

CÁLCULO DO PRODUTO POTENCIAL E DO HIATO DO PRODUTO PARA A ECONOMIA PORTUGUESA*

*Vanda Almeida***

*Ricardo Félix***

1. INTRODUÇÃO

O Produto Interno Bruto (PIB) constitui um dos principais indicadores de bem-estar das economias desenvolvidas, sendo seguramente o mais utilizado quando se pretende avaliar a prosperidade económica de um país. No caso de Portugal, a análise deste indicador, para os anos mais recentes, aponta para um crescimento fraco da actividade económica, o qual não pode deixar de ser objecto de um estudo mais aprofundado que vá além da habitual análise da evolução conjuntural de cada uma das componentes da despesa agregada da economia. Neste artigo apresenta-se uma interpretação deste fenómeno com base na literatura sobre crescimento económico e no conceito de produto potencial, que permite caracterizar a evolução da oferta potencial da economia e identificar alguns factores estruturais que poderão ter limitado o crescimento da economia portuguesa.

Utilizando uma metodologia apropriada, o PIB pode ser decomposto numa componente com uma natureza estrutural e numa componente eminentemente conjuntural. A primeira destas componentes é comumente designada como “produto potencial”, que pode ser definido como o “nível de produto no qual os recursos existentes numa economia estão empregues na sua totalidade ou, mais realisticamente, no qual o desemprego é igual à sua taxa natural” (Mankiw, 2003 pp. 246). A segunda componente, habitualmente designada como “hiato do produto”, consiste no desvio percentual entre o PIB observado e o PIB potencial e inclui os elementos de natureza temporária, que reflectem não apenas a evolução do ciclo económico mas também flutuações de muito curto prazo.

O cálculo do produto potencial e do hiato do produto, para a economia portuguesa, permite não só avaliar a evolução do potencial de crescimento económico, como também medir o ciclo económico e identificar alterações do seu padrão de evolução. Estes indicadores têm, em geral, um papel relevante em diversos domínios da análise económica, nomeadamente no cálculo de indicadores estruturais (como, por exemplo, o saldo orçamental ajustado do efeito do ciclo económico) e na avaliação de pressões inflacionistas na economia, decorrentes de situações de excesso de procura. Adicionalmente, estes indicadores são utilizados na avaliação da consistência global das projecções macroeconómicas para a economia portuguesa.

O produto potencial não é uma variável observável, sendo calculado com base num conjunto de informação relativo a variáveis observáveis, através da utilização de técnicas que combinam a teoria macroeconómica com a estatística e a econometria. Estas técnicas são, habitualmente, agrupadas em duas categorias: os métodos estatísticos, que decompõem mecanicamente a série do PIB nas suas componentes tendencial, cíclica e errática; e os métodos estruturais, que incorporam a

* As opiniões expressas neste artigo são da responsabilidade dos autores e não coincidem necessariamente com as do Banco de Portugal. Os autores agradecem os comentários de Nuno Alves, João Amador, António Antunes, Mário Centeno, Ana Cristina Leal e José Ferreira Machado, assim como a colaboração do Grupo de Previsão do Departamento de Estudos Económicos do Banco de Portugal. Todos os erros e omissões são da exclusiva responsabilidade dos autores.

** Departamento de Estudos Económicos.

teoria económica no processo de cálculo do produto potencial. Ao contrário do que acontece com as variáveis observáveis, não é possível avaliar directamente a qualidade do valor calculado para o produto potencial com base em desvios face aos valores observados. Assim, os valores calculados para cada ano devem sempre ser interpretados não como se de valores observados se tratassem, mas antes como grandezas com uma forte probabilidade de estarem próximas dos verdadeiros níveis da variável.

Neste artigo, exploram-se alguns dos métodos mais utilizados no cálculo do produto potencial e do hiato do produto para a economia portuguesa. De entre os métodos estatísticos, implementam-se os filtros de Hodrick e Prescott (HP), Baxter e King (BK) e Christiano e Fitzgerald (CF)¹. Ao nível dos métodos de natureza estrutural, considera-se a abordagem pela função de produção em duas formulações alternativas: a função com elasticidade de substituição constante (CES)² e um seu caso particular, a função Cobb-Douglas (CD).

Este artigo encontra-se estruturado do seguinte modo: na secção 2 descrevem-se os diferentes métodos de cálculo do produto potencial; na secção 3 são discutidos os resultados decorrentes da aplicação das diferentes metodologias; na secção 4, expõem-se as principais conclusões e apontam-se possíveis direcções para estudos futuros.

2. MÉTODOS DE CÁLCULO DO PRODUTO POTENCIAL

O produto potencial é um exemplo do que na economia usualmente se designa como uma variável não observada, na medida em que mede um fenómeno que não é empiricamente observável: a quantidade de bens e serviços que uma economia pode produzir fazendo uma utilização plena dos recursos disponíveis.

A necessidade de cálculo do produto potencial levou ao desenvolvimento de diversas metodologias que combinam áreas distintas da análise económica, em particular, a teoria macroeconómica, a estatística e a econometria. Estes métodos utilizam um conjunto de informação composto por uma ou mais variáveis observáveis e permitem obter valores para o produto potencial, que reflectem quer a informação utilizada no seu cálculo, quer as propriedades impostas pela metodologia utilizada. Os métodos de cálculo do produto potencial são geralmente agrupados em duas categorias: os métodos estatísticos e os métodos estruturais, de acordo com o tipo de técnicas que utilizam e a informação que incorporam.

2.1. Métodos estatísticos

Os métodos estatísticos univariados³ consistem em procedimentos puramente mecânicos de decomposição, aplicáveis a qualquer série cronológica. A sua utilização permite identificar componentes com maior persistência, usualmente designadas por componentes tendenciais, e componentes com menor persistência, habitualmente associadas aos elementos cíclicos e erráticos.

A aplicação directa destas metodologias, à série do PIB observado, permite calcular o produto potencial, no pressuposto de que este é bem representado pela componente tendencial do PIB. Nesse caso, as restantes componentes (cíclica e errática) correspondem ao hiato do produto.

(1) Para mais detalhes ver Hodrick e Prescott (1997), Baxter e King (1999) e Christiano e Fitzgerald (1999).

(2) CES é o acrónimo em língua inglesa para elasticidade de substituição constante (Constant Elasticity of Substitution).

(3) Os métodos estatísticos podem ser agrupados em duas categorias, univariados e multivariados. Neste artigo, iremos cingir-nos apenas aos métodos univariados.

Os métodos estatísticos univariados são de interpretação directa, sendo em regra simples de implementar, permitindo calcular o produto potencial de forma prática. No entanto, este tipo de técnicas não tem um suporte na teoria macroeconómica pelo que a interpretação dos resultados obtidos é relativamente limitada, o que condiciona a sua utilização na análise económica, em particular, da oferta agregada da economia. Adicionalmente, os métodos estatísticos sofrem, em geral, de problemas no final do período amostral, obrigando a um prolongamento da série do PIB, o que constitui uma fonte adicional de incerteza para o processo de cálculo. É ainda importante referir que a sua aplicação obriga a uma correcção prévia das quebras estruturais que possam existir, em resultado de choques abruptos, uma vez que os métodos estatísticos tendem a distribuir o impacto destes choques no tempo, influenciando o cálculo do produto potencial em vários períodos e não apenas no período em que a quebra estrutural ocorre.

A aplicação de métodos univariados consiste na utilização de filtros estatísticos que decompõem a série cronológica do PIB em componentes com diferentes frequências, utilizando processos de média móvel bilateral. De entre os diversos filtros univariados disponíveis, utilizam-se neste estudo três aplicações que surgem com frequência na literatura sobre crescimento e ciclos económicos: o filtro HP e os filtros *band-pass* BK e CF.

O filtro HP calcula a componente tendência de qualquer série cronológica através de um processo de média móvel bilateral ponderada, que tem subjacente a minimização de uma função de perda quadrática. Esta função penaliza quer os desvios da série observada face à tendência calculada, quer a volatilidade da própria tendência. Formalmente, a componente tendência é obtida como resultado da minimização da seguinte função de perda:

$$\min_{y_t^T} L = \sum_{t=1}^S (y_t - y_t^T)^2 + \lambda \sum_{t=2}^{S-1} (\Delta y_{t+1}^T - \Delta y_t^T)^2 \quad (1)$$

onde y_t representa o PIB observado⁴, y_t^T representa a componente tendência do PIB, S corresponde ao número de observações e λ é o parâmetro de alisamento. Note-se que a minimização da função implica a escolha de um valor para o parâmetro de alisamento, que representa a penalização imposta para flutuações bruscas do produto potencial: um valor elevado de λ determina um perfil para o produto potencial mais alisado e um hiato do produto com maior amplitude, acontecendo o inverso para valores de λ reduzidos.

O filtro HP apresenta algumas vantagens que têm levado à sua vasta utilização, nomeadamente o facto de garantir a estacionaridade do hiato do produto, como demonstrado em King e Rebelo (1993), e o facto de ser consideravelmente simples de implementar. Contudo, este método tem também algumas limitações. Em primeiro lugar, a escolha do parâmetro λ é em larga medida discricionária, não existindo um consenso quanto ao melhor valor a adoptar para diferentes frequências dos dados. Em segundo lugar, existe o já referido problema do final da amostra, comum a todos os filtros bilaterais, que determina que o peso das últimas observações disponíveis aumente à medida que se pretende estimar o valor da tendência para períodos mais próximos do final da amostra. Este tipo de efeito tem sido largamente estudado⁵ e gera resultados enviesados para os anos mais recentes, que são precisamente os de maior interesse do ponto de vista dos decisores de política económica. Uma forma comum de ultrapassar este problema é prolongar a série utilizando quer projecções publicadas, quer projecções obtidas com modelos estatísticos univariados (por exemplo, modelos ARIMA). Finalmen-

(4) As variáveis em letra minúscula representam os logaritmos das variáveis análogas em letra maiúscula.

(5) Veja-se por exemplo Giorno *et al.* (1995), Cerra e Saxena (2000) e Mohr (2005).

te, é geralmente reconhecido que se a série original do PIB for integrada, o filtro HP tende a criar ciclos espúrios, isto é, gera ciclos mesmo quando estes não estão presentes nos dados originais⁶.

Uma alternativa no contexto dos métodos estatísticos univariados é a utilização de filtros *band-pass*, que assentam na análise do espectro de frequências da série cronológica do PIB. Este tipo de metodologia permite transpor as flutuações temporais de qualquer série cronológica para uma representação no domínio da frequência. Assumindo que o ciclo económico corresponde a uma banda de frequências bem definida, o filtro *band-pass* permite isolar a informação correspondente a essa banda, extractando assim a componente cíclica da série em causa. Na prática, a série filtrada consiste numa média ponderada da série original, em que os pesos atribuídos a cada observação são determinados em função das frequências a reter. O filtro consiste num vector de pesos que é aplicado à série do PIB observado, produzindo a série correspondente à componente cíclica do produto. Formalmente, esta variável pode ser descrita pela seguinte expressão:

$$B(L)y_t = \sum_{j=-\infty}^{\infty} b_j L^j y_t \quad (2)$$

onde $B(L)$ representa o filtro, b_j corresponde ao peso atribuído a y_{t-j} , e L^j é o habitual operador de desfasamento⁷.

Os filtros BK e CF são, muito provavelmente, os dois exemplos de filtros *band-pass* mais utilizados. O filtro BK aplica uma média ponderada bilateral à série do PIB, utilizando o mesmo número de *leads* e *lags* e atribuindo o mesmo peso a observações equidistantes face ao período para o qual se pretende efectuar o cálculo da componente cíclica. Esta característica assegura que a série filtrada não tem *phase-shift*, isto é, o momento das fases altas e baixas do ciclo é consistente com o comportamento da série original do PIB observado. No entanto, implica também um custo, na medida em que a preservação da simetria do filtro obriga à perda de observações no início e no fim da amostra. Este problema é habitualmente resolvido através do prolongamento da amostra, recorrendo ao mesmo tipo de técnicas já referidas no caso do filtro HP.

O filtro CF, ao contrário do filtro BK, utiliza todas as observações da amostra pelo que, em cada período, o número de *leads* utilizados difere do número de *lags* (com excepção da observação central), tornando o filtro assimétrico. Deste modo, o filtro CF ultrapassa uma das limitações do filtro BK, a perda de observações no início e no fim da amostra, podendo no entanto gerar o fenómeno de *phase-shift* anteriormente descrito.

2.2. Métodos estruturais: a abordagem pela função de produção

Ao contrário dos métodos estatísticos, os métodos estruturais consideram a teoria económica no processo de cálculo do produto potencial e do hiato do produto, fazendo este depender de um conjunto de variáveis macroeconómicas, o que proporciona uma interpretação mais rica dos resultados obtidos. No entanto, a utilização deste tipo de métodos obriga a uma escolha do modelo mais adequado, o que condiciona os resultados e a sua interpretação. Adicionalmente, qualquer modelo consiste sempre numa simplificação da realidade, que assenta necessariamente num conjunto de pressupostos sobre a estrutura da economia, o que aumenta a incerteza em relação aos valores calculados. É de referir que os métodos estruturais necessitam de mais informação que os métodos estatísticos univariados, pelo que os resultados dependem também da qualidade desta informação, o que se pode tornar numa condicionante séria à sua utilização quando existam limitações de dados ou quando a sua

(6) Veja-se a este respeito Harvey e Jaeger (1993) ou Cogley e Nason (1995).

(7) Para qualquer variável X_t , o operador de desfasamento L^j é definido de tal forma que $L^j X_t = X_{t-j}$.

qualidade seja questionável. Em geral, os métodos estruturais estão ainda dependentes da utilização de métodos estatísticos univariados para o cálculo das componentes tendenciais de algumas variáveis determinantes no processo de cálculo, o que introduz as limitações inerentes à utilização destes métodos, anteriormente referidas .

Um dos métodos estruturais mais utilizados é a abordagem pela função de produção. Esta abordagem modela explicitamente o produto de uma economia como o resultado de uma função de produção que tem como determinantes: a quantidade disponível de cada um dos factores produtivos, a produtividade desses factores e o peso de cada um no produto. O produto potencial é calculado como o valor dessa função quando os factores de produção e as respectivas produtividades se encontram aos seus níveis de longo prazo.

A abordagem pela função de produção tem como vantagem, face a outros métodos estruturais, o facto de permitir levar a cabo exercícios de contabilidade do crescimento, que exprimem o crescimento do produto potencial em função do crescimento de cada um dos seus determinantes.

2.2.1. As funções de produção CD e CES

A função de produção sintetiza de forma simples a tecnologia utilizada no processo produtivo, isto é, o processo pelo qual os factores são combinados por forma a obter um determinado nível de produto em condições eficientes. No entanto, não existe uma função de produção universalmente aceite, pelo que ao longo dos anos diversas formas funcionais têm sido sugeridas. De entre estas, duas têm recolhido grande parte da atenção na literatura sobre modelos de crescimento económico: a função de produção CES e um caso particular desta, a função CD. Estas funções diferem quer na complexidade da sua forma funcional, quer nas restrições que impõem sobre a tecnologia subjacente à produção de bens e serviços numa economia.

A função de produção CD é, muito provavelmente, a forma funcional mais utilizada. Embora as características desta função sejam, em geral, compatíveis com os factos observados para um conjunto relativamente alargado de economias, a sua utilização deve-se sobretudo à facilidade de a calibrar para os dados de cada economia.

Considerando apenas dois factores produtivos, capital e trabalho, esta função é descrita como:

$$Y_t = A_t L_t^\alpha K_t^{1-\alpha} \text{ com } 0 < \alpha < 1 \quad (3)$$

onde A_t representa a produtividade total dos factores (PTF), K_t corresponde ao *stock* de capital, L_t à quantidade de factor trabalho e α à elasticidade do produto face à utilização do factor trabalho. Neste caso, a calibração da função de produção depende apenas de um único parâmetro estrutural (α). Esta elasticidade pode ser encontrada através do cálculo do peso médio das remunerações do trabalho no valor acrescentado, tirando partido de uma das principais hipóteses subjacentes à utilização de uma função de produção do tipo CD, a estabilidade da repartição funcional do rendimento. Deste modo, é importante tomar em consideração que a utilização desta função de produção só é legítima se a informação histórica apontar para que o peso médio das remunerações de cada um dos factores no valor acrescentado seja constante ao longo do tempo. A hipótese de manutenção da repartição funcional do rendimento implica ainda que a elasticidade de substituição entre factores, subjacente a uma função deste tipo, seja não apenas constante, mas também unitária. Esta é uma hipótese restritiva, significando que um aumento no preço relativo de um dos factores será sempre acompanhado por uma redução proporcional da utilização relativa desse factor.

A função de produção CES constitui uma forma funcional mais geral do que a função de produção CD. Neste artigo considera-se a seguinte formulação:

$$Y_t = \left[\delta (B_t L_t)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (1-\delta) (X_t K_t)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} \text{ com } 0 < \delta < 1 \text{ e } \sigma > 0 \quad (4)$$

em que B_t e X_t representam as produtividades específicas associadas aos factores trabalho e capital, respectivamente, δ é um parâmetro de distribuição e σ é a elasticidade de substituição entre factores.

A função CES implica, em geral, que o peso da remuneração dos factores no valor acrescentado varie directa e proporcionalmente com a sua remuneração real e com o respectivo progresso técnico, o que contrasta com a constância destas variáveis, assumida pela função CD. Adicionalmente, a função CES admite que a elasticidade de substituição entre os factores é constante, mas não necessariamente unitária, ao contrário do que sucede na função CD. No caso de a elasticidade de substituição ser unitária, é possível demonstrar que a função CES corresponde a uma função CD.

Deste modo, a função CES é mais flexível que a função CD, permitindo testar a validade da formulação CD, desde que seja possível estimar a elasticidade de substituição entre factores, e ensaiar um teste estatístico sobre a estimativa da elasticidade que se obtenha. Adicionalmente, a formulação do tipo CES utilizada neste artigo contempla a existência de progresso técnico específico para cada um dos factores produtivos⁸, o que não é possível na formulação do tipo CD uma vez que estes dois termos não são identificáveis.

2.2.2. O cálculo do produto potencial e a contabilidade do crescimento

O processo de cálculo do produto potencial implica um cálculo prévio dos níveis de utilização potencial dos factores produtivos e das respectivas produtividades (sejam elas específicas como no caso CES ou agregadas como no caso CD) e uma estimativa para os parâmetros das funções de produção.

O método de cálculo dos níveis de utilização potencial dos factores é comum às funções CD e CES. Relativamente ao capital, é habitual na literatura assumir que o *stock* de capital observado é uma boa aproximação ao *stock* de capital potencial. Note-se que esta hipótese será legítima apenas quando não existam indícios de um desvio significativo face aos seus valores de equilíbrio de longo prazo. No que diz respeito ao nível de emprego potencial, este é geralmente obtido com recurso à taxa natural de desemprego e à população activa observada. Assim:

$$K_t^* = K_t \quad (5)$$

$$L_t^* = PA_t (1 - u_t^*) \quad (6)$$

em que PA_t é a população activa observada e u_t^* é uma medida da taxa natural de desemprego, sendo ambas as variáveis tomadas como exógenas.

O valor do parâmetro α da função CD pode ser calibrado, para cada economia, a partir do peso médio das remunerações do factor trabalho no valor acrescentado, para um período suficientemente longo. Conhecido o valor do parâmetro α , a produtividade total dos factores pode ser obtida com recurso ao resíduo de Solow, que resulta da inversão da função de produção em ordem a A_t :

(8) Do ponto de vista da modelação macroeconómica, a utilização de uma função de produção CES com a possibilidade de progresso técnico específico sobre o factor capital só é compatível com a existência de um estado estacionário, para o modelo, quando este progresso técnico específico é também estacionário. A este propósito veja-se Barro e Sala-i-Martin (1995).

$$A_t = \frac{Y_t}{L_t^\alpha K_t^{1-\alpha}} \quad (7)$$

Aplicando um filtro univariado a esta série⁹ é possível extrair a componente tendência do resíduo de Solow, A_t^* , que se toma como o nível potencial da produtividade total dos factores de produção. Uma vez conhecidos L_t^* , K_t^* , A_t^* e α , o produto potencial pode ser obtido a partir da função de produção:

$$Y_t^* = A_t^* (L_t^*)^\alpha (K_t^*)^{1-\alpha} \quad (8)$$

A expressão (8) é directamente utilizável no exercício de contabilidade de crescimento, uma vez que é *log-linear* nos factores produtivos. Logaritimizando e tomando a primeira diferença obtém-se:

$$\underbrace{\Delta y_t^*}_{\text{Taxa de crescimento do produto potencial}} = \underbrace{\Delta a_t^*}_{\text{Contributo da produtividade total dos factores}} + \underbrace{\alpha \Delta l_t^*}_{\text{Contributo do factor trabalho}} + \underbrace{(1-\alpha) \Delta k_t^*}_{\text{Contributo do factor capital}} \quad (9)$$

No caso da função CES, o processo de cálculo é um pouco mais complexo, na medida em que existem dois parâmetros desconhecidos e, na formulação apresentada neste artigo, se pretende estimar o contributo da produtividade específica de cada um dos factores. Resolvendo o problema da maximização do lucro com tecnologia do tipo CES obtém-se a seguinte condição de primeira ordem da procura de trabalho:

$$y_t - l_t = \sigma(w_t - p_t) + (1-\sigma)b_t - \sigma \ln \delta \quad (10)$$

A equação (10) pode ser interpretada como uma relação de longo prazo entre o produto por trabalhador, $y_t - l_t$, a remuneração real do factor trabalho, $w_t - p_t$, e a produtividade específica do factor trabalho, b_t . Deste modo, é possível considerar esta equação como uma relação de cointegração e estimar a elasticidade de substituição entre os factores, recorrendo ao método de máxima verosimilhança de Johansen¹⁰, que permite estimar os parâmetros da relação de cointegração de forma eficiente.

Note-se que a produtividade específica do factor trabalho não é conhecida, o que poderia inviabilizar o processo de cálculo. No entanto, a exemplo do que é feito em estudos semelhantes¹¹ assume-se que esta produtividade específica cresce a uma taxa aproximadamente constante ao longo do tempo. Deste modo, o seu nível pode ser relativamente bem aproximado por uma tendência linear, pelo que a relação de longo prazo a estimar será:

$$y_t - l_t = \sigma(w_t - p_t) + (1-\sigma)(\mathbb{C} + \eta^l t) - \sigma \ln \delta \quad (11)$$

onde η^l é a taxa de crescimento média da produtividade do factor trabalho, t é uma tendência determinística e \mathbb{C} é uma constante de escala desconhecida. Uma vez estimada a elasticidade de substituição, o parâmetro de distribuição e a constante de escala permanecem por identificar. No entanto, recorrendo ao facto anteriormente apresentado de que a função CES corresponde a uma função CD, no caso em que a elasticidade de substituição é unitária, calibrou-se δ recorrendo ao parâmetro equivalente na função de produção CD (isto é, o peso da remuneração do factor trabalho no valor acrescentado, α), em linha com o procedimento habitualmente utilizado na literatura. Tendo as estimativas para os parâmetros δ e σ é então possível utilizar a equação (10) para recuperar o valor da constante de escala e o nível implícito da produtividade específica do factor trabalho, B_t , através da expressão:

(9) Neste artigo, a exemplo do que é habitual na literatura, utilizou-se o filtro HP.

(10) Uma descrição detalhada do método de Johansen pode ser encontrada em Johansen (1995).

(11) Veja-se por exemplo Dimitz (2001) e Jalava (2005).

$$B_t = \left(\frac{Y_t}{L_t}\right)^{\frac{1}{1-\sigma}} \left(\delta \frac{P_t}{W_t}\right)^{\frac{\sigma}{1-\sigma}} \tag{12}$$

Finalmente, a produtividade específica do factor capital pode ser recuperada invertendo a função de produção em ordem a X_t :

$$X_t = \left(\frac{1}{1-\delta} \left(\frac{Y_t}{K_t}\right)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} - \frac{\delta}{1-\delta} \left(\frac{B_t L_t}{K_t}\right)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}\right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} \tag{13}$$

A componente tendência da produtividade específica de cada um dos factores, B_t^* e X_t^* , é calculada utilizando um procedimento idêntico ao que se empregou na obtenção da componente tendência da produtividade total dos factores, isto é, aplicando um filtro estatístico univariado sobre as produtividades específicas calculadas para cada um dos factores, B_t e X_t .

Uma vez estimados os parâmetros δ e σ , os níveis de utilização potencial dos factores produtivos e os respectivos níveis tendenciais da produtividade, o produto potencial pode ser calculado recorrendo à função de produção:

$$Y_t^* = \left[\delta (B_t^* L_t^*)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (1-\delta)(X_t^* K_t^*)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}\right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} \tag{14}$$

No caso da função CES, o exercício de contabilidade do crescimento é um pouco mais complexo do que no caso da função CD, uma vez que a função CES não é *log-linear*. Neste artigo, procedeu-se a uma linearização da função CES em torno do período $t - 1$, recorrendo a uma expansão de Taylor de primeira ordem, obtendo-se:

$$\underbrace{\Delta y_t^*}_{\text{Taxa de crescimento do produto potencial}} = \underbrace{\omega_t^L \Delta b_t^*}_{\text{Contributo da produtividade específica do factor trabalho}} + \underbrace{\omega_t^L \Delta l_t^*}_{\text{Contributo do factor trabalho}} + \underbrace{\omega_t^K \Delta x_t^*}_{\text{Contributo da produtividade específica do factor capital}} + \underbrace{\omega_t^K \Delta k_t^*}_{\text{Contributo do factor capital}} \tag{15}$$

em que:

$$\omega_t^L = \frac{\delta (B_{t-1}^* L_{t-1}^*)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}}{\delta (B_{t-1}^* L_{t-1}^*)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (1-\delta)(X_{t-1}^* K_{t-1}^*)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}} \text{ e } \omega_t^K = \frac{(1-\delta)(X_{t-1}^* K_{t-1}^*)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}}{\delta (B_{t-1}^* L_{t-1}^*)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (1-\delta)(X_{t-1}^* K_{t-1}^*)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}}$$

representam os ponderadores dos factores trabalho e capital, que são variáveis no tempo.

Mais uma vez note-se que no caso em que $\sigma = 1$, temos $\omega_t^L = \delta$ e $\omega_t^K = 1 - \delta$, que correspondem exactamente aos pesos da remuneração de cada um dos factores no valor acrescentado, uma vez que o valor de δ foi calibrado utilizando o parâmetro de distribuição da função de produção CD.

3. O PRODUTO POTENCIAL E OS SEUS DETERMINANTES EM PORTUGAL

A aplicação dos métodos apresentados, a dados para a economia portuguesa, permite calcular o produto potencial e o hiato do produto. Os resultados obtidos revestem-se de grande utilidade na análise da evolução da actividade económica, permitindo, em particular, a identificação de factores relacionados com a oferta agregada da economia que poderão estar por detrás do crescimento incipiente do produto registado nos últimos anos.

3.1. Os dados para a economia portuguesa

Os dados utilizados neste artigo foram extraídos das “Séries trimestrais para a economia portuguesa” publicadas no Boletim Económico do Verão de 2006 do Banco de Portugal¹².

A série da remuneração por trabalhador foi construída com base nas remunerações dos trabalhadores por conta de outrem e na hipótese de que os trabalhadores por conta própria auferem em média uma remuneração que corresponde a 75 por cento da remuneração de um trabalhador por conta de outrem. No que respeita à taxa natural de desemprego, considerou-se que esta terá permanecido constante ao longo do período amostral, em cerca de 5.5 por cento da população activa¹³, não obstante a incerteza quanto à validade desta hipótese no período mais recente, em particular tendo em conta o recente aumento do desemprego de longa duração. A série do *stock* de capital foi construída utilizando o método de inventário permanente, assumindo-se uma taxa de depreciação ligeiramente crescente, de forma a reflectir o aumento progressivo da velocidade de obsolescência de algum tipo de bens de investimento (nomeadamente, equipamentos electrónicos e material informático). As séries do valor acrescentado e do seu deflator foram obtidas a partir do PIB a preços de mercado, deduzindo os impostos indirectos. Finalmente, a remuneração por unidade de capital utilizada foi obtida a partir da restrição de recursos e das séries anteriormente referidas:

$$R_t = \frac{P_t Y_t - W_t L_t}{K_t} \quad (16)$$

Esta medida da rendibilidade do capital é bastante imprecisa, na medida em que as estimativas quer para a remuneração por trabalhador, quer para o *stock* de capital assentam nas hipóteses anteriormente referidas, não correspondendo a valores efectivamente observados. Desta forma, todos os erros de medida relativos quer às remunerações do trabalho, quer ao *stock* de capital reflectir-se-ão directamente na medida de remuneração por unidade de capital considerada.

3.2. Métodos estatísticos

A aplicação dos métodos estatísticos univariados, descritos na secção 2.1, implica não apenas uma escolha de valores para os parâmetros de que depende cada um dos filtros, mas também que se proceda a uma extensão da série do PIB observado, por forma a evitar os problemas no final do período amostral, anteriormente descritos. Assim, a série do PIB observado foi prolongada até ao final de 2010, utilizando as projecções do Banco de Portugal publicadas no Boletim Económico do Verão,

(12) Estas séries correspondem a uma actualização das séries publicadas em Castro e Esteves (2004) e seguem a metodologia aí apresentada.

(13) Em linha com os resultados publicados em Dias, Esteves e Félix (2004).

para o período 2006-2007, e a taxa de crescimento média registada no período entre 1993 e 2005, para os anos seguintes.

No que diz respeito à escolha do parâmetro de alisamento do filtro HP, utilizou-se $\lambda = 7680$ que, de acordo com Raven e Uhlig (2002), corresponde a um valor de 30 para dados anuais, o qual é habitualmente utilizado no âmbito dos exercícios do Eurosistema¹⁴. Relativamente aos filtros *band-pass*, utilizou-se uma especificação *low-pass* que expurga a série do PIB observado de todas as flutuações com frequência inferior a 12 anos.

Os Gráficos 3.2.1 e 3.2.2 apresentam as taxas de crescimento médias do produto potencial, quer para o total do período amostral, quer para sub-períodos deste, calculadas de acordo com os métodos HP, BK e CF. Uma conclusão imediata é a de que, quando se tomam médias de períodos, as discrepâncias entre as taxas de crescimento obtidas com os diferentes métodos univariados tendem a ser diminutas. Os resultados apresentados apontam para uma taxa de crescimento média anual no período 1986-2005 de cerca de 3 por cento. No entanto, numa análise por sub-períodos, é possível constatar que esta taxa média não resulta de um perfil uniforme de crescimento do produto potencial, abarcando períodos com ritmos de crescimento consideravelmente díspares. De facto, os resultados apontam para um crescimento médio de 4 por cento na primeira metade da amostra e de apenas 2 por cento na segunda década, com uma clara diminuição da taxa de crescimento do produto potencial ao longo dos últimos 20 anos. Em particular, se atentarmos apenas nos últimos 5 anos, a taxa de crescimento do produto potencial calculada não deverá ter excedido 1.5 por cento.

O Gráfico 3.2.3 apresenta os resultados obtidos para o hiato do produto. Em termos globais, verifica-se que embora os valores pontuais não coincidam, o perfil do hiato do produto é bastante semelhante para os três métodos considerados e os pontos de viragem do ciclo económico coincidem no tempo. Os resultados sugerem que na altura da adesão de Portugal à União Europeia, em 1986, o PIB estava significativamente abaixo do seu nível potencial. Nos anos subsequentes, ter-se-ão registado crescimentos da actividade económica superiores ao crescimento do produto potencial, que determi-

Gráfico 3.2.1

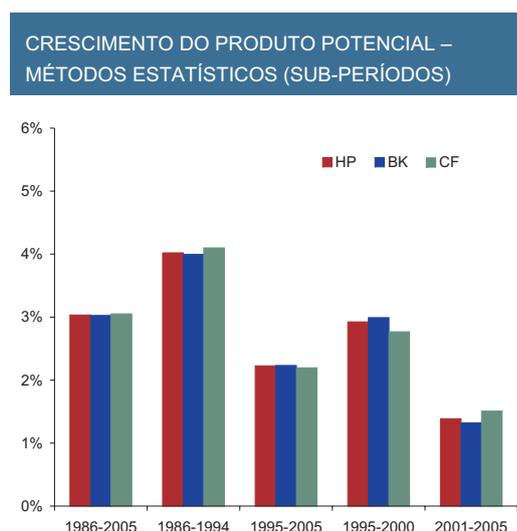
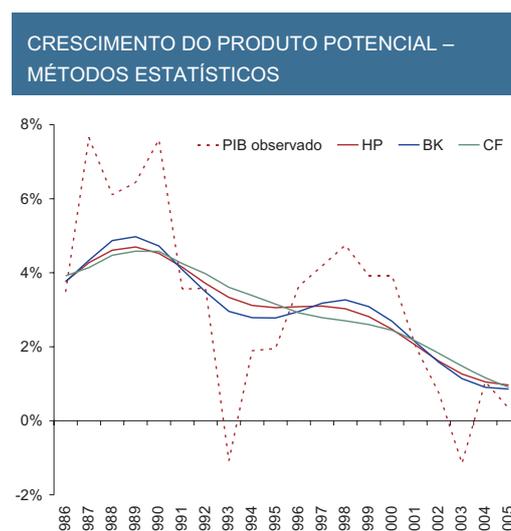
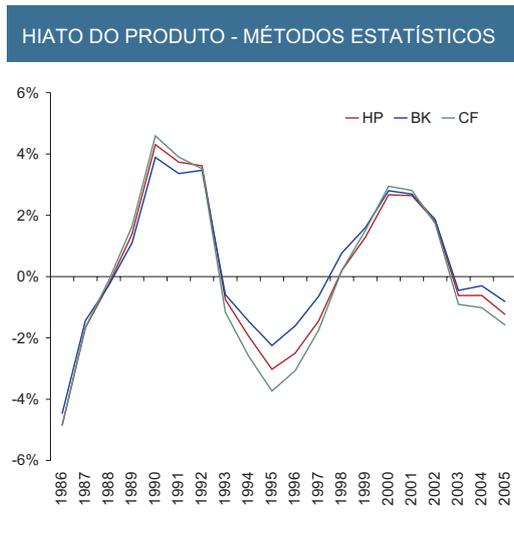


Gráfico 3.2.2



(14) Tal como referido na Secção 2, a escolha do parâmetro de alisamento do filtro HP é em larga medida discricionária. Vale a pena referir que esta escolha afecta apenas a amplitude do ciclo económico, mantendo inalterados quer o crescimento do produto potencial em cada um dos ciclos, quer os pontos de viragem de cada ciclo económico. A utilização do valor originalmente proposto em Hodrick e Prescott (1997), $\lambda = 1600$, conduziria à obtenção de ciclos económicos com uma amplitude substancialmente inferior e a um crescimento do produto potencial com maior variabilidade.

Gráfico 3.2.3



naram um hiato do produto positivo de cerca de 4 por cento em 1990. A partir deste ano, ter-se-á verificado uma redução significativa do crescimento do PIB e conseqüentemente uma diminuição do hiato do produto, que terá atingido valores próximos de zero em 1993, caindo para valores progressivamente mais negativos até 1995. Entre 1995 e 2001, a economia portuguesa voltou a experimentar taxas de crescimento da actividade económica superiores ao potencial, tendo o hiato do produto atingido cerca de 3 por cento, em 2001. Desde então, a acumulação de diversos desequilíbrios com impacto ao nível da procura têm limitado a evolução do PIB a um crescimento inferior ao potencial, determinando o fecho progressivo do hiato do produto até 2003 e o retorno a valores negativos nos anos subsequentes.

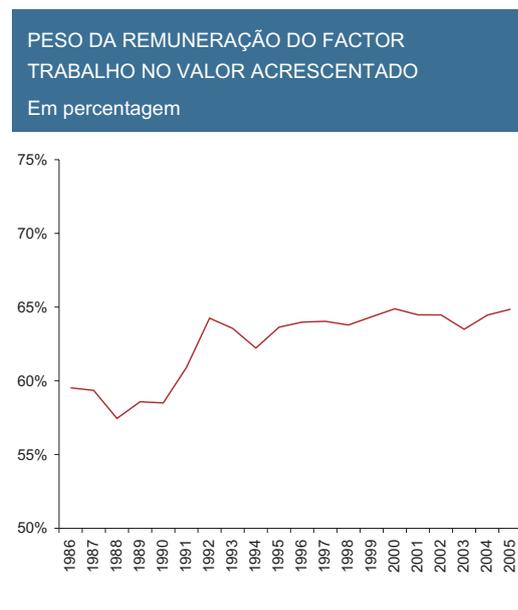
Conclui-se assim que os resultados parecem ser robustos à escolha de diferentes métodos estatísticos univariados, pelo que qualquer um deles pode ser utilizado como método representativo. Os resultados apontam para uma redução da taxa de crescimento do produto potencial em Portugal, ao longo dos últimos 20 anos, situando-se em valores entre 1 e 1.5 por cento nos últimos 5 anos.

3.3. Métodos estruturais: a abordagem pela função de produção

A abordagem pela função de produção assenta na especificação de uma função compatível com os factos estilizados evidenciados pela economia portuguesa. Um destes factos, apresentado em Kaldor (1965), é o de que o peso da remuneração de cada um dos factores produtivos no valor acrescentado é aproximadamente constante. O Gráfico 3.3.1 apresenta a evolução do peso da remuneração do trabalho no valor acrescentado desde 1986. Esta informação foi utilizada na calibração dos parâmetros α e δ das funções CD e CES, respectivamente, tendo-se considerado a média do peso das remunerações do trabalho no valor acrescentado no período 1992-2005 (64 por cento). Note-se que, embora para o período anterior a 1992 aquele peso varie, de então em diante este tem sido relativamente estável.

De forma a testar a validade da especificação CD, considerou-se uma função do tipo CES e estimou-se a elasticidade de substituição entre factores, utilizando dados trimestrais para o período amostral 1988-2005, e a metodologia descrita na secção 2.2. O resultado obtido para a elasticidade de substituição foi 0.65 com desvio-padrão de 0.06, pelo que a hipótese nula de que a elasticidade de substituição é unitária (situação em que a função CES corresponde a uma função do tipo CD) é rejei-

Gráfico 3.3.1



tada para um teste com um nível de significância de 1 por cento¹⁵. Os resultados obtidos permitem assim concluir que a hipótese de elasticidade de substituição unitária não é sustentada pelos dados, para o período considerado.

Para avaliar quer o impacto da escolha de uma função de produção CD (quando a função CES parece ser a que, de acordo com os factos identificados, melhor se adequa), quer as diferenças entre a utilização de métodos estruturais e métodos estatísticos univariados, calculou-se o produto potencial e o hiato do produto utilizando as duas funções de produção e comparou-se com os resultados obtidos utilizando o filtro HP, que se tomou como método representativo dos métodos univariados¹⁶.

Os Gráficos 3.3.2, 3.3.3 e 3.3.4 apresentam a taxa de crescimento do produto potencial e o hiato do produto calculados de acordo com o filtro HP e as duas especificações alternativas da função de produção. O resultado mais evidente é a coincidência dos resultados obtidos através da utilização das duas funções de produção. Adicionalmente, quando se comparam estes com os resultados obtidos através dos métodos estatísticos, constata-se que estes são qualitativamente idênticos, embora a amplitude do hiato do produto seja ligeiramente superior no caso do filtro HP. Os resultados apresentados no Gráfico 3.3.3 mostram ainda que a abordagem pela função de produção tende a produzir um perfil consideravelmente menos alisado do que o obtido através da utilização de métodos estatísticos univariados, uma vez que a abordagem pela função de produção, por ser um método estrutural, reflecte não só o crescimento da produtividade tendencial dos factores (que é necessariamente alisado na medida em que resulta da aplicação de filtros estatísticos univariados), mas também o crescimento dos factores de produção disponíveis, que não apresenta necessariamente um perfil alisado, reflectindo os choques sobre a oferta de factores, em particular do factor trabalho.

O Gráfico 3.3.2 apresenta uma comparação entre o crescimento médio anual do produto potencial para o período 1986-2005 e para os sub-períodos que já haviam sido utilizados no caso dos métodos univariados. Os resultados obtidos apontam para que o crescimento médio anual no período amostral completo, assim como em cada um dos sub-períodos, seja muito semelhante quer quando se compa-

(15) O resultado obtido é semelhante ao publicado em Lucas (1990) para a economia americana.

(16) A utilização do filtro HP como método representativo dos métodos univariados está em linha com o que é habitualmente feito na literatura.

Gráfico 3.3.2

CRESCIMENTO DO PRODUTO POTENCIAL –
MÉTODOS ESTRUTURAIS VS MÉTODOS
ESTATÍSTICOS (SUBPERÍODOS)

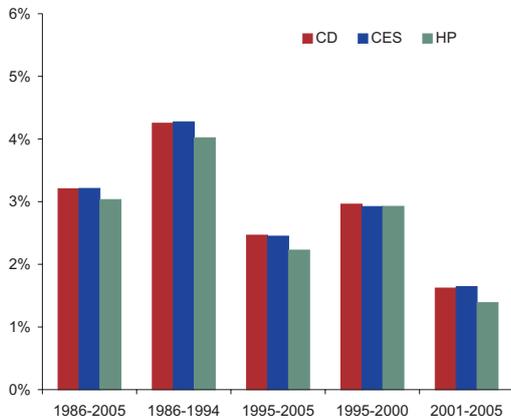
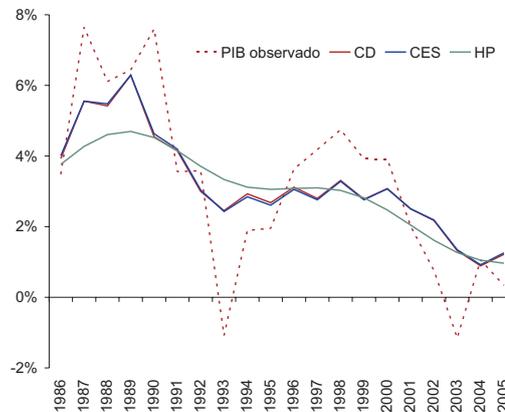


Gráfico 3.3.3

CRESCIMENTO DO PRODUTO POTENCIAL –
MÉTODOS ESTRUTURAIS VS MÉTODOS
ESTATÍSTICOS



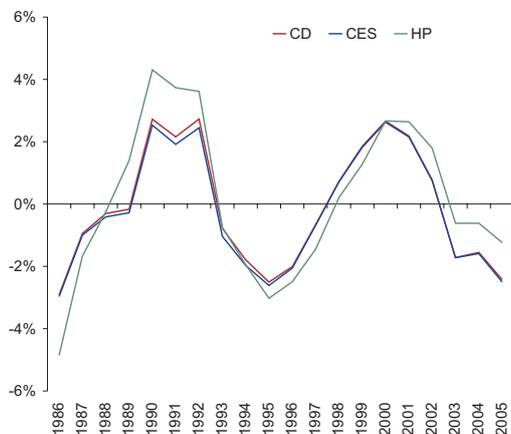
ram os resultados obtidos utilizando as funções de produção alternativas, quer quando se comparam estes com os obtidos aplicando o filtro HP.

Assim, a utilização da abordagem da função de produção vem confirmar a desaceleração do produto potencial já evidenciada pela aplicação dos filtros estatísticos univariados. Adicionalmente, ao contrário dos métodos estatísticos, os métodos estruturais permitem obter uma indicação dos factores que terão estado por detrás desta desaceleração através do exercício de contabilidade do crescimento.

No caso da função CD apenas o contributo do crescimento tendencial da produtividade total dos factores é identificável, enquanto que no caso da formulação utilizada para a função CES é possível identificar o contributo do crescimento da produtividade tendencial de cada um dos factores para o crescimento do produto potencial. Adicionalmente, refira-se que a actual formulação considera impli-

Gráfico 3.3.4

HIATO DO PRODUTO – MÉTODOS ESTRUTURAIS
VS MÉTODOS ESTATÍSTICOS



citamente uma taxa de utilização do *stock* de capital constante¹⁷ e uma manutenção do número de horas por trabalhador, pelo que reduções nestas variáveis determinam uma sobre-estimação dos serviços do factor efectivamente utilizados e uma sub-estimação da produtividade específica desse mesmo factor, na medida em que esta é obtida de forma residual. No caso do factor capital, este tipo de enviesamento tende a ser limitado uma vez que a taxa de utilização da capacidade produtiva é habitualmente uma variável estacionária. Já no caso do factor trabalho, poderá existir um enviesamento mais sensível na medida em que o número de horas por trabalhador se reduziu desde 1986. Contudo, de acordo com os dados mais recentes das Estatísticas do Mercado de Trabalho compiladas pela OCDE¹⁸, essa redução não deverá exceder os 8 por cento no período 1986-2004 pelo que uma eventual sub-estimação do crescimento da produtividade tendencial não deverá exceder 0.5 por cento em termos médio anuais. Desta forma, os resultados obtidos e a sua análise em termos qualitativos deverá ser robusta aos problemas de medida anteriormente referidos.

Os Gráficos 3.3.5 e 3.3.6 apresentam os contributos dos factores de produção e das suas produtividades para a taxa de crescimento do produto potencial. A observação dos gráficos permite concluir que o contributo da produtividade total dos factores é idêntico quer se utilize a função CD quer se utilize a função CES, pelo que o exercício de contabilidade do crescimento é robusto à escolha da função de produção. Esta conclusão aplica-se quer no que respeita à amostra completa, quer no que diz respeito a cada uma das sub-amostras.

Uma ilação que se retira directamente do exercício, para o período 1986-1994, é a de que o crescimento da produtividade dos factores e o aumento do *stock* de capital terão desempenhado um papel fundamental no processo de convergência real que se observou desde a adesão de Portugal à União Europeia¹⁹. O crescimento do factor trabalho terá tido um papel relativamente limitado, dependendo em larga medida da evolução da estrutura demográfica que se caracteriza por um progressivo envelhecimento da população.

Gráfico 3.3.5

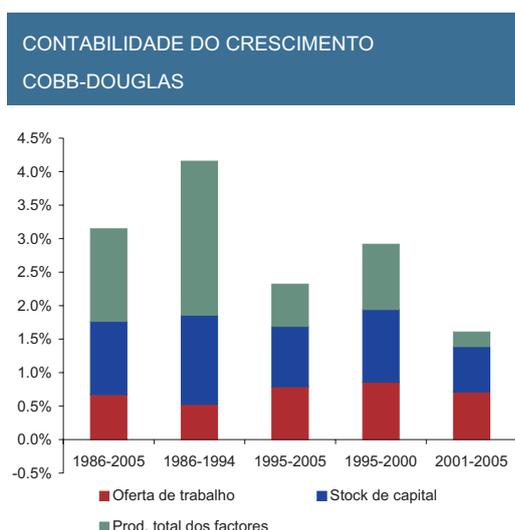
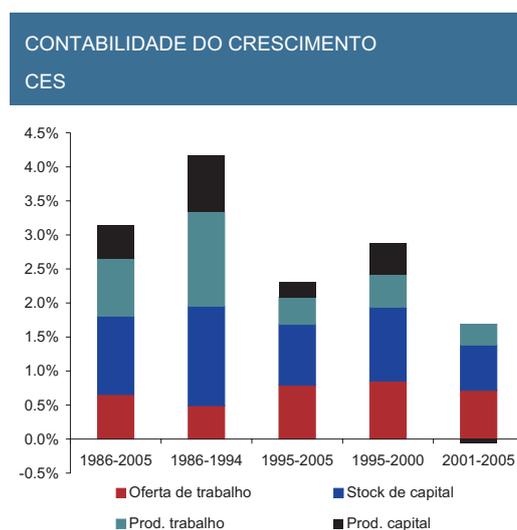


Gráfico 3.3.6



(17) Os dados disponíveis sobre a taxa de utilização da capacidade produtiva para Portugal dizem respeito apenas à indústria transformadora, não considerando, por exemplo, o sector de serviços, que representa uma parte significativa da produção.

(18) OECD (2006), "Average annual hours actually worked per worker", *Employment and Labour Market Statistics, 2006, release 01*.

(19) Este resultado corrobora os apresentados em Cavalcanti (2004).

Quando se compara o período 1986-1994 com o período 1995-2005, a redução do contributo da produtividade torna-se crucial na explicação das razões subjacentes à redução do crescimento do produto potencial, o mesmo acontecendo, ainda que em menor medida, com o contributo do factor capital. A utilização da função CES, que permite identificar o contributo da produtividade específica de cada um dos factores, aponta para que esta redução da produtividade tenha sido comum a ambos os factores produtivos.

Por fim, decompondo o período 1995-2005 em dois sub-períodos, conclui-se que a redução do crescimento do produto potencial, que se estima ter ocorrido nos últimos anos, resulta essencialmente de um menor contributo do crescimento do *stock* de capital e da produtividade associada a este factor, não obstante uma ligeira redução da produtividade associada ao factor trabalho. A redução do contributo do factor capital reflecte um comportamento distinto do investimento em cada um dos sub-períodos que não poderia deixar de se repercutir no *stock* de capital. Assim, enquanto no período 1995-2000 o investimento cresceu cerca de 8 por cento, em termos médios anuais, no período 2001-2005 terá registado uma redução média anual de cerca de 3 por cento. No que diz respeito à redução da produtividade associada ao factor capital, esta poderá reflectir uma mais rápida obsolescência do *stock* de capital instalado, na medida em que a queda do investimento pode eventualmente ter limitado a habitual substituição do capital entretanto depreciado.

A conclusão essencial a retirar da abordagem estrutural é a de que a desaceleração do produto potencial, registada nos últimos anos, reflecte essencialmente um comportamento desfavorável do investimento e o papel deste na manutenção de condições de eficiência dos factores de produção.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste artigo apresentam-se cálculos para o produto potencial e para o hiato do produto, para a economia portuguesa, de acordo com diferentes metodologias.

Os resultados obtidos são robustos à escolha da metodologia adoptada e apontam para uma redução do crescimento do produto potencial em Portugal ao longo dos últimos 20 anos, de um crescimento médio anual que terá rondado os 4 por cento, no período 1986-1994, para um crescimento médio anual próximo de 1.5 por cento, no período 2001-2005. Estes resultados estão em linha com os que têm sido publicados em documentos de trabalho quer do Banco Central Europeu quer da Comissão Europeia²⁰.

A utilização de uma metodologia de natureza estrutural como a abordagem pela função de produção permite, no entanto, ir além de uma mera descrição da desaceleração do produto potencial, apontando para factores de natureza estrutural que estarão subjacentes a esta evolução e que, em última análise, estarão na génese do fraco ritmo de crescimento económico registado nos últimos anos em Portugal. No entanto, a interpretação dos resultados obtidos deve ser cautelosa, na medida em que estes assentam num conjunto de hipóteses anteriormente explicitadas.

Os resultados apontam para que a desaceleração do produto potencial ao longo dos últimos 20 anos tenha sido largamente determinada por uma redução do contributo do *stock* de capital e da produtividade total dos factores. No período 1986-1994, o forte crescimento do produto potencial terá beneficiado de um conjunto de factores muito específico. Tal como referido em Cavalcanti (2004), este período correspondeu à adesão de Portugal à União Europeia, a qual implicou um conjunto de importantes transformações, nomeadamente, o acesso a novos mercados e condições de financiamento

(20) As estimativas publicadas pelo BCE para o crescimento do produto potencial podem ser encontradas em Benalal *et al.* (2006), enquanto que as estimativas publicadas pela Comissão Europeia podem ser encontradas em Denis *et al.* (2006).

mais favoráveis para as empresas, que não terão deixado de influenciar significativamente quer a dinâmica do investimento, quer o crescimento da produtividade total dos factores. Para os anos mais recentes (2001-2005), o fraco crescimento do produto potencial reflecte um contributo limitado do *stock* de capital, em resultado da queda continuada do investimento desde o início do milénio, assim como o impacto deste na manutenção das condições de eficiência ao nível da produtividade dos factores e, em especial, do factor capital.

Este estudo deixa em aberto um conjunto de questões para investigação futura que permitirão não só aprofundar as conclusões e os resultados apresentados, como também testar a manutenção da sua validade à luz de informação que entretanto venha a ficar disponível. Desde logo parece importante considerar a possibilidade de visitar os resultados, utilizando informação credível sobre a evolução do número de horas trabalhadas na economia em vez do número de trabalhadores ao serviço, na medida em que tal poderá alterar os resultados relativos à evolução da produtividade total dos factores obtidos com recurso à abordagem pela função de produção. Uma possível extensão dos resultados diz respeito à possibilidade de considerar factores intermédios importados (como é o caso dos bens energéticos) e avaliar o impacto de choques sobre o preço destes factores no nível de produto potencial da economia. Finalmente, a utilização de métodos que permitam combinar a abordagem pela função de produção com outras abordagens de carácter estrutural, (como por exemplo, a lei de Okun e/ou a curva de Phillips) através da utilização de métodos multivariados, permitiria testar a robustez dos resultados obtidos, considerando um conjunto de informação mais alargado.

REFERÊNCIAS

- Barro, Robert. J. e Xavier Xala-i-Martin (1995): *Economic Growth*, McGraw Hill International Editions, Economic Series.
- Baxter, Marianne e Robert King (1999): "Measuring Business Cycles: Approximate Band-Pass Filters for Economic Time Series", *Review of Economics and Statistics* (81)4, 573-593.
- Benalal, Nicholai, Juan Luis Diaz del Hoyo, Beatrice Pierluigi e Nick Vidalis (2006): "Output growth differentials across the euro area countries: some stylised facts", *Occasional Paper Series*, n. 45, European Central Bank.
- Berndt, Ernst R. e Davis O. Wood (1975): "Engineering and Econometric Interpretations of Energy-Capital Complementarity", *The American Economic Review*, vol. 69(3), pp.342-354.
- Berndt, Ernst R. e Davis O. Wood (1975): "Technology, prices, and the derived demand for energy", *The Review of Economics and Statistics*, vol. 57(3), pp.259-268.
- Castro, Gabriela e Paulo Esteves (2004): "Séries trimestrais para a economia portuguesa: 1977-2003", *Boletim Económico*, Banco de Portugal, Junho 2004.
- Cavalcanti, Tiago V. (2004): "Business Cycle and level accounting: the case of Portugal", in comunicações da conferência *Desenvolvimento Económico Português no Espaço Europeu*, Março 2004, Banco de Portugal.
- Cerra, Valerie e Sweta Chaman Saxena (2000): "Alternative methods of estimating potential output and the output gap: an application to Sweden", *Working Paper* no. 59, International Monetary Fund.
- Christiano, Lawrence e Terry Fitzgerald (1999): "The band pass filter", *Working Paper* 9906, Federal Reserve Bank of Cleveland.
- Cogley, Timothy e James M. Nason (1995): "Effects of the Hodrick-Prescott filter on trend and difference stationary time series Implications for business cycle research", *Journal of Economic Dynamics and Control*, Elsevier, vol. 19(1-2), pages 253-278.
- Denis, Cécile, Daniel Grenouilleau, Kieran Mc Morrow e Werner Röger (2006): "Calculating potential growth rates and output gaps - A revised production function approach", *European Economy, Economic Papers*, n.247, March 2006, European Commission, Brussels.
- Dias, Francisco, Paulo Esteves e Ricardo Félix (2004): "Uma nova avaliação das estimativas da NAIRU para a economia portuguesa", *Boletim Económico*, Banco de Portugal, Junho 2004.
- Dimitz, Maria A. (2001): "Output-gaps and technological progress in European Monetary Union", *Discussion Paper* 20-2001, Bank of Finland.
- Giorno, Claude, Pete Richardson, Deborah Roseveare e Paul van den Noord (1995): "Potential output, output gaps, and structural budget balances", *Economic studies* no.24, Organization for Economic Co-operation and Development.
- Harvey, A. C. e Jaeger, A. (1993): "Detrending, Stylized Facts and the Business Cycle", *Journal of Applied Econometrics*, John Wiley & Sons, Ltd., vol. 8(3), pages 231-47, July-Sept.
- Hodrick, R. J. e E. C. Prescott (1997): "Postwar U.S. business cycles: An empirical investigation", *Journal of Money Credit and Banking* 29, 1-16.

- Jalava, Jukka, Matti Pohjola, Antti Ripatti e Jouko Vilmunen (2005): "Biased Technical Change and Capital-labour Substitution in Finland, 1902-2003", *EU KLEMS Working Paper Series 4*, EU KLEMS Project.
- Johansen, Soren (1995): "Identifying restrictions of linear equations with applications to simultaneous equations and cointegration", *Journal of Econometrics*, Elsevier, vol. 69(1), pages 111-132, September.
- King, Robert G. e Sérgio T. Rebelo (1993): "Transitional Dynamics and Economic Growth in the Neoclassical Model", *American Economic Review*, American Economic Association, vol. 83(4), pages 908-31, September.
- Lucas, Robert E. (1990): "Supply-Side Economics: An Analytical Review", *Oxford Economic Papers*, New Series, vol. 42(2), pages 293-316, April.
- Mankiw, N. Gregory (2003): *Macroeconomics*, Worth Publishers, 5th edition.
- Mohr, Matthias (2005): "A trend-cycle (-season) filter", *Working Paper Series*, no. 499, European Central Bank.
- Raven, Morten O. e Harald Uhlig (2002): "On adjusting the Hodrick-Prescott filter for the frequency of observations", *Review of Economics and Statistics* (84)2, May 2002, 371-380.