

## EXTRACÇÃO DE INFORMAÇÃO A PARTIR DOS PRÉMIOS DAS OPÇÕES: O CASO DA REENTRADA DA LIRA ITALIANA NO MTC DO SME\*

*Bernardino Adão \*\**

*Nuno Cassola\*\**

*Jorge Barros Luís\*\**

### 1. INTRODUÇÃO

Os preços dos derivados financeiros (contratos a prazo, futuros e opções) reflectem, em cada instante, as expectativas dos agentes económicos acerca da evolução futura dos preços dos activos subjacentes. Por sua vez, os preços dos activos subjacentes (por exemplo, dos bilhetes e obrigações do Tesouro, de acções e de mercadorias) reflectem as expectativas dos participantes nos mercados sobre a evolução futura das suas determinantes económicas. Enquanto os contratos a prazo e os futuros fornecem informação sobre os valores esperados dos preços dos activos subjacentes, os prémios das opções permitem estimar a função densidade de probabilidade (FDP) com neutralidade face ao risco dos preços dos activos subjacentes.

Neste sentido, os preços dos derivados financeiros contêm informação potencialmente útil para as autoridades monetárias, nomeadamente, para a construção de indicadores de condições monetárias, para a avaliação do impacto das medidas de política monetária e também para a detecção de anomalias no funcionamento dos mercados financeiros. Estas questões têm vindo a merecer a atenção de vários autores e bancos centrais (ver, por exemplo, Abken (1995), Bahra (1996), Deutsche

Bundesbank (1995) e Söderlind e Svensson (1996)). Naturalmente, esta informação é também relevante numa perspectiva de gestão de carteira e de risco por parte das instituições financeiras e do sector privado em geral.

A comparação das FDP do preço de um activo financeiro, estimadas em diferentes momentos para a mesma data de vencimento, permite avaliar a evolução das expectativas de mercado, bem como da sua dispersão. Por exemplo, Campa, Chang e Reider (1997), analisando a reacção dos mercados cambiais à reentrada da lira italiana no Mecanismo de Taxas de Câmbio do Sistema Monetário Europeu (MTC-SME), ocorrida em 25 de Novembro de 1996, constatam que a volatilidade cambial implícita da lira italiana diminuiu no seguimento do seu regresso ao MTC-SME. Este resultado é consistente com a ideia de que a mudança de regime cambial visou estabilizar a taxa de câmbio.

Neste trabalho estuda-se o mesmo episódio mas a partir dos prémios das opções sobre os futuros da taxa de juro a 3 meses da euro-lira italiana<sup>(1)</sup>. Para o efeito utilizam-se observações diárias dos preços de referência das opções de compra e de venda transaccionadas na *London International Financial Futures Exchange* (LIFFE).

O trabalho está organizado do seguinte modo: na secção seguinte são apresentados os aspectos essenciais da metodologia de estimação, remetendo-se para anexo os detalhes técnicos; na terceira

\* As opiniões expressas no artigo são da inteira responsabilidade dos autores e não coincidem necessariamente com a posição do Banco de Portugal.

Os autores agradecem à LIFFE a disponibilização da base de dados utilizada neste trabalho. Agradecem também os comentários de Vítor Gaspar e José Ferreira Machado, não os envolvendo, naturalmente, em eventuais erros ou omissões.

Este trabalho beneficiou também da visita de Charles Thomas ao Banco de Portugal.

\*\* Departamento de Estudos Económicos.

(1) A análise em Campa, Chang e Reider (1997) é feita exclusivamente a partir dos prémios de opções cambiais fora de bolsa (*over-the-counter*), sem referência à taxa de juro.

secção aplica-se a metodologia e na última apresentam-se as conclusões.

## 2. PRINCIPAIS CONCEITOS E METODOLOGIA DE ESTIMAÇÃO

As opções sobre futuros têm como activo subjacente um contrato de futuros que normalmente se vence imediatamente após o vencimento da opção, ou em simultâneo. Estas opções são habitualmente transaccionadas nos mesmos mercados em que se negociam os contratos de futuros subjacentes e, tratando-se de opções convencionais, envolvem o pagamento de um prémio pelo comprador, no momento da aquisição da opção.

No entanto, algumas opções não exigem o pagamento inicial do prémio, mas, ao invés, a constituição de um depósito colateral, ajustado diariamente em função da evolução do prémio da opção, tal como acontece com os contratos de futuros, sendo o prémio pago na data de vencimento da opção. Um exemplo é o das opções sobre futuros transaccionadas na LIFFE. Estas opções, por vezes designadas por “puras”,<sup>(2)</sup> podem ser vistas como um contrato de futuros que incorpora uma opção convencional na data de vencimento.

Enquanto que em mercados organizados, tais como a LIFFE, as opções mais transaccionadas são de tipo americano, no mercado fora de bolsa (*over-the-counter*) as opções mais transaccionadas são de tipo europeu. Se o activo subjacente não pagar dividendos o exercício antecipado duma opção americana nunca é um comportamento óptimo para o comprador (ver Hull (1997)). No entanto, se o activo subjacente pagar dividendos (como, em regra, acontece) a data de exercício óptima de uma opção americana poderá ser uma data qualquer imediatamente antes do pagamento de dividendos. Neste caso, a estimação da FDP do preço do activo subjacente, considerando a opção como europeia, apenas fornecerá uma aproximação à FDP<sup>(3)</sup>.

Muitas instituições cotam as opções europeias utilizando a fórmula de Black-Scholes<sup>(4)</sup>. A hipótese fundamental subjacente ao modelo de Black-Scholes é a de que as taxas de rendibilidade têm distribuição normal (log-normalidade dos preços dos activos subjacentes), são independentes e identicamente distribuídas. Acontece que estas hipóteses são frequentemente rejeitadas pelos dados.

Por exemplo, este modelo considera que a volatilidade implícita é constante para todos os preços de exercício, o que geralmente não sucede. De facto, constata-se frequentemente que, para a mesma data de vencimento e activo subjacente, a volatilidade é uma função convexa do preço de exercício, assumindo valores mais elevados para as opções com preços de exercício mais distantes do preço esperado para o activo subjacente. Esta relação entre a volatilidade implícita e o preço de exercício, correntemente designada por *volatility smile*, é habitualmente interpretada como um sinal de rejeição da hipótese de log-normalidade.

Considere-se então a valorização de uma opção de compra europeia com data de exercício  $T$ . Seja  $S_T$  o preço do activo subjacente no momento  $T$ , e  $X$  o preço de exercício da opção europeia. O prémio em  $t$  de uma opção de compra com prazo para vencimento  $\tau = T - t$ ,  $C(X, \tau)$ , corresponde ao ganho esperado com a opção, descontado se o prémio for pago antes do exercício da opção, ou seja:

$$C(X, \tau) = e^{-r_t \cdot \tau} \int_0^{\infty} \max[S_T - X, 0] q_t(S_T) dS_T \quad (1)$$

onde  $r_t, \tau$  é a taxa de juro relevante em  $t$  (para o prazo  $\tau$ ) e  $q_t(S_T)$  é a FDP (com neutralidade face ao risco) do preço do activo,  $S_T$ , condicionada no preço corrente do activo  $S_t$ .

Em princípio, a FDP pode ser obtida directamente a partir dos prémios das opções para os diferentes preços de exercício observados, dado que teoricamente a FDP com neutralidade face ao risco corresponde à segunda derivada da função preço da opção<sup>(5)</sup>:

$$q_t(S_T) = e^{r_t \cdot \tau} \cdot \frac{\partial^2 C(X, \tau)}{\partial X^2} \quad (2)$$

(4) A fórmula foi desenvolvida por Black e Scholes (1973) para preços de opções sobre acções que não pagam dividendos. Esta fórmula foi posteriormente adaptada a opções sobre activos financeiros com características diferentes.

(5) Para a dedução deste resultado ver anexo.

(2) Ver, por exemplo, Duffie (1989), capítulo 8.

(3) Melick e Thomas (1994) deduzem que o preço duma opção americana não excede o preço de uma opção europeia em mais de 1 por cento do valor da opção europeia. Por isso, tal como em Söderlind e Svensson (1996), estimam-se as FDP dos preços dos activos subjacentes nas opções americanas com base em métodos de estimação de opções europeias.

Contudo, os resultados que se obtêm com a aplicação deste método são, em geral, pouco satisfatórios<sup>(6)</sup>. Em alternativa, têm sido sugeridas diversas técnicas de estimação da função de densidade de probabilidade a partir dos prémios das opções<sup>(7)</sup>. Uma das mais utilizadas tem sido a da estimação dos parâmetros de uma combinação de duas distribuições log-normais:

$$q_t(S_T) = \theta L(\alpha_1, \beta_1; S_T) + (1 - \theta)L(\alpha_2, \beta_2; S_T) \quad (3)$$

Os parâmetros  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  são as médias das distribuições normais, i.e., as médias das distribuições de  $\ln S_{T_i}$  ( $i=1,2$ ). Os parâmetros  $\beta_1$  e  $\beta_2$  são os respectivos desvios-padrão, enquanto  $\theta$  é o peso atribuído a uma das distribuições<sup>(8)</sup>.

### 3. ESTUDO DO CASO DO REGRESSO DA LIRA ITALIANA AO MTC-SME

O estudo do impacto da reentrada da lira italiana no MTC-SME sobre as expectativas de taxas de câmbio foi feito por Campa, Chang e Reider (1997). No presente trabalho, estuda-se o impacto do mesmo episódio mas sobre as expectativas de taxas de juro de curto prazo. Para o efeito, são utilizados os preços de referência observados diariamente das opções com vencimento em 18 de Dezembro de 1996, para os diversos preços de exercício, durante todo o período em que foram negociadas (entre 19 de Março e 16 de Dezembro de 1996).

Estimando os parâmetros da equação (3), obtêm-se as FDP que caracterizam a evolução diária das expectativas da taxa de juro a 3 meses da lira italiana para o dia 18 de Dezembro de 1996. Como a data de vencimento é fixa, existe uma diminuição natural da dispersão à medida que a data de vencimento se aproxima. No caso do preço do activo ter uma distribuição log-normal, quando  $t$  aumenta numa fracção de tempo (por exemplo, um dia em períodos expressos em anos) o desvio-padrão de  $\ln S_T$  reduz-se em  $\sigma(\sqrt{\tau} - \sqrt{\tau - 1/365})$ . As-

(6) Ver, por exemplo, Söderlind e Svensson (1996).

(7) Sobre métodos de estimação de funções de densidade de probabilidade a partir dos prémios de opções, ver, por exemplo, Adão *et al.* (1997) e Baha (1997).

(8) As estimativas dos parâmetros são obtidas através da resolução do problema de optimização apresentado em anexo.

Figura 1  
FUNÇÕES DENSIDADE DE PROBABILIDADE DA  
TAXA DE JURO A 3 MESES DA LIRA ITALIANA

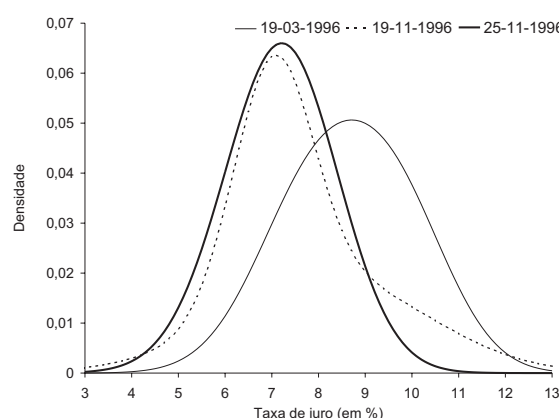
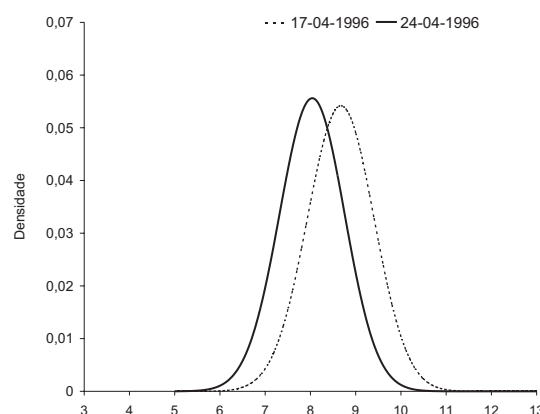


Figura 2  
FUNÇÕES DENSIDADE DE PROBABILIDADE DA  
TAXA DE JURO A 3 MESES DA LIRA ITALIANA



sim, se a comparação for efectuada entre duas datas bastante próximas, a correcção é irrelevante. No entanto, para datas razoavelmente distantes, quaisquer conclusões sobre a dispersão das expectativas em momentos diferentes obriga à correcção do desvio-padrão de  $\ln S_T$  pelo efeito “tempo”. Aplicou-se o mesmo princípio de correcção às distribuições estimadas.

Na Figura 1 apresenta-se a FDP corrigida do efeito “tempo”, estimada para três datas diferentes: 19 de Março, 19 de Novembro e 25 de Novembro de 1996, respectivamente, a data de início de negociação das opções com vencimento em 18 de Dezembro de 1996, uma semana antes e no dia da reentrada da lira italiana no MTC-SME.

As médias das distribuições obtidas foram de, respectivamente, 8,8, 7,1 e 7,06 por cento. Nota-se assim que a média da distribuição não se altera significativamente com o regresso ao MTC-SME. O que se verifica é uma redução da probabilidade associada a taxas de juro mais elevadas, ou seja, uma significativa redução da assimetria da distribuição.

A redução significativa da média da distribuição ocorre na sequência das eleições legislativas de 21 de Abril de 1996, como se pode verificar na Figura 2. De facto, em 17 de Abril a média da distribuição foi de 8,6 por cento, enquanto em 22 de Abril a média foi de 7,5 por cento. Ao contrário do sucedido aquando da reentrada no MTC-SME, não se verificaram alterações significativas na assimetria da FDP.

#### 4. CONCLUSÕES

Os derivados financeiros fornecem informação relevante sobre as expectativas dos agentes económicos quanto à evolução futura dos preços dos activos subjacentes. Enquanto os preços dos futuros permitem extrair informação sobre valores esperados, os prémios das opções possibilitam uma caracterização mais completa dos diversos valores futuros.

Utilizando prémios de opções transaccionadas na LIFFE sobre o contrato de futuros da taxa de juro a 3 meses da lira italiana, estimaram-se as funções densidade de probabilidade neutras ao risco da taxa de juro a 3 meses da lira italiana. Este exercício permitiu concluir que a reentrada da lira italiana no MTC-SME não alterou significativamente a expectativa de taxas de juro de curto prazo, notando-se apenas uma redução da assimetria da distribuição de probabilidade. Pelo contrário, os resultados das eleições legislativas italianas estiveram associados a um deslocamento significativo da distribuição, a qual passou a ser caracterizada por um valor esperado de taxas de juro de curto prazo inferior. Os resultados eleitorais terão contribuído para diminuir a incerteza política em Itália e poderão ter consolidado as expectativas de regresso da lira italiana ao MTC-SME. Assim, quando a reentrada ocorreu, esta já teria sido descontada pelos mercados.

#### REFERÊNCIAS

- Abken, Peter A. (1995) — “Using Eurodollar Futures and Options: Gauging the Market’s View of Interest Rate Movements”, *Federal Reserve Bank of Atlanta Economic Review*, March/April:10-30.
- Adão, Bernardino, Nuno Cassola e Jorge Barros Luís (1997) — “Métodos de extracção de informação a partir dos prémios das opções”, Banco de Portugal, DEE, *mimeo*.
- Bahra, Bhupinder (1997) — “Implied Risk-Neutral Probability Density Functions from Option Prices: Theory and Application”, *Bank of England Working Paper*, no prelo.
- Bahra, Bhupinder (1996) — “Implied Risk-Neutral Probability Density Functions from Option Prices: Theory and Application”, *Bank of England Economic Bulletin*, August 1996.
- Bates, David S. (1995), “Post-’87 Crash Fears in S&P 500 Futures Options”, *NBER Working Paper Series*, W.P. 5894.
- Black, Fischer e Myron Scholes (1973) — “The Pricing of Options and Corporate Liabilities”, *Journal of Political Economy*, 81 (May-June), pp. 637-654.
- Campa, José Manuel, P. H. Kevin Chang and Robert L. Reider (1997), “ERM bandwidths for EMU and after: evidence from foreign exchange options”, *Economic Policy*, No. 24, Abril, pp. 55-89.
- Deutsche Bundesbank (1995), “The information content of derivatives for monetary policy”, *Deutsche Bundesbank Monthly Report*, November 1995.
- Duffie, Darrell (1989), *Futures Markets*, Prentice-Hall.
- Hull, John (1997), *Options, Futures, and Other Derivatives* (Third Edition), Prentice-Hall.
- Melick, Will e Charles Thomas (1994), “Recovering an Asset’s Implied PDF from Option Prices: An Application to Crude Oil During the Gulf Crises”, *Working Paper*, Federal Reserve Board, Washington.
- Söderlind, Paul e Lars E.O. Svensson (1997), “New Techniques to Extract Market Expectations from Financial Instruments”, *NBER Working Paper* 5877.

ANEXO

Dedução da equação (2)

Diferenciando (1) em ordem ao preço de exercício obtém-se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial C(X, \tau)}{\partial X} &= -e^{-r_i, \tau} \int_X^{\infty} q_t(S_T) dS_T = \\ &= -e^{-r_i, \tau} \left( 1 - \int_{-\infty}^X q_t(S_T) dS_T \right) \end{aligned} \quad (A1)$$

ou seja,

$$1 + \frac{\partial C(X, \tau)}{\partial X} e^{r_i, \tau} = P_q[S_T \leq X] \quad (A2)$$

sendo  $P_q$  a medida de probabilidade.

Diferenciando (A2) em ordem ao preço de exercício obtém-se (2).

Estimação dos parâmetros da equação (3)

As estimativas dos parâmetros são obtidas através da minimização de uma função de distância entre os prémios das opções observados e os preços teóricos gerados pela forma funcional especificada. Tem-se o seguinte problema de optimização:

$$\begin{aligned} \underset{\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2, \theta}{Min} \sum_{i=1}^N [C(X_i, \tau) - C_i^0]^2 + \sum_{i=1}^N [P(X_i, \tau) - P_i^0]^2 + \\ \left[ +\theta e^{\alpha_1 + \frac{1}{2}\beta_1^2} + (1-\theta)e^{\alpha_2 + \frac{1}{2}\beta_2^2} - e^{rt}S \right]^2 \end{aligned} \quad (A3)$$

$$s. a. \beta_1, \beta_2 > 0 \text{ e } 0 \leq \theta \leq 1.$$

sendo

$$\begin{aligned} C(X_i, \tau) &= e^{-r\tau} \int_{X_i}^{\infty} [\theta L(\alpha_1, \beta_1; S_T) + \\ &+ (1-\theta)L(\alpha_2, \beta_2; S_T)] (S_T - X_i) dS_T \end{aligned} \quad (A4)$$

$$\begin{aligned} P(X_i, \tau) &= e^{-r\tau} \int_0^{X_i} [\theta L(\alpha_1, \beta_1; S_T) + \\ &+ (1-\theta)L(\alpha_2, \beta_2; S_T)] (X_i - S_T) dS \end{aligned} \quad (A5)$$

e onde  $X_i$  ( $i=1, \dots, N$ ) são os preços de exercício e  $P(X, \tau)$  é o preço de uma opção de venda.

As duas primeiras parcelas da função objectivo são a soma dos quadrados dos desvios entre os prémios observados e os prémios estimados das opções de compra e das opções de venda, respectivamente, correspondendo a última parcela ao quadrado da diferença entre a média estimada e o valor do futuro.

Este método possui diversas vantagens: em primeiro lugar, permite obter funções de densidade bastante flexíveis, possibilitando, assim, a caracterização de funções multimodais, de funções com um grau de achatamento inferior ao da distribuição log-normal e com enviesamento tanto à direita como à esquerda; em segundo lugar, permite utilizar em simultâneo os prémios das opções de compra e das opções de venda, sem qualquer transformação. No entanto, é um método menos rápido do que outros e cujos resultados são sensíveis aos valores de partida.

Para minorar estes aspectos, poder-se-á utilizar uma função objectivo menos extensa, por exemplo, minimizando apenas nos prémios de opções de compra (e/ou transformando os prémios de opções de venda em prémios de opções de compra) e retirando o factor de aproximação da média. A eliminação deste factor tem a vantagem de permitir considerar os desvios entre a média estimada e o valor do futuro como uma medida do grau de precisão da distribuição.