.72	1.25	1.27
PIB da área do euro	0.60	0.56	0.54
Deflator do PIB da área do euro	0.11	0.24	0.18
Taxa de juro	0.43	0.43	0.34
Impostos sobre o consumo	0.72	0.53	0.54
Impostos sobre o trabalho (trabalhador)	1.14	2.18	1.82
Impostos sobre o trabalho (empregador)	0.28	0.22	0.22
Impostos sobre o capital	0.51	0.41	0.40
Transferências para as famílias	0.56	0.52	0.51
<i>Spread</i> de taxas de juro de empresas	0.21	0.25	0.26
Empréstimos a sociedades não financeiras	1.60	1.59	1.62
Prémio de risco da economia	0.13	0.09	0.10

## QUADRO 2. Desvios-padrão observados e implícitos nos modelos

Fonte: cálculos dos autores.

Notas: os desvios-padrão foram calculados a partir de taxas de crescimento, com exceção das receitas de impostos e as transferências do estado, que se encontram em rácio do PIB, e dos *spreads* de taxas de juro de empresas não financeiras, que se encontram em pontos percentuais. A procura externa e o deflator externo são medidos pela variação do PIB e do deflator do PIB da área do euro, respectivamente.

das perturbações. Um dos choques que mais contribuiu para o dinamismo económico nas últimas duas décadas foi a taxa de crescimento da tecnologia, compartilhada tanto por Portugal como pela área do euro, a qual desencadeou ciclos económicos específicos em cada região (Gráfico 1). Os resultados apresentam uma similitude muito acentuada em ambos os modelos, o que implica uma separação entre ciclo económico e tendência muito semelhante. O enquadramento macroeconómico que caracteriza o período 2009-2017, por exemplo, é apreendido como incluindo um efeito tecnológico persistente. A tendência resultante é relativamente alisada e apresenta ciclos económicos plausíveis em ambos os modelos, estimando-se um ciclo positivo antes da turbulência e uma dupla recessão no período subsequente. O ciclo económico torna-se positivo novamente no final da amostra, um período que apresenta um crescimento tendencial mais robusto.

As semelhanças entre os modelos também podem ser encontradas no comportamento de outros choques (Gráfico 2). As evoluções estimadas das taxas de imposto sobre o trabalho e o consumo são praticamente idênticas durante todo o período amostral.

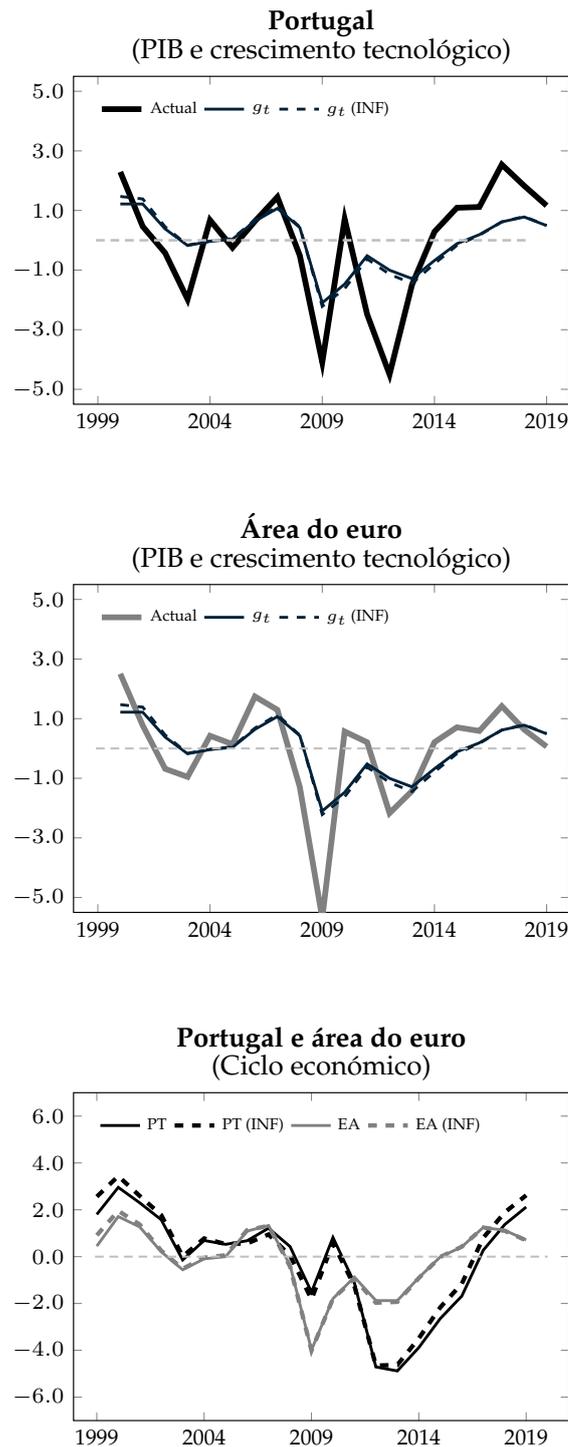


GRÁFICO 1: PIB e tecnologia.

Notas: O crescimento tecnológico está identificado por  $g_t$ , o qual é medido pela variação (logarítmica) do nível da tecnologia (com impacto direto sobre a produtividade do trabalho), partilhado por Portugal e a área do euro. O identificador "INF" refer-se ao modelo com agentes de vida infinita. Portugal e a área do euro estão identificados por "PT" e "EA". Os ciclos económicos estão medidos em percentagem do nível do PIB no estado estacionário. Os dados encontram-se centrados.

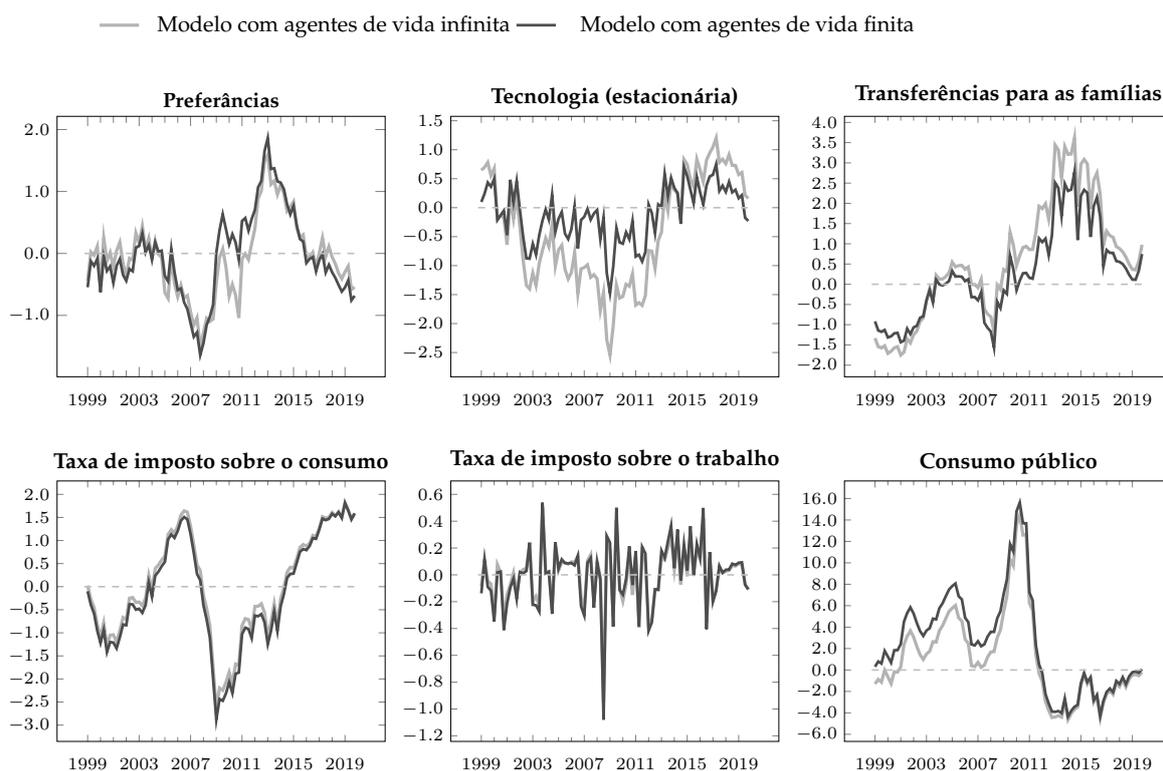


GRÁFICO 2: Estimativas para a evolução dos choques.

Notas: Os choques encontram-se em desvios do estado estacionário. “Tecnologia (estacionária)” identifica choques com impactos temporários sobre o nível tecnológico doméstico, com efeitos diretos sobre a produtividade do trabalho. “Taxa de imposto sobre o consumo” e “Taxa de imposto sobre o trabalho” são calculadas implícitamente. As transferências para as famílias estão em percentagem do PIB. O agregado “Consumo público” inclui o consumo e investimento públicos.

Os níveis de consumo público também estão muito próximos, particularmente após 2008, enquanto as transferências para as famílias têm uma ligeira deslocação paralela ascendente no modelo de agentes com vida infinita. A estimação dos modelos assenta na existência de erros de medida para melhorar o ajustamento aos dados, sendo de esperar que os mecanismos de cada modelo conduzam a resultados distintos na extração do que é considerado ruído. Este procedimento contribui para diferentes evoluções dos choques, em cada um dos modelos, mesmo quando estes estão muito relacionados com os dados observados, como é o caso das transferências ou do consumo público. Note-se que as respostas de política económica do estado à turbulência de 2008 foram imediatas, com aumentos localizados no consumo público e reduções nos impostos sobre o trabalho e o consumo. Na direção oposta, a crise das dívidas soberanas de 2011-2013 despoletou medidas corretivas que irradiaram praticamente até ao final do período amostral. O consumo público e as transferências para as famílias foram reduzidos, enquanto os impostos sobre o trabalho e o consumo registaram aumentos historicamente elevados. O colapso do PIB na área do euro—uma *proxy* para a procura mundial na equação de exportações do modelo—traduz o impacto da crise económica no plano mundial sobre o enquadramento externo de Portugal.

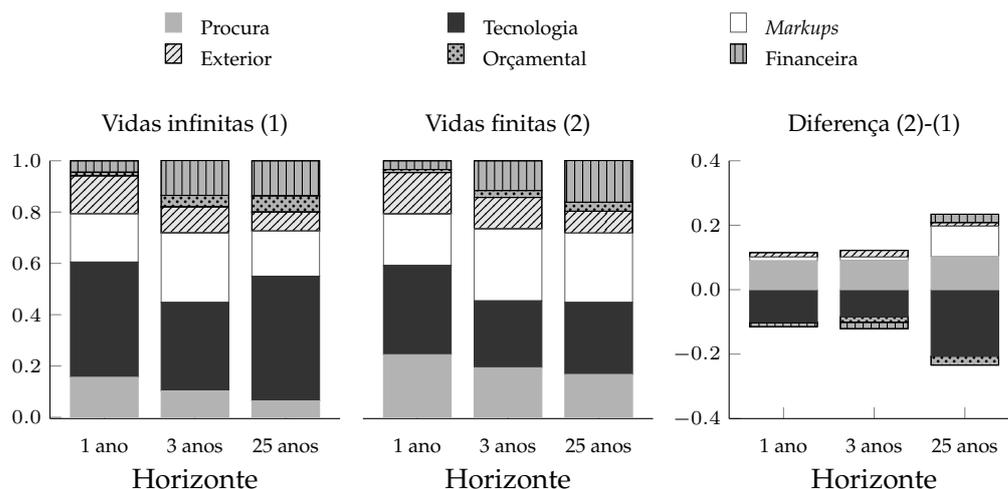


GRÁFICO 3: Decomposição da variância do erro de previsão do PIB.

A componente estacionária do nível tecnológico doméstico, com impacto direto sobre a produtividade do trabalho, é uma exceção importante. O modelo OLG contempla choques menos voláteis e ligeiramente menos persistentes do que o modelo INF. Embora ambos os modelos apresentem uma redução acentuada no período 2008–2009, este último tem lugar a partir de níveis substancialmente mais baixos. A diminuição da produtividade do trabalho ao longo da vida, incluída no modelo OLG, pode contribuir de forma substantiva para esse resultado, ao afetar a escolha consumo/trabalho das famílias.

As diferenças nos mecanismos de transmissão endógena dos modelos podem resultar não apenas em choques ligeiramente diferentes, como também em interpretações distintas da história recente. Essa possibilidade materializou-se na decomposição da variância do PIB, com a componente associada à procura a sobrepor-se em importância na explicação das flutuações do PIB no modelo com agentes de vida finita *vis-à-vis* vida infinita (Gráfico 3). As diferenças são persistentes em diferentes horizontes. Em direção oposta, a componente associada à tecnologia é minimizada pelo modelo com vidas finitas, verificando-se que a contribuição é sistematicamente inferior à do modelo com vidas infinitas. A menor volatilidade da componente estacionária da tecnologia no modelo OLG, com impacto direto na produtividade do trabalho, acaba por influenciar os resultados obtidos, verificando-se uma menor contribuição dos fatores tecnológicos na determinação das flutuações do PIB. O modelo compensa este resultado atribuindo um papel mais importante aos choques de preferências. As diferenças obtidas para as restantes componentes são relativamente diminutas.

A decomposição histórica do crescimento do PIB confirma a existência de algumas diferenças quantitativas, particularmente nos componentes da tecnologia e da procura. No entanto, a magnitude destas diferenças é reduzida, totalizando no máximo 0.4 pontos percentuais (pp) em termos absolutos (Gráfico 4). A única exceção é a crise de 2009, quando o diferencial entre ambos os modelos atinge 0.8 pp no agregado tecnológico e 0.7 pp no agregado de procura, o primeiro resultado a decorrer da

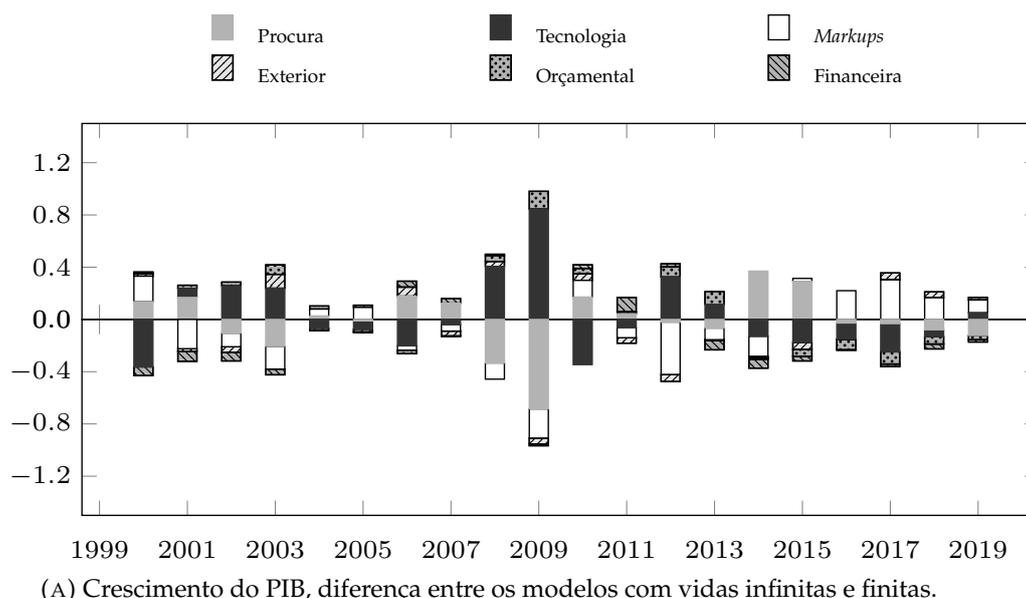


GRÁFICO 4: Decomposição histórica.

Notas: As barras com valores positivos/negativos encontram-se em pp e indicam que o contributo para o crescimento do PIB associado ao modelo com vidas infinitas é superior/inferior ao de vidas finitas.

importância atribuída pelo modelo INF e o segundo pelo modelo OLG. Uma conclusão semelhante surge sobre as crises de 2003 e 2012, embora em menor grau.

Quando justapomos as contribuições de cada modelo, a narrativa em termos qualitativos é em geral muito semelhante (Gráfico 5). As contribuições da tecnologia são de fato maiores no modelo com agentes de vida infinita, mas também são importantes e com o mesmo sinal no modelo com agentes de vida finita. A mesma conclusão é válida para os choques de procura, bem como para as demais categorias. Quando se decompõe o agregado procura, a divergência emerge sobretudo dos choques de preferências, e não tanto dos choques que decorrem da parte pública, apesar da presença de efeitos do tipo *crowding out/in* sobre o consumo nos modelos com vidas infinitas/finitas (Gráfico 6). Um mecanismo importante para determinar estes resultados reside na presença no modelo de agentes com vidas infinitas de famílias que gastam todo o seu rendimento, em cada período, o que cria efeitos não-Ricardianos muito acentuados.

Estas diferenças também se refletem nas funções de resposta a impulsos, as quais são ferramentas de análise e simulação importantes na avaliação de políticas económicas (Gráfico 7). A estrutura OLG tende a gerar efeitos de curto prazo mais expressivos na presença de variações da riqueza mais acentuadas, o que é determinado pelos efeitos não-Ricardianos. Isso é visível nos choques no consumo e investimento públicos, onde detetamos um efeito de *crowding in* no consumo privado—em contraste com o efeito de *crowding out* no modelo com agentes de vida infinita.

O choque no crescimento da tecnologia desencadeia um aumento acentuado no nível da tecnologia e concomitantemente um impacto no longo prazo mais acentuado em todas as variáveis não estacionárias do modelo com agentes de vida infinita. O horizonte de planeamento mais curto no modelo com agentes de vida finita amplifica os efeitos

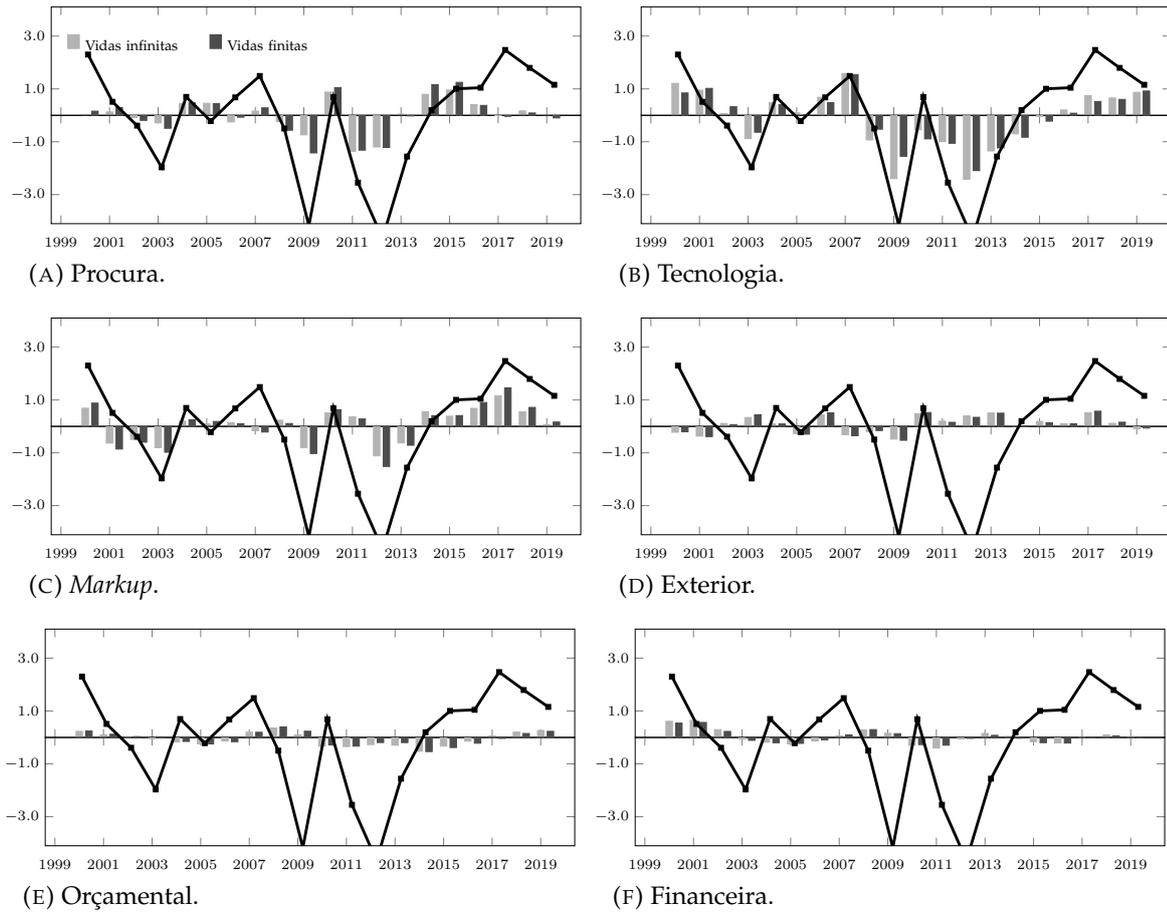


GRÁFICO 5: Decomposição histórica do crescimento do PIB.

Notas: as taxas de crescimento do PIB encontram-se em percentagem (linhas negras), e os contributos em pp.

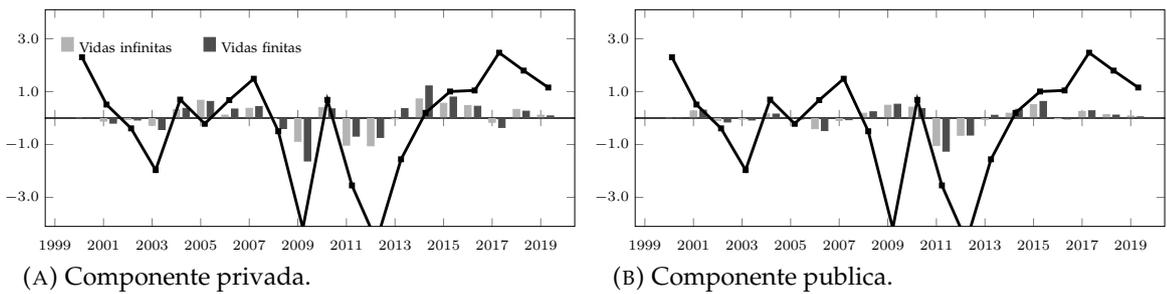


GRÁFICO 6: Decomposição histórica do crescimento do PIB: a componente "Procura".

Notas: as taxas de crescimento do PIB encontram-se em percentagem (linhas negras), e os contributos em pp.

sobre a riqueza das famílias e, portanto, o processo de estimação acaba por determinar que os choques no crescimento da tecnologia sejam menos persistentes, em comparação com o modelo de vidas infinitas. Não encontramos divergências importantes nas restantes respostas que mereçam destaque.

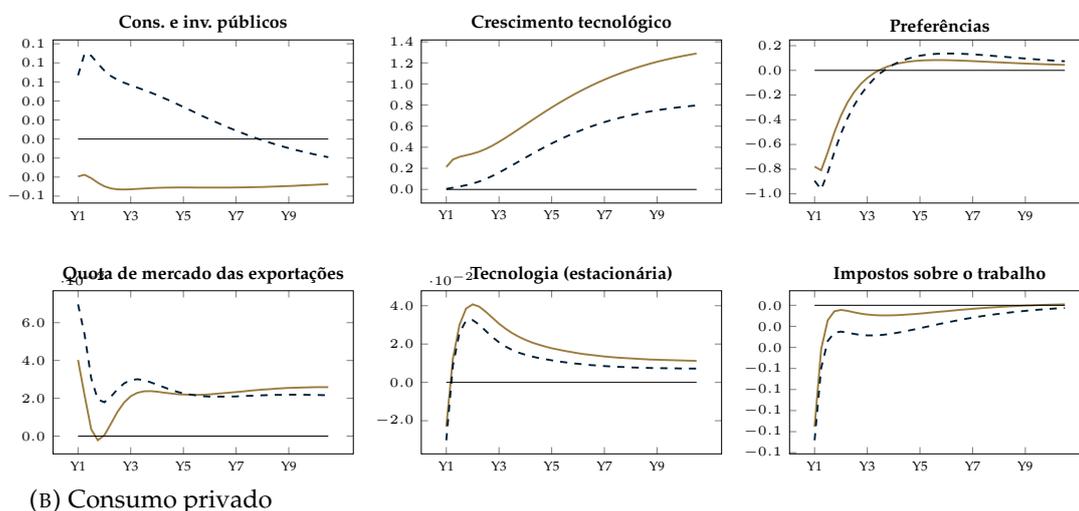
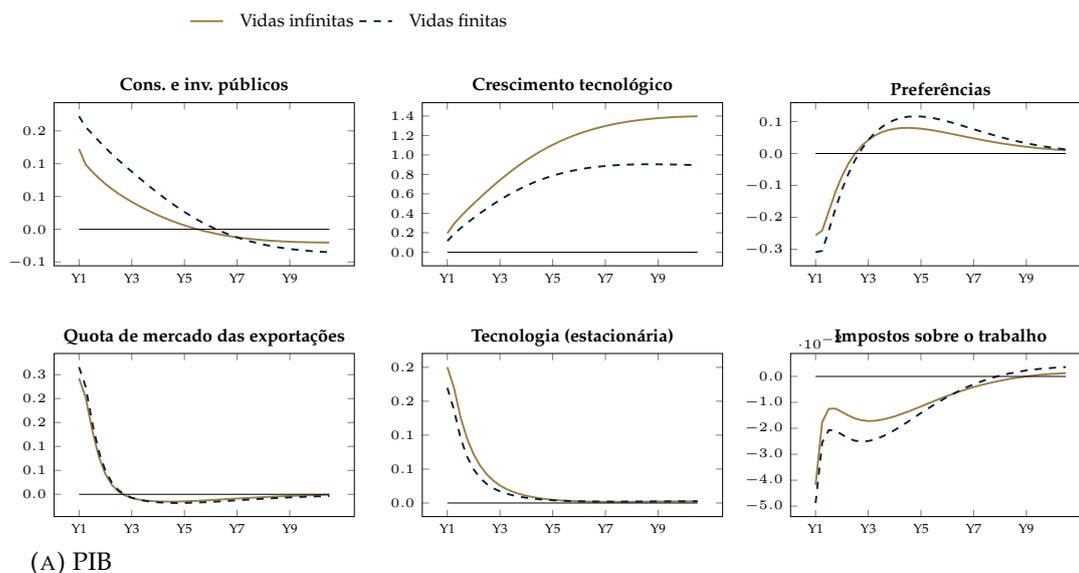


GRÁFICO 7: Funções de resposta a impulsos.

Notas: Os impactos encontram-se em desvios do estado estacionário.

## 5. Considerações finais

Este artigo procura identificar as diferenças de narrativa produzidas por dois modelos dinâmico-estocásticos de equilíbrio geral, de média escala, desenhados para uma pequena economia aberta, idênticos em todos os aspectos exceto na modelização das famílias. Ambos os modelos são estimados para a economia portuguesa, para o período de 1999-2019. O modelo com agentes de vida infinita segue de perto a prática padrão na literatura, enquanto no modelo com agentes de vida finita as famílias estão sujeitas a tempos de vida estocásticos finitos, e enfrentam uma produtividade do trabalho decrescente ao longo da vida. Ambos os modelos contêm famílias que gastam a totalidade do seu rendimento em cada período, às quais o processo de estimação atribui

um papel mais relevante no mundo de agentes com vida infinita, e que cria uma fonte não-Ricardiana importante nesse modelo.

Os resultados sugerem que ambos os modelos filtram os dados de formas semelhantes, produzindo em geral uma evolução para os choques muito análoga. As diferenças, quando existem, juntamente com os mecanismos distintos inerentes a cada modelo, implicam uma narrativa ligeiramente diferente para a economia portuguesa ao longo do período 1999-2019, mas não fornecem uma interpretação qualitativa diferente. As características não-Ricardianas incorporadas no modelo com agentes de vida finita resultam em impactos mais acentuados do lado da procura—efeitos que são alternativamente canalizados para perturbações tecnológicas no modelo com agentes de vida infinita. Este facto é visível sobretudo nas decomposições históricas e de variância, embora os efeitos não sejam suficientemente diferentes em termos quantitativos para transmitir uma interpretação alternativa da história. As funções de resposta a impulso a uma perturbação do consumo público também são afetadas, com o modelo com agentes de vida infinita gerando efeitos de *crowding-out* e o modelo com agentes de vida finita efeitos de *crowding-in* no consumo privado. O primeiro modelo também apresenta efeitos de crescimento da tecnologia mais persistentes. Em muitas outras dimensões aqui analisadas, tais como a comparação de variâncias, a decomposição ciclo-tendência e outras funções de resposta a impulso, não foi possível encontrar divergências dignas de destaque.

## Referências

- Adolfson, Malin, Stefan Laséen, Jesper Lindé, and Mattias Villani (2007). “Bayesian estimation of an open economy DSGE model with incomplete pass-through.” *Journal of International Economics*, 72(2), 481–511.
- Adolfson, Malin, Stefan Laséen, Jesper Lindé, and Mattias Villani (2008). “Evaluating an estimated new Keynesian small open economy model.” *Journal of Economic Dynamics and Control*, 32(8), 2690–2721.
- Almeida, Vanda, Gabriela Castro, Ricardo M. Félix, Paulo Júlio, and José R. Maria (2013a). “Inside PESSOA—A detailed description of the model.” Working Papers 16/2013, Banco de Portugal.
- Almeida, Vanda, Gabriela Castro, Ricardo M. Félix, and José R. Maria (2010). “Fiscal Stimulus in a Small Euro Area Economy.” Working Paper No. 16/2010, Banco de Portugal.
- Almeida, Vanda, Gabriela Castro, Ricardo M. Félix, and José R. Maria (2013b). “Fiscal consolidation in a small euro area economy.” *International Journal of Central Banking*, (forthcoming).
- Almeida, Vanda, Gabriela Castro, and Ricardo Mourinho Félix (2009). “The Portuguese economy in the European context: structure, shocks and policy.” In *The Portuguese economy in the context of economic, financial and monetary integration*, pp. 65–152. Banco de Portugal.
- Banco de Portugal (2020). “Box 3: A general equilibrium view on GDP projections.” Tech. rep., Banco de Portugal.
- Bayoumi, T. and S. Sgherri (2006). “Mr Ricardo’s great adventure: Estimating fiscal multipliers in a truly intertemporal model.” Working Paper No. 06/168, International Monetary Fund.
- Bernanke, Ben S., Mark Gertler, and Simon Gilchrist (1999). “The financial accelerator in a quantitative business cycle framework.” In *Handbook of Macroeconomics, Handbook of Macroeconomics*, vol. 1, edited by J. B. Taylor and M. Woodford, chap. 21, pp. 1341–1393. Elsevier.
- Blanchard, Olivier (1985). “Debts, deficits and finite horizons.” *Journal of Political Economy*, 93(2), 223–247.
- Brooks, Stephen P and Andrew Gelman (1998). “General methods for monitoring convergence of iterative simulations.” *Journal of computational and graphical statistics*, 7(4), 434–455.
- Buiter, Willem (1988). “Death, birth, productivity growth and debt neutrality.” *The Economic Journal*, 98(391), 279–293.
- Castro, Gabriela, Ricardo M. Félix, Paulo Júlio, and José R. Maria (2013). “Fiscal multipliers in a small euro area economy: How big can they get in crisis times?” Working Paper 11, Banco de Portugal.
- Castro, Gabriela, Ricardo M Félix, Paulo Júlio, and José R Maria (2015). “Unpleasant debt dynamics: Can fiscal consolidations raise debt ratios?” *Journal of Macroeconomics*, 44, 276–294.

- Christiano, Lawrence J., Martin Eichenbaum, and Charles Evans (2005). "Nominal rigidities and the dynamic effects of a shock to monetary policy." *Journal of Political Economy*, 113(1).
- Christiano, Lawrence J, Roberto Motto, and Massimo Rostagno (2014). "Risk shocks." *American Economic Review*, 104(1), 27–65.
- Christiano, Lawrence J, Mathias Trabandt, and Karl Walentin (2011). "Introducing financial frictions and unemployment into a small open economy model." *Journal of Economic Dynamics and Control*, 35(12), 1999–2041.
- Christoffel, Kai Philipp, Günter Coenen, and Anders Warne (2008). "The new area-wide model of the euro area: a micro-founded open-economy model for forecasting and policy analysis." *ECB working paper*.
- Cúrdia, Vasco and Ricardo Reis (2010). "Correlated disturbances and US business cycles." Tech. rep., National Bureau of Economic Research.
- De Castro, Marcos R, Solange N Gouvea, Andre Minella, Rafael Santos, and Nelson F Souza-Sobrinho (2015). "SAMBA: Stochastic analytical model with a bayesian approach." *Brazilian Review of Econometrics*, 35(2), 103–170.
- Den Haan, Wouter J and Thomas Drechsel (2020). "Agnostic structural disturbances (ASDs): detecting and reducing misspecification in empirical macroeconomic models." *Journal of Monetary Economics*.
- Frenkel, Jacob and Assaf Razin (1996). *Fiscal Policies and Growth in the World Economy*. 3 ed., The MIT Press.
- Gadatsch, Niklas, Klemens Hauzenberger, and Nikolai Stähler (2015). "German and the rest of euro area fiscal policy during the crisis." Tech. rep., Discussion Paper, Deutsche Bundesbank.
- Galí, Jordi, J. David López-Salido, and Javier Vallés (2007). "Understanding the Effects of Government Spending on Consumption." *Journal of the European Economic Association*, 5(1), 227–270.
- Harrison, Richard, Kalin Nikolov, Meghan Quinn, Gareth Ramsay, Alasdair Scott, and Ryland Thomas (2005). *The Bank of England Quarterly Model*. Bank of England.
- Ireland, Peter N (2004). "A method for taking models to the data." *Journal of Economic Dynamics and Control*, 28(6), 1205–1226.
- Júlio, Paulo and José R Maria (2017). "The Portuguese post-2008 period: A narrative from an estimated DSGE model." Tech. rep., Banco de Portugal.
- Justiniano, Alejandro and Bruce Preston (2010). "Can structural small open-economy models account for the influence of foreign disturbances?" *Journal of International Economics*, 81(1), 61–74.
- Kilponen, Juha, Seppo Orjasniemi, Antti Ripatti, and Fabio Verona (2016). "The Aino 2.0 model." *Bank of Finland Research Discussion Paper*, 16.
- Kumhof, Michael, Dirk Muir, Susanna Mursula, and Douglas Laxton (2010). "The Global Integrated Monetary and Fiscal Model (GIMF) - Theoretical structure." IMF Working Paper 10/34, International Monetary Fund.
- Ratto, Marco, Werner Roeger, and Jan in't Veld (2009). "QUEST III: An estimated open-economy DSGE model of the euro area with fiscal and monetary policy." *economic Modelling*, 26(1), 222–233.

- Schmitt-Grohe, Stephanie and Martin Uribe (2003). "Closing small-open economy models." *Journal of International Economics*, 61, 163–185.
- Schmitt-Grohé, Stephanie and Martín Uribe (2011). "Business cycles with a common trend in neutral and investment-specific productivity." *Review of Economic Dynamics*, 14(1), 122–135.
- Smets, Frank and Raf Wouters (2002). "Openness, imperfect exchange rate pass-through and monetary policy." *Journal of monetary Economics*, 49(5), 947–981.
- Smets, Frank and Rafael Wouters (2003). "An estimated dynamic stochastic general equilibrium model of the euro area." *Journal of the European economic association*, 1(5), 1123–1175.
- Yaari, Menahem (1965). "Uncertain lifetime, life insurance and the theory of the consumer." *The Review of Economic Studies*, 32(2), 137–150.