

TESTE DA TEORIA DAS EXPECTATIVAS PARA A CURVA DE RENDIMENTOS DE PORTUGAL*

Bernardino Adão **

*Jorge Barros Luís***

1. INTRODUÇÃO

De acordo com a teoria das expectativas (TE), as taxas de juro de longo prazo são determinadas pelo nível corrente e pelas expectativas de evolução das taxas de juro de curto prazo, podendo assim ser utilizadas para estimar as taxas de juro de curto prazo futuras. Na sua versão pura, a TE sustenta que essas estimativas são não enviesadas, isto é, que em média as expectativas sobre os valores futuros das taxas de juro de curto prazo implícitas nas taxas de juro de longo prazo correntes correspondem aos valores futuros das taxas de juro de curto prazo. No entanto, é frequente a taxa de juro de longo prazo sobrestimar as taxas de juro de curto prazo futuras. Este enviesamento poderá dever-se a um prémio de maturidade, ou seja, à remuneração adicional exigida por qualquer investidor para aceitar realizar aplicações em prazos mais longos, em lugar de investir em prazos mais curtos. Se este prémio for constante a teoria das expectativas será ainda válida numa versão não-pura, enquanto se o prémio for variável a TE não é válida⁽¹⁾.

Se a TE for válida é possível extrair, duma forma relativamente simples, informação da curva de rendimentos sobre a evolução futura das taxas de juro de curto prazo. Dado que as taxas de juro de curto prazo futuras são indicadores avançados de variáveis macroeconómicas importantes (*i.e.* prevêm o seu comportamento futuro), o seu conhecimento é muito relevante para os agentes económicos, em particular para os gestores de carteiras de activos financeiros. Por outro lado, a validade da TE permite aos bancos centrais avaliar o impacto das suas decisões de política monetária na estrutura temporal das taxas de juro, bem como excluir a hipótese de segmentação (por prazos) nos mercados financeiros.

Neste trabalho pretendemos determinar se a estrutura temporal das taxas de juro em Portugal está de acordo com a TE. Embora não haja nenhum estudo deste género para Portugal, existe um extenso conjunto de trabalhos para outros países que abordam esta questão. Os vários estudos existentes são quase unânimes em dois pontos: por um lado, a TE com prémio de risco constante é rejeitada para os Estados Unidos da América; por outro lado, para outros países não se rejeita a TE⁽²⁾.

No presente estudo aplicamos a metodologia de Campbell e Shiller (1991) para analisar se a curva de rendimentos de Portugal obedece à teoria das expectativas. Para determinar a significância estatística

* As opiniões expressas no artigo são da inteira responsabilidade dos autores e não coincidem necessariamente com a posição do Banco de Portugal.

Os autores agradecem as observações feitas por Nuno Cassola e José Ferreira Machado. Naturalmente, os autores responsabilizam-se por quaisquer erros remanescentes.

** Departamento de Estatística e Estudos Económicos

(1) Como se refere em Anderson *et al.* (1996) o valor do prémio resulta da aversão ao risco dos investidores e da desigualdade de Jensen.

(2) Anderson *et al.* (1996) contém um sumário dos resultados dos estudos mais recentes.

ca dos resultados obtidos construímos um teste baseado na técnica do *bootstrap*.

O trabalho encontra-se organizado do seguinte modo: na secção seguinte descreve-se o modelo; na terceira secção são apresentados os resultados empíricos; na quarta secção são expostos os resultados dos testes de significância estatística e na última secção são apresentadas as principais conclusões.

2. MODELO

Para analisar a validade da teoria das expectativas no caso português, vamos partir de um resultado simples que relaciona pares de taxas de juro de diferentes prazos, sendo o prazo maior de cada par designado por longo prazo e o prazo menor por curto prazo. Seja R_t^n a taxa de juro de longo prazo observada no momento t (correspondendo n ao prazo mais longo) e R_t^m a taxa de juro de curto prazo observada no momento t , (representando m o prazo mais curto). Os prazos m e n devem, naturalmente ser tais que $m < n$ e n/m inteiro. A versão linearizada, não pura, da TE da estrutura temporal das taxas de juro diz que a taxa de juro de longo prazo teórica no momento t (R_t^{n*}) é igual a uma média simples dos valores correntes e dos valores futuros das taxas de juro de curto prazo que os agentes económicos esperam no momento t que ocorram durante o período entre t e $t+n$ ($E_t R_{t+mi}^m, i = 0, \dots, (n-m)/m$), mais um prémio de maturidade constante (c_{nm}):⁽³⁾

$$R_t^{n*} = \frac{m}{n} \sum_{i=0}^{(n-m)/m} E_t R_{t+mi}^m + c_{nm}, \quad (1)$$

onde E_t é o operador valor esperado. O prémio de maturidade é definido como a remuneração adicional que o investidor marginal exige acima da taxa de rendibilidade esperada de sucessivos investimentos de curto prazo (n/m investimentos de prazo m), durante o período entre t e $t+n$, que o torna indiferente entre esta aplicação e um investimento de longo prazo com vencimento no período $t+n$.

O modo como as expectativas são formadas não está especificado na equação (1). Existem alguns

(3) Campbell (1986) mostra que a equação (1) é uma aproximação linear de qualquer uma das várias fórmulas não lineares da TE da estrutura temporal das taxas de juro.

testes da TE onde a formulação das expectativas explicitada é adaptativa. Contudo, na maioria dos testes existentes as expressões $E_t R_{t+mi}^m$ são substituídas pelas suas realizações R_{t+mi}^m . Por detrás deste procedimento está a ideia de que as pessoas não cometem sistematicamente erros de previsão e que, conseqüentemente, os R_{t+mi}^m podem ser usados como estimativas não enviesadas dos $E_t R_{t+mi}^m$. Dado que a nossa base de dados diz respeito a um período muito curto, de pouco mais de 3 anos, torna-se impraticável usar R_{t+mi}^m como uma estimativa para $E_t R_{t+mi}^m$, na medida em que o número dessas estimativas seria pequeno ou nulo. Em particular, quando o prazo considerado é superior a 4 anos não se obtém qualquer estimativa com esse procedimento. Há também que ter em conta que a hipótese da média dos erros de previsão ser nula não implica que esses erros sejam nulos a cada momento.

Campbell e Schiller (1987) propuseram um teste que ultrapassa este obstáculo. De acordo com este teste as expectativas sobre a evolução das taxas de juro futuras são obtidas usando um modelo auto-regressivo vectorial (VAR)⁽⁴⁾.

Definam-se os diferenciais observado e teórico entre a taxa de juro de longo prazo e a taxa de juro de curto prazo, respectivamente, $S_t^{nm} \equiv R_t^n - R_t^m$ e $S_t^{nm*} \equiv R_t^{n*} - R_t^m$, bem como a primeira diferença de taxas de juro de curto prazo $\Delta R_t^m = R_t^m - R_{t-1}^m$. Após algumas manipulações algébricas pode obter-se a seguinte expressão para o diferencial teórico:

$$S_t^{nm*} = \sum_{i=1}^{(n-m)/m} \frac{n-mi}{n} \left(\sum_{j=1}^m E_t \Delta R_{t+mi+j}^m \right) + c_{nm}. \quad (2)$$

A equação (2) diz que quando a teoria das expectativas se verifica, então o diferencial teórico deve prever variações futuras na taxa de juro de curto prazo. Como referido acima, a previsão da variação futura das taxas com maturidade m é efectuada a partir dum VAR que inclui S_t^{nm} e ΔR_t^m desfasamentos destas variáveis, as quais se admite constituírem todo o conjunto de informação necessária para a previsão da variação futura das taxas. O modelo VAR de primeira ordem pode ser escrito como:

(4) No entanto, um teste que compare directamente R_t^{n*} com R_t^n para aferir da rejeição, ou não, da TE pode enfrentar dificuldades porque as séries das taxas de juro podem não ser estacionárias. Para obviar essa dificuldade iremos na nossa análise trabalhar com diferenciais e diferenças de taxa de juro.

$$z_t = Az_{t-1} + u_t \quad (3)$$

onde $z_t = [\Delta R_t^m, \dots, \Delta R_{t-p+1}^m, S_t^{nm}, \dots, S_{t-p+1}^{nm}]$, A é a matriz de coeficientes do VAR e u_t um vector de resíduos no momento t .

O teste a efectuar para cada par de prazos (m, n) consiste em: (i) estimar o modelo VAR dado por (3); (ii) calcular o diferencial teórico, dado por (2); e (iii) testar se as séries observadas e as séries estimadas são suficientemente semelhantes, calculando o coeficiente de correlação entre os diferenciais teórico e observado e o rácio entre os desvios-padrão respectivos. Para que a hipótese nula não seja rejeitada o coeficiente de correlação entre o diferencial observado e o diferencial teórico, bem como o rácio entre os desvios-padrão daqueles diferenciais, deve vir próximo da unidade.

Refira-se que o teste efectuado é, no fundo, um teste conjunto das hipóteses de que a TE com prémio de maturidade constante explica os movimentos das taxas de juro de longo prazo e, por outro lado, que o melhor predictor sobre a evolução da primeira diferença das taxas de juro de curto prazo é obtido através dum VAR que inclui os valores passados dos diferenciais e das primeiras diferenças das taxas de juro de curto prazo. Assim, a rejeição da hipótese nula pode ser evidência de que o prémio de maturidade não é constante ao longo do tempo, ou seja, de que a TE não é válida, ou ainda de que os agentes económicos não usam a informação incorporada no VAR (desfasamentos das primeiras diferenças das taxas de juro de curto prazo e/ou desfasamentos dos diferenciais das taxas de juro) para fazer previsões sobre a evolução das primeiras diferenças das taxas de juro de curto prazo.

3. RESULTADOS EMPÍRICOS

Na análise empírica usámos dados com frequência diária. A amostra em análise abrange o período de Agosto de 1993 a Outubro de 1996. A base de dados foi construída por Cassola e Barros Luís (1996) através da aplicação dos métodos de Svensson (1994) e de Nelson e Siegel (1987) a um conjunto de taxas de juro do mercado monetário interbancário e de obrigações do Tesouro. As maturidades incluídas na base de dados vão do *overnight* aos dez anos.

A estacionaridade das séries envolvidas foi estudada⁽⁵⁾, tendo-se verificado que as séries S_t^{nm} duran-

te o período de Agosto de 1993 a Agosto de 1994 têm uma média sensivelmente inferior àquela do período de Setembro de 1994 a Agosto de 1995, sendo estacionárias em ambos os subperíodos referidos. Por outro lado, as primeiras diferenças das taxas de juro de curto prazo são estacionárias ao longo de todo o período mas apresentam uma volatilidade diferente após Setembro de 1995, com níveis bastante inferiores aos exibidos até então⁽⁶⁾. Perante estes factos decidimos dividir a nossa amostra em três subperíodos de dimensão similar: o primeiro subperíodo vai de Agosto de 1993 a Agosto de 1994, o segundo subperíodo vai de Setembro de 1994 a Agosto de 1995 e o terceiro subperíodo vai de Setembro de 1995 a Outubro de 1996. Também nos certificámos que as séries S_t^{nm} e ΔR_t^m são estacionárias nos três subperíodos considerados.

A segmentação da amostra nos sub-períodos referidos parece poder relacionar-se com acontecimentos específicos dos mercados domésticos. Assim, no primeiro sub-período observou-se uma curva de rendimentos com inclinação negativa, tendo ocorrido perturbações nos mercados monetário e cambial. No segundo sub-período, o declive da curva de rendimentos foi já positivo e com valor significativo, tendo sido reduzida a volatilidade das taxas de juro. No terceiro sub-período, o declive da curva de rendimentos foi sendo progressivamente reduzido, bem como a volatilidade das taxas de juro.

Claramente, o processo de construção dos subperíodos não é único, mas os resultados não dependem da dimensão dos subperíodos considerados.

(5) As variáveis foram centradas por forma a aplicar uma simplificação de (2). Conforme Campbell e Shiller (1987) a equação (2) pode ser escrita como,

$$S_t^{nm} = hA \left[I - \frac{m}{n}(I - A^n)(I - A^m)^{-1} \right] \times (I - A)^{-1} z_t + c_{nm}, \quad (2')$$

onde h é o vector que selecciona do modelo VAR e I é a matriz identidade. A não consideração duma constante no modelo VAR tem a vantagem de reduzir a dimensão da matriz A , ao mesmo tempo que não impede a matriz A de ser não singular. As variáveis ΔR_t^m e S_t^{nm} foram por esse motivo centradas em relação à média, para que as estimativas dos coeficientes do modelo VAR fossem não enviesadas.

(6) Conforme se evidencia em Campbell e Shiller (1987), bastaria observar a estacionaridade das primeiras diferenças de taxas de juro de curto prazo para se poder concluir pela estacionaridade do diferencial teórico e do diferencial observado.

Quadro 1

**COEFICIENTES DE CORRELAÇÃO E RÁCIOS DE
DESVIOS-PADRÃO ENTRE S E S*
PARA PORTUGAL**

Agosto 93 - Agosto 94

<i>n</i>	3 meses	5 anos	10 anos
<i>m</i>			
1 dia	0.991 (0.986)	0.999 (0.951)	0.999 1,025
3 meses	-	0.998 (0.785)	0.999 (0.947)

Nota: O primeiro valor em cada célula é o coeficiente de correlação entre *S* e *S**. Entre parêntesis encontra-se o rácio entre os respectivos desvios-padrão.

Por exemplo, se tornássemos qualquer subperíodo maior ou menor em alguns meses tal não alteraria as conclusões da nossa análise⁽⁷⁾. Do mesmo modo, os resultados revelaram-se pouco sensíveis à frequência das observações e ao número de defasamentos utilizados.

Os quadros 1, 2 e 3, fornecem os valores das correlações de diferenciais e rácios de desvios-padrão de diferenciais (entre parêntesis) para os três subperíodos. Os valores nestes quadros correspondem a um VAR com 3 defasamentos. Os prazos mais curtos considerados foram a taxa do *overnight* e a taxa de juro do mercado monetário a três meses e os prazos mais longos considerados foram as taxas *spot* das obrigações do Tesouro português a cinco e a dez anos, bem como a taxa de juro do mercado monetário a três meses.

Os quadros mostram que os coeficientes de correlação entre os dois diferenciais, bem como os rácios entre os dois desvios-padrão, estão perto da unidade. Pode ainda observar-se que os valores destas duas estatísticas são, regra geral, mais próximos da unidade quanto maior a diferença entre a maturidade longa e a maturidade curta. Embora não conheçamos a distribuição teórica para os coeficientes de correlação e rácios de desvios-padrão, os valores obtidos sugerem que não é de rejeitar a hipótese nula. Para validar esta conclusão, procu-

(7) Em Engsted e Tangaard (1995), que estudaram a capacidade preditiva dos diferenciais de taxas de juro no mercado obrigacionista da Dinamarca, também se optou pela repartição da amostra em subperíodos, embora por motivos relacionados com a condução da política monetária.

Quadro 2

**COEFICIENTES DE CORRELAÇÃO E RÁCIOS DE
DESVIOS-PADRÃO ENTRE S E S*
PARA PORTUGAL**

Setembro 94 - Agosto 95

<i>n</i>	3 meses	5 anos	10 anos
<i>m</i>			
1 dia	0.992 (0.680)	0.999 (0.955)	0.995 (0.920)
3 meses	-	0.999 (0.713)	0.995 (0.710)

Nota: O primeiro valor em cada célula é o coeficiente de correlação entre *S* e *S**. Entre parêntesis encontra-se o rácio entre os respectivos desvios-padrão.

Quadro 3

**COEFICIENTES DE CORRELAÇÃO E RÁCIOS DE
DESVIOS-PADRÃO ENTRE S E S*
PARA PORTUGAL**

Setembro 95 - Outubro 96

<i>n</i>	3 meses	5 anos	10 anos
<i>m</i>			
1 dia	0.995 (0.738)	0.999 (0.836)	0.999 (0.925)
3 meses	-	0.997 (0.606)	0.997 (0.785)

Nota: O primeiro valor em cada célula é o coeficiente de correlação entre *S* e *S**. Entre parêntesis encontra-se o rácio entre os respectivos desvios-padrão.

rou—se obter uma distribuição empírica através de procedimentos de *bootstrap*, cujos resultados se apresentam na secção seguinte.

4. SIGNIFICÂNCIA ESTATÍSTICA DAS ESTIMATIVAS

Nesta secção utilizaram-se a técnica do *bootstrap* (ver Efron (1982)) e o modelo VAR para gerar dados artificiais que obedecem à TE na população. A técnica do *bootstrap* parece-nos mais adequada a este exercício do que os ensaios de Monte Carlo, utilizados na literatura, dado que nos permite gerar resíduos sem assumir qualquer distribuição específica, reproduzindo-se apenas o histograma dos resíduos inicialmente obtidos com as observações para as va-

riáveis do VAR. A técnica permite, assim, determinar as distribuições empíricas do coeficiente de correlação e do rácio de desvios-padrão entre o diferencial de taxas de juro e o diferencial teórico de taxas de juro quando a hipótese nula é verdadeira.

A técnica do *bootstrap* tem como ponto de partida os resíduos obtidos na estimação inicial do VAR em (3) para cada par de prazos (m, n) estudado, consistindo na seguinte sequência de passos:

- (i) gerar uma amostra com 20 mil observações cujo histograma replique o dos resíduos originais;
- (ii) utilizando a amostra gerada em (i), bem como os valores iniciais das séries $\{\Delta R_t^m, S_t^{nm}\}_{t=1}^p$ e a matriz A estimada inicialmente, gerar novas séries para as variáveis ΔR_t^m e S_t^{nm} , com $t=p+1, \dots, 20000$;
- (iii) com as séries geradas para ΔR_t^m e S_t^{nm} estimar a matriz A e através de (2) obter o diferencial teórico S_t^{nm*} . Note-se que este diferencial teórico foi obtido respeitando a hipótese nula do teste;
- (iv) calcular os coeficientes de correlação e o rácio entre os desvios-padrão do diferencial de taxas de juro que obedece à TE na população e do diferencial de taxas de juro teórico;
- (v) voltar a (i) e repetir 1000 vezes.

Quadro 4

SIGNIFICÂNCIA ESTATÍSTICA DOS COEFICIENTES DE CORRELAÇÃO E DOS RÁCIOS DE DESVIOS-PADRÃO ENTRE S E S* PARA PORTUGAL

Agosto 93 - Agosto 94

probabilidade em 1000 experiências aleatórias de um valor mais distante da unidade que o estimado^(a)

n	3 meses	5 anos	10 anos
m			
1 dia	0.938 (0.785)	0.393 (0.569)	0.436 (0.510)
3 meses	-	0.999 (0.977)	0.991 (0.996)

Nota: Entre parêntesis encontra-se a probabilidade para o rácio entre os respectivos desvios-padrão.

Quadro 5

SIGNIFICÂNCIA ESTATÍSTICA DOS COEFICIENTES DE CORRELAÇÃO E DOS RÁCIOS DE DESVIOS-PADRÃO ENTRE S E S* PARA PORTUGAL

Setembro 94 - Agosto 95

Probabilidade em 1000 experiências aleatórias de um valor mais distante da unidade que o estimado

n	3 meses	5 anos	10 anos
m			
1 dia	0.701 (0.750)	0.999 (0.999)	0.999 (0.999)
3 meses	-	0.999 (0.679)	0.999 (0.837)

Nota: Entre parêntesis encontra-se a probabilidade para o rácio entre os respectivos desvios-padrão.

Quadro 6

SIGNIFICÂNCIA ESTATÍSTICA DOS COEFICIENTES DE CORRELAÇÃO E DOS RÁCIOS DE DESVIOS-PADRÃO ENTRE S E S* PARA PORTUGAL

Setembro 95 - Outubro 96

Probabilidade em 1000 experiências aleatórias de um valor mais distante da unidade que o estimado

n	3 meses	5 anos	10 anos
m			
1 dia	0.967 (0.728)	0.755 (0.733)	0.849 (0.871)
3 meses	-	0.674 (0.633)	0.579 (0.747)

Nota: Entre parêntesis encontra-se a probabilidade para o rácio entre os respectivos desvios-padrão.

Tendo sido obtidas 1000 estimativas do coeficiente de correlação e do rácio de desvios-padrão é possível estimar as respectivas distribuições empíricas e, assim, testar as hipóteses em causa.

Os resultados do *bootstrap* encontram-se expostos nos quadros 4, 5 e 6 e permitem confirmar a conclusão de que os coeficientes de correlação e os rácios de desvios-padrão obtidos com as séries originais se encontram estatisticamente próximos da unidade, pelo que a hipótese nula não deve ser reje-

itada para os prazos testados. De facto, considerando todos os períodos e os pares de prazos estudados, o menor número de experiências aleatórias com um coeficiente de correlação entre o diferencial “observado” (gerado) e o diferencial teórico inferior ao coeficiente de correlação inicialmente estimado foi de 39 por cento, acontecendo no período entre Agosto de 1993 e Agosto de 1994, entre os prazos de um dia e de 5 anos. Para o rácio entre os desvios-padrão daquelas séries aquele número foi de 51 por cento, para o mesmo período e para os prazos de um dia e 10 anos. Assim, utilizando níveis de significância habituais (5 por cento ou 10 por cento) não se rejeita a hipótese nula do teste⁽⁸⁾.

5. CONCLUSÃO

A validade da teoria das expectativas tem sido analisada num vasto número de estudos internacionais. Para Portugal não tinham ainda sido realizadas quaisquer abordagens empíricas a este problema. Neste trabalho realiza-se um teste à estrutura temporal das taxas de juro em Portugal com vista a determinar se esta obedece à TE.

Os resultados obtidos pela aplicação do método de Campbell e Shiller (1987) apontaram para a não rejeição desta hipótese, conclusão que foi reforçada com o auxílio da técnica de *bootstrap*. Assim, para cada sub-período não se pode rejeitar a hipótese da estrutura temporal das taxas de juro em Portugal apresentar um prémio de risco constante. Este resultado permite utilizar, no período amostral, as taxas de juro a prazo como estimativas centradas das taxas de juro à vista futuras, após a dedução do respectivo prémio de risco. O nível do prémio de risco

(8) Os testes são unilaterais à esquerda, ou seja, rejeita-se a hipótese nula se a percentagem de experiências com valor inferior ao estimado for inferior ao nível de significância do teste. Para o rácio de desvios-padrões, rejeita-se a hipótese nula se a percentagem de experiências com valor mais distante da unidade do que o valor estimado for inferior ao nível de significância do teste.

não foi analisado neste trabalho. Os dados disponíveis sobre a estrutura temporal de taxas de juro sugerem a interdependência na determinação das taxas de juro de curto e de longo prazo, isto é, a inexistência de segmentação entre mercados.

REFERÊNCIAS

- Anderson, Nicola, Francis Breedon, Mark Deacon, Andrew Derry e Gareth Murphy (1996), “Estimating and Interpreting the Yield Curve”, John Wiley & Sons, Series in *Financial Economics and Quantitative Analysis*.
- Campbell, John (1986), “A Defense of Traditional Hypotheses about the Term Structure of Interest Rates”, *Journal of Finance*, 41, pp. 183-193.
- Campbell, John Y. e Robert J. Shiller (1991), “Yield Spreads and Interest Rate Movements: A Bird’s Eye View”, *Review of Economic Studies*, 58, pp. 495-514
- Campbell, John Y. e Robert J. Shiller (1987), “Cointegration and Tests of Present Value Models”, *Journal of Political Economy*, 95, pp.1062-1088.
- Cassola, Nuno e Jorge Barros Luís (1996), “The Term Structure of Interest Rates: A Comparison of Alternative Estimation Methods with an Application to Portugal”, Banco de Portugal, Working Paper No. 17-96.
- Efron (1982), “The Jackknife, the Bootstrap and other Resampling Plans”, SIAM, monograph no. 38, CBMS-NSF.
- Engsted, Tom e Carsten Tangaard (1995), “The Predictive Power of Yield Spreads for Future Interest Rates: Evidence from the Danish Term Structure”, *Scandinavian Journal of Economics*, 97(1), pp. 145-159.
- Nelson, Charles R. and Andrew F. Siegel (1987), “Parsimonious Modelling of Yield Curves”, *Journal of Business*, Vol. 60, No.4.
- Svensson, Lars E.O. (1994), “Estimating and Interpreting the Forward Interest Rates: Sweden 1992-4”, CEPR Discussion Paper Series No. 1051.